

ROGÉRIO DOS REIS GONÇALVES

**MODELOS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA
MISTA PARA RESOLVER PROBLEMAS DE
OTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE
ENERGIA ELÉTRICA RADIAIS**

ROGÉRIO DOS REIS GONÇALVES

**MODELOS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA
MISTA PARA RESOLVER PROBLEMAS DE
OTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE
ENERGIA ELÉTRICA RADIAIS**

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia do Câmpus de Ilha Solteira - UNESP como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Especialidade: Automação.

Prof. Dr. Marcos Julio Rider Flores
Orientador

Ilha Solteira - SP

2013

FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação
Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP - Ilha Solteira.

G635m	<p>Gonçalves, Rogério dos Reis.</p> <p>Modelos de programação linear inteira mista para resolver problemas de otimização de sistemas de distribuição de energia elétrica radiais / Rogério dos Reis Gonçalves. - Ilha Solteira : [s.n.], 2013</p> <p>209 f. : il.</p> <p>Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de Conhecimento: Automação, 2013</p> <p>Orientador: Marcos Julio Rider Flores</p> <p>Inclui bibliografia</p> <p>1. Otimização de sistemas de distribuição. 2. Planejamento da operação dos sistemas de distribuição. 3. Alocação de bancos de capacitores e reguladores de tensão. 4. Planejamento a curto prazo da expansão dos sistemas de distribuição. 5. Programação linear inteira mista.</p>
-------	--



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA

FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

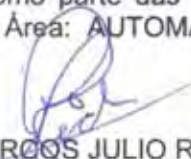
CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: Modelos de programação linear inteira mista para resolver problemas de otimização de sistemas de distribuição de energia elétrica radiais

AUTOR: ROGÉRIO DOS REIS GONÇALVES

ORIENTADOR: Prof. Dr. MARCOS JULIO RIDER FLORES

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de DOUTOR EM ENGENHARIA ELÉTRICA, Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:



Prof. Dr. MARCOS JULIO RIDER FLORES

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Prof. Dr. FÁBIO BERTEQUINI LEÃO

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira



Profa. Dra. KATIA CAMPOS DE ALMEIDA

Departamento de Engenharia Elétrica / Universidade Federal de Santa Catarina



Prof. Dr. CARLOS ALBERTO CASTRO JUNIOR

Departamento de Sistemas de Energia Elétrica / Universidade Estadual de Campinas

Data da realização: 07 de junho de 2013.

Aos meus pais, minhas irmãs e à Flávia.

AGRADECIMENTOS

Meus agradecimentos a todos os familiares, amigos, professores e funcionários da FEIS-UNESP, que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho. Em particular, dedico meus agradecimentos:

- Aos meus pais Onofre e Eni, minhas irmãs Valéria, Efigênia e Regiane e à minha esposa Flávia;
- Ao meu orientador Marcos Julio Rider Flores, por quem tenho enorme admiração;
- Aos professores do programa de doutorado desta instituição, em especial, aos professores Ana Diva, Mantovani, Marcos Rider, Padilha e Rubén;
- Aos meus colegas Adriana, Donizete, Eliane, Márcia, Minéia, Raiane, Vera, Diogo, Emivan, Fredy, Henrique, Jeferson, Milton e Sílvio.
- A todos os colegas do laboratório Lapsee e a Cristina Godoy.

"Foi o tempo que dedicastes à tua rosa que a fez tão importante."

Antoine de Saint-Exupéry

RESUMO

Nesta tese são apresentados modelos de programação linear inteira mista (PLIM) convexa para resolver os seguintes problemas de otimização de sistemas de distribuição de energia elétrica (SD) radiais: a) planejamento da operação dos SD radiais, considerando a existência de geradores distribuídos (GDs) e a presença de dispositivos reguladores de tensão; b) alocação ótima de bancos de capacitores (BCs) e reguladores de tensão (RTs) em um SD radial; e c) planejamento a curto prazo da expansão dos SD radiais. O primeiro problema define os ajustes mais adequados da injeção de potência ativa e reativa dos GDs, o número de módulos dos bancos de capacitores (BCs) em operação e a posição do tap dos reguladores de tensão (RTs) de modo a minimizar o custo das perdas diárias de energia. O segundo problema determina a alocação de BCs (localização, número de módulos instalados e número de módulos operando) e a alocação de RTs (localização, tipo de regulador e posição do tap) com o objetivo de minimizar os custos do investimento total anual e das perdas de energia. O terceiro problema realiza o recondutoramento de circuitos existentes, a construção e seleção do tipo de condutor dos novos circuitos, a alocação de BCs (localização, número de módulos instalados e número de módulos operando) e a alocação de RTs (localização) com o objetivo de minimizar os custos do investimento total anual e das perdas de energia. Para cada problema de otimização é apresentado seu respectivo modelo matemático de programação não linear inteira mista (PNLIM). Todos os modelos propostos de PLIM convexa, para os três problemas de otimização de SD radiais, são equivalentes a seus respectivos modelos originais de PNLIM. O uso de um modelo de PLIM convexa garante a convergência para a solução ótima usando ferramentas de otimização clássica existentes. Nas três formulações propostas, o cálculo do ponto de operação em regime permanente do SD radial é modelado matematicamente usando um problema de PLIM, obtido através de duas técnicas de linearização. Os modelos propostos foram implementados na linguagem de modelagem matemática AMPL e resolvidos usando o solver comercial CPLEX. Os sistemas testes de 34, 42, 54, 70, 136, 201, 202 e 400 nós foram utilizados para mostrar a precisão dos modelos matemáticos, assim como também a eficiência da técnica de solução proposta.

Palavras-chave: Otimização de sistemas de distribuição. Planejamento da operação dos sistemas de distribuição. Alocação de bancos de capacitores e reguladores de tensão. Planejamento a curto prazo da expansão dos sistemas de distribuição. Programação linear inteira mista.

ABSTRACT

This thesis presents convex mixed integer linear programming models to solve the following optimization problems for radial electrical distribution systems: a) operation planning of radial electrical distribution system, considering the existence of distributed generators and the presence of devices voltage regulators; b) optimal allocation of capacitor banks and voltage regulators in radial electric power distribution systems; and c) short-term expansion planning of radial distribution systems. The first problem defines the most appropriate adjustments of active and reactive power injections of the distributed generators, the number of modules in operation of capacitor banks and the tap position of the voltage regulators, in order to minimize active energy losses of the network. The second problem determines the allocation of capacitor banks (location, number of installed modules and number of modules operating) and the allocation of voltage regulators (location, type and the tap position) with the objective of minimizing the total annual investment costs and energy losses. The third problem performs the reconductoring of existing circuit, the construction and selection of the type of conductor of new circuits, the allocation of capacitor banks (location, number of modules installed and number of modules operating) and the allocation of voltage regulators (location) in order to minimize the total annual investment costs and energy losses. For each optimization problem the respective mathematical model of mixed integer nonlinear programming is presented. All proposed convex mixed integer linear programming models, for the three optimization problems of radial electrical distribution systems are equivalent to their respective original models of mixed integer nonlinear programming. The use of a convex mixed integer linear model guarantees convergence to optimality using existing optimization software. In the three proposed formulations, calculation the steady-state operation of the electrical distribution network is modeled mathematically using linear expressions. The proposed models have been implemented in mathematical modeling language AMPL and solved using the CPLEX commercial solver. Test systems with 34, 42, 54, 70, 136, 201, 202 and 400 nodes were used to show the accuracy of the mathematical models, as well as the efficiency of the proposed solution.

Keywords: Distribution system optimization. Operation planning of distribution systems. Allocation of capacitor banks and voltage regulators. Short-term expansion planning of distribution systems. Mixed integer linear programming.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Sistema de três nós	46
Figura 2	Discretização do quadrado da magnitude da tensão $V_{j,d}^{sqr}$	50
Figura 3	Exemplo ilustrativo da discretização do quadrado da magnitude de tensão $V_{j,d}^{sqr}$	52
Figura 4	Ajuste linear de $P_{ij,d}^2$ para o primeiro subintervalo: $P_{ij,d} \geq 0$	53
Figura 5	Ajuste linear de $P_{ij,d}^2$ para os dois primeiros subintervalos: $P_{ij,d} \geq 0$	53
Figura 6	Cálculo de $P_{ij,d}^2$: $P_{ij,d} \geq 0$	54
Figura 7	Ilustração da modelagem linear por partes da função $P_{ij,d}^2$, segundo Alguacil, Motto e Conejo (2003)	56
Figura 8	Diagrama unifilar do sistema de distribuição de 34 nós	60
Figura 9	Perfil da magnitude de tensão do sistema teste de 34 nós	61
Figura 10	Diagrama unifilar do sistema de distribuição de 70 nós	63
Figura 11	Perfil da magnitude de tensão do sistema teste de 70 nós	63
Figura 12	Diagrama unifilar do sistema de distribuição de 136 nós	65
Figura 13	Perfil da magnitude de tensão do sistema teste de 136 nós	66
Figura 14	Diagrama unifilar do sistema de distribuição de 202 nós	68
Figura 15	Perfil da magnitude de tensão do sistema teste de 202 nós	69
Figura 16	Perfil da magnitude de tensão do sistema teste de 400 nós	71
Figura 17	Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 34 nós: Dados da Tabela 1	73
Figura 18	Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 70 nós: Dados da Tabela 3	74
Figura 19	Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 136 nós: Dados da Tabela 5	74

Figura 20	Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 202 nós: Dados da Tabela 7	75
Figura 21	Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 400 nós: Dados da Tabela 9	75
Figura 22	Tempo computacional com a variação de S : modelo LIM (28)-(45) . .	76
Figura 23	Tempo computacional com a variação de R : modelo LIM (28)-(45) . .	77
Figura 24	GD m instalado no nó i	83
Figura 25	Curva de capacidade de um GS	84
Figura 26	Curva de capacidade de um GIDA	85
Figura 27	BC chaveado instalado no nó i	86
Figura 28	Circuito ij com RT	87
Figura 29	Aproximação linear da função $\left(\frac{nt_{ij,d}}{nt}\right)^2$	91
Figura 30	Sistema de distribuição de 42 nós	93
Figura 31	Demanda de potências ativa e reativa para cada hora do dia	94
Figura 32	Perfil de tensão para carregamento mínimo - MOs 1, 2 e 3	95
Figura 33	Perfil de tensão para carregamento máximo - MOs 1, 2 e 3	96
Figura 34	Perdas de energia do sistema - MOs 1, 2 e 3	97
Figura 35	Contribuição total de potência reativa dos GDs e BCs - MOs 1, 2 e 3 .	97
Figura 36	Contribuição total de potência reativa dos BCs - MOs 1, 2 e 3	101
Figura 37	Potência gerada pelos GDs - MOs 1, 2 e 3	108
Figura 38	Pontos de operação dos GDs - MO 1 no período de 24 horas	108
Figura 39	Pontos de operação dos GDs - MO 3 no período de 24 horas	109
Figura 40	Erro relativo entre os resultados do modelo proposto e do FC	109
Figura 41	Regulação de Tensão dos RTs	116
Figura 42	Perfil da magnitude de tensão do sistema teste de 70 nós: Resultados dos testes apresentados na Tabela 23 - Demanda máxima	124

Figura 43	Erro relativo das magnitudes de tensão - Sistema de 70 nós: Teste AC x FC	125
Figura 44	Erro relativo das magnitudes de tensão - Sistema de 70 nós: Teste ART x FC	125
Figura 45	Erro relativo das magnitudes de tensão - Sistema de 70 nós: Teste ACRT x FC	126
Figura 46	Fronteira de Pareto para o sistema de 70 nós: Testes ACRT e AC . . .	127
Figura 47	Perfil da magnitude de tensão do sistema teste de 136 nós: Resultados dos testes apresentados na Tabela 24	128
Figura 48	Erro relativo das magnitudes de tensão - Sistema de 136 nós: Testes AC ou ACRT x FC	129
Figura 49	Erro relativo das magnitudes de tensão - Sistema de 136 nós: Teste ART x FC	129
Figura 50	Fronteira de Pareto para o sistema de 136 nós: Teste ACRT	130
Figura 51	Sistema teste de 54 nós	143
Figura 52	Magnitude de tensão do sistema teste de 54 nós: Casos 1, 2 e 4	149
Figura 53	Magnitude de tensão do sistema teste de 201 nós: Casos 1, 2 e 4 . . .	158

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 34 nós: Caso 1	61
Tabela 2	Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 34 nós: Caso 2	62
Tabela 3	Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 70 nós: Caso 1	64
Tabela 4	Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 70 nós: Caso 2	64
Tabela 5	Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 136 nós: Caso 1	67
Tabela 6	Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 136 nós: Caso 2	67
Tabela 7	Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 202 nós: Caso 1	70
Tabela 8	Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 202 nós: Caso 2	70
Tabela 9	Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 400 nós: Caso 1	72
Tabela 10	Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 400 nós: Caso 2	72
Tabela 11	Características computacionais do problema de FC	78
Tabela 12	Resultados de FP e carregamento dos GDs - MO 1	97
Tabela 13	Resultados de carregamento dos GDs - MO 2	98
Tabela 14	Resultados de FP e carregamento dos GDs - MO 3	99
Tabela 15	Configuração dos BCs - MO 1	101
Tabela 16	Configuração dos BCs - MO 2	102

Tabela 17	Configuração dos BCs - MO 3	103
Tabela 18	Configuração dos taps dos RTs - MO 1	104
Tabela 19	Configuração dos taps dos RTs - MO 2	105
Tabela 20	Configuração dos taps dos RTs - MO 3	106
Tabela 21	Características computacionais do problema de POSD radiais	110
Tabela 22	Valores de algumas constantes	122
Tabela 23	Resumo dos resultados do sistema de 70 nós	123
Tabela 24	Resumo dos resultados do sistema de 136 nós	127
Tabela 25	Características computacionais do problema de alocação ótima de BCs e RTs em um SD radial	131
Tabela 26	Valores de alguns parâmetros	142
Tabela 27	Custo anualizado de recondutoramento do condutor do tipo b para con- dutor do tipo a (10^3 US\$/Km)	142
Tabela 28	Características técnicas dos tipos de condutores	142
Tabela 29	Dados e resultados do sistema de distribuição de 54 nós	144
Tabela 30	Resumo dos resultados do sistema de distribuição de 54 nós: Casos 1, 2 e 4	147
Tabela 31	Comparação das perdas de potência ativa do sistema de 54 nós - Mo- delo LIM x FC: Caso 1	148
Tabela 32	Comparação das perdas de potência ativa do sistema de 54 nós - Mo- delo LIM x FC: Caso 2	148
Tabela 33	Comparação das perdas de potência ativa do sistema de 54 nós - Mo- delo LIM x FC: Caso 4	148
Tabela 34	Circuitos construídos com tipos diferentes de condutores - Sistema teste de 54 nós: Casos 1, 2 e 4	149
Tabela 35	Dados e resultados do sistema de distribuição de 201 nós	150
Tabela 36	Resumo dos resultados do sistema de distribuição de 201 nós: Casos 1, 2 e 4	157

Tabela 37	Comparação das perdas de potência ativa do sistema de 201 nós - Modelo LIM x FC: Caso 1	157
Tabela 38	Comparação das perdas de potência ativa do sistema de 201 nós - Modelo LIM x FC: Caso 2	158
Tabela 39	Comparação das perdas de potência ativa do sistema de 201 nós - Modelo LIM x FC: Caso 4	158
Tabela 40	Circuitos reconduzidos e novos circuitos com tipos de condutores diferentes para cada caso - Sistema teste de 201 nós: Casos 1, 2 e 4 . .	159
Tabela 41	Características computacionais do problema de PCPE dos SD radiais .	160
Tabela 42	Dados do sistema de distribuição de 34 nós	179
Tabela 43	Dados do sistema de distribuição de 70 nós	180
Tabela 44	Dados do sistema de distribuição de 136 nós	182
Tabela 45	Dados do sistema de distribuição de 202 nós	186
Tabela 46	Dados do sistema de distribuição de 400 nós	191
Tabela 47	Dados do sistema de distribuição de 42 nós	201
Tabela 48	Demanda de potências ativa (MW) e reativa (MVar) do sistema de 42 nós durante o período de 1 às 4 horas	202
Tabela 49	Demanda de potências ativa (MW) e reativa (MVar) do sistema de 42 nós durante o período de 5 às 8 horas	203
Tabela 50	Demanda de potências ativa (MW) e reativa (MVar) do sistema de 42 nós durante o período de 9 às 12 horas	204
Tabela 51	Demanda de potências ativa (MW) e reativa (MVar) do sistema de 42 nós durante o período de 13 às 16 horas	206
Tabela 52	Demanda de potências ativa (MW) e reativa (MVar) do sistema de 42 nós durante o período de 17 às 20 horas	207
Tabela 53	Demanda de potências ativa (MW) e reativa (MVar) do sistema de 42 nós durante o período de 21 às 24 horas	208

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AC	Alocação de Capacitores
ART	Alocação de Reguladores de Tensão
ACRT	Alocação de Capacitores e Reguladores de Tensão
AMPL	A Mathematical Programming Language
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
BC	Banco de Capacitores
FC	Fluxo de Carga
GD	Gerador Distribuído
GIDA	Gerador de Indução Duplamente Alimentado
GS	Gerador Síncrono
KNITRO	Nonlinear Interior-point Trust Region Optimizer
LIM	Linear Inteira(o) Mista(o)
MO	Modo de Operação
MO 1	Gerador Distribuído Operando no Modo de Tensão Terminal Constante igual a 1,0 pu
MO 2	Gerador Distribuído Operando no Modo de Fator de Potência Constante igual a 1,0
MO 3	Gerador Distribuído Operando Livremente
NLIM	Não Linear Inteira(o) Mista(o)
PCPE	Planejamento a Curto Prazo da Expansão
PL	Programação Linear
PLIM	Programação Linear Inteira Mista
PNL	Programação Não Linear
PNLIM	Programação Não Linear Inteira Mista
PORP	Ponto de Operação em Regime Permanente
POSD	Planejamento da Operação dos Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica
SD	Sistema(s) de Distribuição de Energia Elétrica
RT	Regulador de Tensão

LISTA DE SÍMBOLOS

Conjuntos:

Ω_c^{bc}	Conjunto de bancos de capacitores chaveados.
Ω_f^{bc}	Conjunto de bancos de capacitores fixos.
Ω_c	Conjunto de circuitos.
Ω_c^{rt}	Conjunto de circuitos com regulador de tensão.
Ω^{gd}	Conjunto de geradores distribuídos.
Ω_{fp}^{gd}	Conjunto de geradores distribuídos operando no modo de fator de potência constante.
Ω_v^{gd}	Conjunto de geradores distribuídos operando no modo de tensão terminal constante.
Ω_d	Conjunto de níveis de demanda.
Ω_N	Conjunto de nós.
Ω_r	Conjunto de reguladores de tensão.
Ω_a	Conjunto de tipos de condutores.

Funções:

$L_{ij,d,r}$	Aproximação linear de $P_{ij,d}^2$ restrita ao r-ésimo subintervalo.
L_{bcc}	Função que associa um banco de capacitor chaveado em um nó do sistema.
L_{bcf}	Função que associa um banco de capacitor fixo em um nó do sistema.
L_{gd}	Função que associa um gerador distribuído em um nó do sistema.

Constantes:

$Q_m^{gd,k}$	Abcissa do k-ésimo ponto característico da curva de capacidade dos geradores distribuídos.
Q^{mod}	Capacidade de potência reativa de cada módulo de capacitor (kVAr).
Q_n^{esp}	Capacidade de potência reativa de cada módulo do banco de capacitor chaveado n (kVAr).
l_{ij}	Comprimento do circuito ij (Km).
c_d^{ls}	Custo das perdas de energia no nível de demanda d (US\$/kWh).
c^{mod}	Custo de cada módulo de capacitor (US\$).
c^{bc}	Custo de instalação de um banco de capacitores (US\$).
c^{ch}	Custo do controlador automático do banco de capacitor chaveado.

$c_{b,a}$	Custo do recondutoramento do condutor do tipo b para o condutor do tipo a (US\$/Km).
c^{rt}	Custo de instalação de um regulador de tensão (US\$).
c_r^{rt}	Custo de instalação de um regulador de tensão do tipo r (US\$).
$P_{i,d}^D$	Demanda de potência ativa no nó i no nível de demanda d (kW).
$Q_{i,d}^D$	Demanda de potência reativa no nó i no nível de demanda d (kVAr).
$f p_m^{esp}$	Fator de potência especificado para o gerador distribuído m .
Z_{ij}	Impedância do circuito ij (Ω).
Z_a	Impedância do condutor do tipo a , por quilômetro (Ω /Km).
$m_{ij,r}^S$	Inclinação do r -ésimo bloco de linearização por partes de $P_{ij,d}^{sqr}$ e $Q_{ij,d}^{sqr}$.
$m_{ij,a,r}^S$	Inclinação do r -ésimo bloco de linearização por partes de $P_{ij,a,d}^{sqr}$ e $Q_{ij,a,d}^{sqr}$.
Q_r^{bcf}	Injeção de potência reativa do banco de capacitor fixo r (kVAr).
\underline{Q}_m^{gd}	Limite inferior de $Q_{m,d}^{gd}$.
$\overline{P}_m^{gd,M}$	Limite máximo de potência mecânica do gerador síncrono.
\overline{P}_m^{gd}	Limite superior de $P_{m,d}^{gd}$.
\overline{Q}_m^{gd}	Limite superior de $Q_{m,d}^{gd}$.
$\overline{\Delta}_{ij,d}^S$	Limite superior dos blocos de linearizações por partes $\Delta_{ij,d,r}^P$ e $\Delta_{ij,d,r}^Q$.
V_m^{esp}	Magnitude de tensão especificada para o gerador distribuído m (kV).
V^{nom}	Magnitude da tensão nominal (kV).
\bar{I}_a	Magnitude máxima de corrente do condutor do tipo a (A).
\bar{I}_r	Magnitude máxima de corrente do regulador de tensão do tipo r (A).
\bar{V}	Magnitude máxima de tensão (kV).
\bar{I}_{ij}	Magnitude máxima do fluxo de corrente no circuito ij (A).
\underline{V}	Magnitude mínima de tensão (kV).
$\overline{\Delta}^{bcc}$	Máxima variação de módulos de capacitores em operação, em horas consecutivas.
$\overline{\Delta}^{nt}$	Máxima variação de passos do tap do regulador de tensão, em horas consecutivas.
R	Número de linearizações por partes das variáveis $P_{ij,d}^{sqr}$, $Q_{ij,d}^{sqr}$, $P_{ij,a,d}^{sqr}$ e $Q_{ij,a,d}^{sqr}$.
S	Número de discretizações das variáveis $V_{j,d}^{sqr}$ e $\tilde{V}_{j,d}^{sqr}$.
\bar{n}^{bc}	Número máximo de bancos de capacitores que podem ser instalados no sistema.
\bar{n}_n^{bcc}	Número máximo de módulos de capacitores do banco de capacitor chaveado n .
\bar{n}_b^{mod}	Número máximo de módulos de capacitores que podem ser instalados em um nó do sistema.
$2\bar{n}t$	Número máximo de passos do regulador de tensão.
$2\bar{n}t_{ij}$	Número máximo de passos do regulador de tensão conectado no circuito ij .
\bar{n}^{rt}	Número máximo de reguladores de tensão que podem ser adicionados no sistema.
$P_m^{gd,k}$	Ordenada do k -ésimo ponto característico da curva de capacidade dos geradores distribuídos.

$R\%$	porcentagem de regulação do regulador de tensão.
$R_{ij}\%$	porcentagem de regulação do regulador de tensão conectado no circuito ij .
X_{ij}	Reatância do circuito ij (Ω).
X_a	Reatância do condutor do tipo a , por quilômetro (Ω/Km).
R_{ij}	Resistência do circuito ij (Ω).
R_a	Resistência do condutor do tipo a , por quilômetro (Ω/Km).
$\overline{\Delta}^V$	Tamanho do passo de discretização de $V_{j,d}^{sqr}$ e $\tilde{V}_{j,d}^{sqr}$.
τ_l	Taxa de interesse dos custos das perdas de potência ativa.
κ_c	Fator de recuperação de capital do banco de capacitor.
κ_a	Fator de recuperação de capital do condutor.
κ_r	Fator de recuperação de capital do regulador de tensão.
α_d	Tempo de demanda d (h).
tc_{ij}	Tipo de condutor conectado no circuito ij . Se $tc_{ij} = 0$, não existe condutor no circuito ij .

Variáveis Contínuas:

$P_{m,d}^{gd}$	Contribuição de potência ativa do gerador distribuído m no nível de demanda d (kW).
$Q_{n,d}^{bcc}$	Contribuição de potência reativa do banco de capacitor chaveado n no nível de demanda d (kVAr).
$Q_{m,d}^{gd}$	Contribuição de potência reativa do gerador distribuído m no nível de demanda d (kVAr).
$P_{i,d}^S$	Fluxo de potência ativa gerada pela subestação no nó i , no nível de demanda d (kW).
$P_{ij,d}$	Fluxo de potência ativa no circuito ij , no nível de demanda d (kW).
$P_{ij,a,d}$	Fluxo de potência ativa no circuito ij para o condutor do tipo a , no nível de demanda d (kW).
$P'_{ij,d}$	Fluxo de potência ativa no circuito ij , no nível de demanda d (kW).
$Q_{i,d}^S$	Fluxo de potência reativa gerada pela subestação no nó i , no nível de demanda d (kVAr).
$Q_{ij,d}$	Fluxo de potência reativa no circuito ij , no nível de demanda d (kVAr).
$Q_{ij,a,d}$	Fluxo de potência reativa no circuito ij para o condutor do tipo a , no nível de demanda d (kVAr).
$Q'_{ij,d}$	Fluxo de potência reativa no circuito ij , no nível de demanda d (kVAr).
$V_{m,d}^{gd}$	Magnitude de tensão do gerador distribuído m , no nível de demanda d (kV).
$\tilde{V}_{j,d}$	Magnitude de tensão não regulada no nó j , no nível de demanda d (kV).
$V_{i,d}$	Magnitude de tensão no nó i , no nível de demanda d (kV).
$I_{ij,d}$	Magnitude do fluxo de corrente no circuito ij , no nível de demanda d (A).

$I_{ij,a,d}$	Magnitude do fluxo de corrente no circuito ij contendo condutor do tipo a , no nível de demanda d .
$V_{i,d}^{sqr}$	Quadrado da magnitude de tensão $V_{i,d}$.
$\tilde{V}_{j,d}^{sqr}$	Quadrado da magnitude de tensão não regulada $\tilde{V}_{j,d}$.
$I_{ij,d}^{sqr}$	Quadrado da magnitude do fluxo de corrente $I_{ij,d}$.
$I_{ij,a,d}^{sqr}$	Quadrado da magnitude do fluxo de corrente $I_{ij,a,d}$.
$t_{ij,d}^{sqr}$	Quadrado do tap $t_{ij,d}$.
$nt_{ij,d}^+$	Variável auxiliar de $ nt_{ij,d} $, não negativa.
$nt_{ij,d}^-$	Variável auxiliar de $ nt_{ij,d} $, não negativa.
$P_{ij,d}^+$	Variável auxiliar usada no cálculo de $ P_{ij,d} $.
$P_{ij,d}^-$	Variável auxiliar usada no cálculo de $ P_{ij,d} $.
$P_{ij,a,d}^+$	Variável auxiliar usada no cálculo de $ P_{ij,a,d} $.
$P_{ij,a,d}^-$	Variável auxiliar usada no cálculo de $ P_{ij,a,d} $.
$Q_{ij,d}^+$	Variável auxiliar usada no cálculo de $ Q_{ij,d} $.
$Q_{ij,d}^-$	Variável auxiliar usada no cálculo de $ Q_{ij,d} $.
$Q_{ij,a,d}^+$	Variável auxiliar usada no cálculo de $ Q_{ij,a,d} $.
$Q_{ij,a,d}^-$	Variável auxiliar usada no cálculo de $ Q_{ij,a,d} $.
$P_{j,d,s}^c$	Variável de correção de potência usada nas linearizações de $V_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{sqr}$ e $\tilde{V}_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{sqr}$.
$V_{j,d,s}^c$	Variável de correção de tensão usada na linearização de $t_{ij,d}^{sqr} \tilde{V}_{j,d}^{sqr}$.
n_i^{mod}	Variável que representa o número de módulos de capacitores alocados no nó i .
$\Delta_{ij,d,r}^P$	Variável usada para determinar o valor do r -ésimo bloco de linearização por partes de $P_{ij,d}$, $ P_{ij,d} $ e $ P_{ij,a,d} $.
$\Delta_{ij,d,r}^Q$	Variável usada para determinar o valor do r -ésimo bloco de linearização por partes de $Q_{ij,d}$, $ Q_{ij,d} $ ou $ Q_{ij,a,d} $.
$\Delta_{ij,a,d,r}^Q$	Variável usada para determinar o valor do r -ésimo bloco de linearização por partes de $ Q_{ij,a,d} $.
$t_{ij,d}$	Tap do regulador de tensão instalado no circuito ij , no nível de demanda d .

Variáveis Discretas:

$y_{ij,a}$	Construção do circuito ij usando o condutor do tipo a .
$na_{n,d}^{bcc}$	Número inteiro de módulos de capacitores em operação do banco de capacitor chaveado n , no nível de demanda d .
$n_{i,d}^{mod}$	Número de módulos de capacitores operando no nó i , no nível de demanda d .
$nt_{ij,d}$	Número inteiro de passos do tap do regulador de tensão conectado o circuito ij no nível de demanda d .
q_i^{bc}	Variável binária associada à alocação de um banco de capacitor no nó i .
v_{ij}	Variável binária associada à alocação de regulador de tensão no circuito ij .

$v_{ij,r}$	Variável binária associada à alocação de regulador de tensão do tipo r , no circuito ij .
q_i^{ch}	Variável binária associada à instalação de um banco de capacitor chaveado no nó i .
$b_{ij,d}$	Variável binária que define a região de operação dos taps dos reguladores de tensão.
$x_{j,d,s}$	Variável binária usada nas discretizações do quadrado da magnitude de tensão $V_{j,d}^{sqr}$ e do quadrado da magnitude de tensão não regulada $\tilde{V}_{j,d}^{sqr}$.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	25
1.1	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	28
1.1.1	POSD Radiais	28
1.1.2	Alocação Ótima de BCs e RTs em um SD Radial	29
1.1.2.1	BCs	29
1.1.2.2	RTs	32
1.1.2.3	BCs e RTs	34
1.1.3	PCPE Radiais	37
1.1.4	Comentários sobre a Revisão Bibliográfica	40
1.2	OBJETIVOS DA TESE	41
1.2.1	Objetivo Geral	41
1.2.2	Objetivos Específicos	41
1.3	CONTRIBUIÇÕES DA TESE	41
1.4	ESTRUTURA DA TESE	42
1.5	OBSERVAÇÕES SOBRE O USO DAS SIGLAS PLIM e LIM	43
2	PONTO DE OPERAÇÃO EM REGIME PERMANENTE DE UM SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA RADIAL	45
2.1	EQUAÇÕES DE FC	46
2.2	FORMULAÇÃO NÃO LINEAR PARA O PROBLEMA DE FC	48
2.3	LINEARIZAÇÕES	49
2.3.1	Linearização de $V_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{sqr}$	49
2.3.1.1	Exemplo Ilustrativo da linearização de $V_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{sqr}$	51
2.3.2	Linearização de $P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2$	52

2.3.2.1	Exemplos Ilustrativos das linearizações de $P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2$	57
2.4	FORMULAÇÃO LIM PARA O PROBLEMA DE FC	58
2.5	TESTES E RESULTADOS	59
2.5.1	Sistema Teste de 34 Nós	60
2.5.2	Sistema Teste de 70 Nós	62
2.5.3	Sistema Teste de 136 Nós	65
2.5.4	Sistema Teste de 202 Nós	68
2.5.5	Sistema Teste de 400 Nós	71
2.5.6	Uma Nota Sobre os parâmetros R e S	73
2.6	CARACTERÍSTICAS COMPUTACIONAIS DO PROBLEMA DE FC	77
2.7	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	78
3	PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DOS SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA RADIAIS	81
3.1	INTRODUÇÃO	81
3.2	Modelagem dos GDs	83
3.3	Modelagem dos BCs	85
3.4	Modelagem dos RTs	86
3.5	FORMULAÇÃO NLIM PARA O PROBLEMA DE POSD RADIAIS	87
3.6	LINEARIZAÇÕES	89
3.6.1	Linearizações de $\tilde{V}_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{sqr}$ e $P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2$	89
3.6.2	Linearização de $I_{ij,d}^{sqr} \tilde{V}_{j,d}^{sqr}$	90
3.6.3	Linearização de $1 + 2R_{ij}\% \frac{nt_{ij,d}}{nt_{ij}} + (R_{ij}\%)^2 \left(\frac{nt_{ij,d}}{nt_{ij}} \right)^2$	91
3.7	FORMULAÇÃO LIM PARA O PROBLEMA DE POSD RADIAIS	92
3.8	TESTES E RESULTADOS	93
3.9	CARACTERÍSTICAS COMPUTACIONAIS DO PROBLEMA DE POSD RADIAIS	110
3.10	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	110

4	ALOCAÇÃO ÓTIMA DE BANCOS DE CAPACITORES E REGULADORES DE TENSÃO EM UM SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA RADIAL	113
4.1	INTRODUÇÃO	113
4.2	O PROBLEMA DA ALOCAÇÃO ÓTIMA DE BCs E RTs EM UM SD RADIAL	115
4.2.1	Modelagem dos BCs	115
4.2.2	Modelagem dos RTs	115
4.2.3	Restrições de Magnitudes de Tensão e Corrente	116
4.3	FORMULAÇÃO NLIM PARA O PROBLEMA DA ALOCAÇÃO ÓTIMA DE BCs E RTs EM UM SD RADIAL	117
4.4	LINEARIZAÇÕES	118
4.5	FORMULAÇÃO LIM PARA O PROBLEMA DA ALOCAÇÃO ÓTIMA DE BCs E RTs EM UM SD RADIAL	120
4.6	UMA ABORDAGEM MULTIOBJETIVA PARA O PROBLEMA DA ALOCAÇÃO ÓTIMA DE BCs E RTs	120
4.7	TESTES E RESULTADOS	121
4.7.1	Sistema Teste de 70 Nós	122
4.7.2	Sistema Teste de 136 Nós	126
4.8	CARACTERÍSTICAS COMPUTACIONAIS DO PROBLEMA DA ALOCAÇÃO ÓTIMA DE BCs E RTs EM UM SD RADIAL	130
4.9	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	131
5	PLANEJAMENTO A CURTO PRAZO DA EXPANSÃO DOS SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA RADIAIS	133
5.1	INTRODUÇÃO	133
5.2	HIPÓTESES	135
5.2.1	Modelagem dos Bancos de Capacitores	135
5.2.2	Modelagem dos Reguladores de Tensão	136
5.3	FORMULAÇÃO NLIM PARA O PROBLEMA DE PCPE DOS SD RADIAIS	137
5.4	LINEARIZAÇÕES	138

5.5	FORMULAÇÃO LIM PARA O PROBLEMA DE PCPE DOS SD RADIAIS	140
5.6	TESTES E RESULTADOS	141
5.6.1	Sistema de Distribuição de 54 Nós	144
5.6.2	Sistema de Distribuição de 201 Nós	150
5.7	CARACTERÍSTICAS COMPUTACIONAIS DO PROBLEMA DE PCPE DOS SD RADIAIS	159
5.8	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	160
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	163
6.1	CONCLUSÕES	163
6.2	TRABALHOS FUTUROS	165
	REFERÊNCIAS	167
	APÊNDICE A - TRABALHOS PUBLICADOS PELO AUTOR	177
	APÊNDICE B - DADOS DE ALGUNS SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO TESTADOS	179
B.1	SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE 34 NÓS	179
B.2	SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE 70 NÓS	180
B.3	SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE 136 NÓS	182
B.4	SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE 202 NÓS	186
B.5	SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE 400 NÓS	191
B.6	SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE 42 NÓS	201

1 INTRODUÇÃO

Na otimização clássica de problemas, existem duas fases muito bem definidas, isto é, a elaboração da modelagem matemática e a escolha da técnica de solução para resolver o modelo matemático formulado. Segundo Hashimoto (2005), deve existir um compromisso entre estas duas fases. Assim, a modelagem matemática deve representar de maneira adequada o problema da vida real e, além disso, permitir sua resolução por técnicas de solução disponíveis e com esforços computacionais aceitáveis. Neste contexto, o conceito de modelagem adequada varia com o tempo, porque modelos muito complexos hoje podem se tornar adequados no futuro com o aparecimento de novas técnicas de solução e/ou a fabricação de computadores muito mais velozes que os disponíveis atualmente. É também evidente que a técnica de resolução escolhida encontra uma solução para o modelo matemático e não necessariamente para o problema da vida real.

Frequentemente, a modelagem matemática para um problema de otimização pode ser classificada como de programação linear (PL), programação não linear (PNL), programação linear inteira mista (PLIM) ou programação não linear inteira mista (PNLIM). Para cada tipo de modelo matemático existem diversas técnicas de otimização conhecidas. Por exemplo, os problemas de PL podem ser resolvidos usando um tipo de algoritmo simplex ou um algoritmo de pontos interiores. Para resolver um problema de PNL pode-se usar várias técnicas tradicionais de otimização (técnicas baseadas em gradiente, relaxação Lagrangeana, método de Newton, programação linear sucessiva, etc.) ou recentemente um algoritmo de pontos interiores. Para resolver um problema de PLIM pode-se usar a decomposição matemática de Benders, plano de cortes de Gomory ou um algoritmo tipo branch and bound (e suas versões modernas branch and cut ou branch and price). Finalmente, resolver um problema de PNLIM é uma tarefa muito complicada e a teoria relacionada com a otimização clássica é muito pequena. Assim, imagine-se que os solvers comerciais que resolvem esse tipo de problema estão baseados em algoritmos tipo branch and bound. Cabe destacar que para os problemas de PL e PLIM existem condições necessárias e suficientes de otimização teoricamente provadas que garantem se uma dada solução factível é ótima ou não. Para os problemas de PNL e PNLIM não existem tais condições de otimização, exceto através da comparação explícita ou implícita desta solução com cada uma das soluções do espaço de busca. Adicionalmente, para problemas de PLIM ou PNLIM de grande porte, as técnicas de otimização clássicas apresentam problemas de tempo de processamento para encontrar soluções ótimas ou sub-ótimas de qualidade. Por outro lado, existem as heurísticas e metaheurísticas para tentar resolver problemas de otimização, especialmente, para aqueles cujos modelos matemáticos são de tipo PLIM ou de PNLIM. Um fato importante

a ser observado é que quando são usadas heurísticas ou metaheurísticas, não existe uma separação bem definida entre a modelagem matemática e a técnica de solução (como acontece na otimização clássica). Na verdade, quando são utilizadas as heurísticas ou metaheurísticas para resolver alguns problemas de otimização, o que permanece claramente diferenciado é a técnica de otimização. Um outro fato importante a ser observado é que as heurísticas e metaheurísticas podem resolver problemas de otimização onde não é possível obter uma modelagem matemática ou, se existe, então esse modelo matemático ainda não é conhecido. Um exemplo desse tipo de problema é o problema da reconfiguração de alimentadores de sistemas de distribuição em que não se conhecia um modelo matemático que incorpore de forma explícita e através de relações algébricas simples a restrição de radialidade da topologia. Esse fato não permitia resolver esse tipo de problema através de solvers comerciais. Foi provado por Lavorato, Rider e Romero (2012) que esse modelo matemático existe. Entretanto, na literatura especializada existem ainda problemas de otimização em que não se conhece uma modelagem matemática e, portanto, não podem ser resolvidos usando solvers comerciais ou por técnicas de otimização clássica.

No caso da otimização matemática de problemas de sistemas elétricos de potência, pode-se verificar que nas décadas de 50, 60 e 70 as técnicas de otimização clássica eram aplicadas apenas para problemas cujos modelos matemáticos eram problemas de PL como, por exemplo, o problema de fluxo de carga ótimo. Nessas décadas as técnicas clássicas de otimização como o algoritmo branch and bound foram aplicados apenas para problemas de planejamento da expansão que usavam modelos matemáticos relaxados ou simplificados de forma a obter um problema de PLIM. Também os sistemas testados eram basicamente de sistemas de pequeno porte. Na década de 80 apareceram aplicações das técnicas de decomposição de Benders para resolver problemas de PLIM e de PNLIM. Nesses casos foram resolvidos apenas sistemas de complexidade pequena e média. Também, nessa década foi usada a decomposição de Dantzig-Wolfe para resolver problemas de PL de grande porte decorrentes de problemas de otimização. Assim, nessas décadas (de 50 a 80) foram as heurísticas as que foram usadas com mais sucesso para resolver problemas de grande porte relacionados com a otimização de sistemas elétricos de potência. Neste contexto, a busca por modelos matemáticos cada vez mais eficientes não era um tópico relevante.

Na década de 90 foram as metaheurísticas as técnicas de otimização aplicadas com mais sucesso para otimizar problemas relacionados com sistemas elétricos de potência, o que novamente deixou o desenvolvimento de modelos matemáticos como assunto não relevante. Entretanto, a década de 2000 trouxe novos fatos no mundo da otimização de sistemas elétricos. O fato mais relevante é que os solvers comerciais baseados nas técnicas de otimização clássica tornaram-se extremamente eficientes com o avanço das novas técnicas de resolução baseadas em algoritmos branch and bound modernos. Particularmente, solvers de problemas de PLIM como o CPLEX (ILOG, 2008) e seus concorrentes (XPRESS, GUROBI, etc.) tornaram-se ex-

tremamente eficientes quando comparados com suas versões da década de 90. Adicionalmente, pode-se observar que os solvers comerciais que resolvem problemas de PNLIM não evoluíram com a mesma eficiência. Neste contexto, pode-se observar que os pesquisadores de otimização de problemas de sistemas de potência assumiram uma estratégia interessante: (i) um crescente interesse por desenvolver modelos matemáticos para aqueles problemas de otimização em que não se conheciam seus modelos matemáticos ou desenvolver modelos matemáticos mais realistas de muitos problemas de otimização importantes, (ii) para o caso em que esses modelos matemáticos sejam de PLIM então foram usados solvers comerciais como o CPLEX (ILOG, 2008) e seus competidores para resolver esses problemas, (iii) para o caso em que esses modelos matemáticos sejam de PNLIM, então esses problemas foram transformados em problemas de PLIM “equivalentes”, caso seja possível, ou são resolvidos usando solvers de problemas de PNLIM como, por exemplo, o KNITRO (BYRD; NOCEDAL; WALTZ, 2006) ou BONMIN, mesmo sabendo que esses solvers não são eficientes.

A possibilidade de usar solvers comerciais eficientes baseados em técnicas de otimização clássica tornou relevante a pesquisa em desenvolvimento de modelos matemáticos de problemas de otimização de sistemas de potência e, portanto, esse tópico de pesquisa tornou a modelagem matemática em um tema de pesquisa intensa entre os pesquisadores de otimização de problemas de sistemas de potência. Por este motivo, nos últimos anos aumentou muito o número de publicações relacionados com a otimização de sistemas elétricos de potência em que é priorizado o desenvolvimento de modelos matemáticos cada vez mais sofisticados, complexos e próximos da realidade e posteriormente são resolvidos usando solvers comerciais. Esse tema deve continuar relevante nos próximos anos, especialmente se os solvers comerciais tornarem-se cada vez mais eficientes. Neste contexto, a aplicação das heurísticas e das metaheurísticas na otimização de problemas de sistemas de potência deve ser repensada.

Neste trabalho são apresentados modelos de PLIM convexa para resolver os seguintes problemas de otimização de SD radiais: a) planejamento da operação dos SD (POSD) radiais, considerando a existência de geradores distribuídos (GDs) e a presença de dispositivos reguladores de tensão; b) alocação ótima de BCs fixos e chaveados e RTs nos SD radiais; e c) planejamento a curto prazo da expansão (PCPE) dos SD radiais. Para cada problema de otimização é apresentado um modelo matemático de PNLIM e um equivalente modelo de PLIM convexa. Estes problemas foram implementados na linguagem de modelagem matemática AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003) e resolvidos usando o solver comercial CPLEX (ILOG, 2008). O uso de um modelo de PLIM convexa garante a convergência para a solução ótima usando ferramentas de otimização clássica existentes. Os resultados apresentados mostraram a eficiência computacional da metodologia proposta.

1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Baseado na literatura especializada, é apresentada, resumidamente, uma revisão bibliográfica sobre os temas abordados nesta tese.

1.1.1 POSD Radiais

Padilha (2010) apresentou diferentes formulações matemáticas para um problema de otimização que consistiu em determinar a operação mais adequada de dispositivos reguladores de tensão instalados em SD na presença de geração distribuída. Tratar esta questão como um problema de otimização mostrou que se podem conseguir condições tecnicamente viáveis de operação dos elementos dos SD e geração distribuída em situações em que há diferentes variáveis a controlar, tais como, taps de transformadores e de RTs, potências ativa e reativa fornecidas pelos BCs e até mesmo a tensão de referência e potência ativa dos GDs. Os softwares AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003) e KNITRO (BYRD; NOCEDAL; WALTZ, 2006) foram utilizados no desenvolvimento do trabalho e demonstraram bastante eficiência e robustez, sendo o solver, capaz de resolver problemas de fluxo de potência ótimo das diversas modelagens propostas, atendendo satisfatoriamente às restrições, e mostrando em todos os casos as melhorias no perfil de tensão e nas perdas elétricas.

Gonçalves, Alves e Rider (2012) apresentaram uma formulação linear inteira mista LIM para o problema de POSD radiais. O modelo proposto define a geração de potências ativa e reativa dos GDs, o número de módulos de capacitores em operação e o número de passos do tap do RT de modo a minimizar as perdas diárias de energia da rede. O GD considerado opera com fator de potência constante igual a 0,92. O ponto de operação em regime permanente (PORP) do sistema foi modelado por meio de expressões lineares. O problema foi implementado na linguagem de modelagem matemática AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003) e resolvido usando o solver comercial CPLEX (ILOG, 2008). Um sistema teste de 34 nós (SEGURA, 2006) foi utilizado para mostrar a eficiência da metodologia proposta.

Araújo, Meira e Almeida (2013) apresentaram dois algoritmos para resolver o problema de POSD. O problema consiste em obter os melhores ajustes para: (a) os taps dos transformadores e RTs, (b) os níveis dos BCs e (c) as injeções de potências ativas e reativas dos GDs, de modo que o desempenho da rede fosse melhorado. Dado o grande número de combinações possíveis das definições das variáveis de controle, o problema apresenta explosão combinatória. Para contornar isso, foram propostos dois procedimentos. No primeiro, foi desenvolvido o AG desenvolvido por Chu e Beasley como um mecanismo especial para obter a população inicial. Posteriormente, foi proposto um algoritmo simplificado, que é capaz de obter soluções de boa qualidade a uma complexidade computacional com tempo muito menor comparado ao AG de Chu e Beasley. Foram utilizados os sistemas testes nas redes IEEE-34 barras e IEEE-70 barras.

Os resultados mostraram que os algoritmos propostos são promissores.

1.1.2 Alocação Ótima de BCs e RTs em um SD Radial

1.1.2.1 BCs

Baran e Wu (1989b) apresentaram uma formulação geral e uma metodologia de solução eficiente desenvolvidas para alocação ótima de BCs em SD radiais. O objetivo é minimizar os custos de instalação dos BCs mais os custos das perdas de potência ativa no sistema para manter a regulação de tensão. Um método de solução proposta foi desenvolvido para o problema geral pela decomposição do problema em dois níveis hierárquicos. Um mestre (chamado o problema principal) e um escravo. O problema mestre é um problema de programação inteira e é utilizado para alocar os capacitores. O problema escravo é usado pelo problema mestre como uma subrotina. Este ainda é decomposto em dois níveis: no nível superior, o problema consiste em determinar o tipo de capacitores e no nível mais baixo, o problema consiste em determinar os tamanhos dos capacitores.

Boone e Chiang (1993) propuseram o uso dos AGs para resolver o problema da alocação ótima de capacitores fixos em SD. A função objetivo consiste em dois termos: os custos de alocação dos capacitores (custos na compra, instalação e manutenção) e o custo total das perdas de energia (soma das perdas de potência para cada condição de carga multiplicado pela duração do período de carregamento). Segundo os autores, o AG é bem adequado para o problema da alocação de capacitor fixo em SD devido à sua capacidade de lidar com funções objetivo não-diferenciáveis, sua habilidade para encontrar a melhor solução global e sua velocidade computacional. Os resultados experimentais mostraram que o AG pode encontrar rapidamente a região no espaço de busca contendo a solução ótima global do problema de alocação de capacitor fixo. Estes resultados incentivam a extensão do AG para o problema da alocação de capacitor fixo/chaveado. O sistema teste de 69 barras (BARAN; WU, 1989b) foi utilizado para aplicar a metodologia proposta.

Sundahararajan e Pahwa (1994) apresentaram uma metodologia para determinar a localização, o número, tipo e tamanho dos BCs a serem instalados em um SD radial. O objetivo é minimizar os custos das perdas de potência de pico, os custos das perdas de energia e os custos da alocação dos BCs em um SD. Um método baseado em análise de sensibilidade foi utilizado para selecionar as localizações candidatas para alocação de BCs. Em seguida, foi utilizado AG para determinar a seleção de BCs. O método de solução foi implementado e testado em um sistema de 9 barras e um sistema de 30 barras.

Ng, Salama e Chikhani (2000) apresentaram um levantamento bibliográfico de vários trabalhos publicados até o ano de 2000, em que classifica as técnicas (classificadas em quatro categorias: programação analítica, numérica, heurística e baseada na inteligência artificial) uti-

lizadas para resolver o problema de alocação de capacitores. Este artigo descreve a evolução da investigação e fornece uma avaliação da praticidade e precisão dos algoritmos de alocação de capacitores na literatura. A intenção deste artigo não é fornecer um levantamento completo de toda a literatura na alocação de capacitores, mas para fornecer uma visão mais aprofundada das opções disponíveis de técnicas de alocação de capacitores, destacando suas vantagens e deficiências.

Gallego, Monticelli e Romero (2001) apresentaram um método híbrido baseado na abordagem de Busca Tabu, utilizando características intrínsecas dos AGs e simulated annealing, e de abordagens heurísticas práticas, para o problema da alocação ótima de BCs. O objetivo é minimizar o custo das perdas e dos investimentos ao longo de um período de tempo. A formulação matemática proposta determina os tipos de capacitores (fixos ou chaveados), tamanhos e localizações. A abordagem tem sido extensivamente testado em uma variedade de redes disponíveis na literatura com resultados superiores quanto à qualidade e custo das soluções.

Mekhamer et al. (2002) propuseram duas técnicas heurísticas para reduzir perdas de energia usando capacitores em alimentadores de distribuição radiais com diferentes condições de carga; a primeira consiste em alocar capacitores com o objetivo de maximizar a redução dos custos e a segunda consiste em alocar capacitores para que se obtenha a máxima redução das perdas de energia. Estas técnicas heurísticas desenvolvidas foram baseadas nas técnicas heurísticas apresentadas por Salam, Chikhani e Hackam (1994) e Chis, Salama e Jayaram (1997), respectivamente. Estas novas técnicas podem ser consideradas como uma generalização das abordagens heurísticas anteriores para a alocação de capacitores em alimentadores de distribuição radiais. Os sistemas testes de 9, 22 e 34 barras foram utilizados para aplicar a metodologia proposta.

Pires, Martins e Antunes (2005) apresentaram um modelo de programação matemática multiobjetivo para o Planejamento VAR em SD radiais baseado na metaheurística Tabu Search. O modelo proposto incorpora explicitamente duas funções objetivos conflitantes, os quais representam minimizar as perdas resistivas e os custos com a instalação de capacitores. A metodologia foi aplicada a um SD radial do sistema elétrico Português, e a efetividade do método Tabu Search para resolver este problema de otimização combinatória tem sido demonstrado através dos resultados obtidos.

Silva et al. (2008) apresentaram um algoritmo heurístico construtivo para o problema da alocação ótima de BCs em SD. Este é um problema de otimização não linear inteira mista (NLIM). A metodologia foi aplicada nos sistemas teste de 70 barras (BARAN; WU, 1989b) e 476 barras (GOMES et al., 2005), e os resultados são comparados com aqueles obtidos utilizando uma abordagem de AG. Os autores concluíram que mesmo que uma solução ótima global não pode ser garantida quando aplicada a sistemas de escala muito grande, devido ao fenômeno de explosão combinatorial, a metodologia atingiu soluções ótimas para os dois sistemas de uma maneira eficiente. Além do mais, o algoritmo heurístico proposto pode ser aplicado como uma

ferramenta para se obter conjuntos de soluções possíveis que podem ser usados como soluções iniciais para os AGs e outros tipos de metaheurísticas.

Haffner et al. (2009) apresentaram um modelo de otimização LIM para alocação e realocação de BCs (fixos e chaveados) em SD. O modelo proposto considera a variação diária da carga e a possibilidade de determinar, simultaneamente, o tap ótimo de operação dos transformadores de distribuição. A função objetivo a ser minimizada representa os custos totais de investimento (aquisição, instalação e remoção) e de operação (manutenção e custos associados à violação dos limites de tensão). Nos testes realizados, que incluíram outras redes de distribuição, foi sempre observada grande proximidade entre os resultados obtidos pelo modelo linear apresentado e a solução do fluxo de carga (FC). A validade e a eficiência do modelo apresentado são comprovadas por intermédio de exemplos de aplicação em SD de média tensão.

Segura, Romero e Rider (2010) utilizaram um Algoritmo heurístico eficiente para resolver o problema da alocação ótima de capacitores em SD radiais. Este problema é modelado como um problema de PNLIM. Foi utilizada a solução do modelo matemático de PNL (após relaxar a integralidade das variáveis discretas relacionadas com os capacitores) como uma estratégia de identificar a barra mais atrativa do sistema para adicionar ou colocar novos capacitores, em cada passo de um algoritmo heurístico construtivo. O modelo de PNL é resolvido através de um método de pontos interiores especializados, que utiliza o método de ponto interior preditor-corretor (RIDER; PAUCAR; GARCIA, 2004; TORRES; QUINTANA, 1998). O algoritmo apresentou resultados satisfatórios em termos de qualidade para a solução encontrada e com um esforço de processamento relativamente pequeno, uma vez que resolve um número reduzido de problemas de PNL. A solução obtida no teste é de melhor qualidade do que a solução apresentada por Huang, Yang e Huang (1996), principalmente porque ele tem representado menos investimento e mais economia, e perto da solução relatada no trabalho de Gallego, Monticelli e Romero (2001). A metodologia de solução proposta foi implementada e testada no sistema teste de 70 barras (BARAN; WU, 1989b).

Rao, Narasimhamb e Ramalingaraju (2011) apresentaram uma abordagem eficiente para a alocação de capacitores em SDs radiais, com o objetivo de melhorar o perfil de tensão e reduzir as perdas de energia. A metodologia de solução é dividida em duas partes: na primeira parte os fatores de sensibilidade de perda são usados para determinar as barras que serão alocados capacitores e na segunda parte é utilizado o algoritmo PGSA (Plant Growth Simulation Algorithm) para estimar o tamanho ideal dos capacitores nas barras selecionadas na primeira parte. A principal vantagem do método proposto é que ela não necessita de quaisquer parâmetros de controle externos. A outra vantagem é que ele lida com a função objetivo e as restrições separadamente, evitando o problema de determinar os fatores de barreira. O método proposto foi aplicado nos sistemas radiais de 10, 34 e 85 barras. As soluções obtidas pelo método proposto foram comparadas com outros métodos. O método proposto superou os outros métodos em

termos de qualidade da solução.

Raju, Murthy e Ravindra (2012) propuseram um novo algoritmo para o problema da alocação ótima de BCs (fixos e chaveados) em um SD radial, com o objetivo de minimizar o custo total anual, que representa o custo das perdas anuais de energia e o custo anualizado dos BCs. O algoritmo faz uma busca em todos os locais possíveis do sistema para um determinado tamanho de capacitor e aloca-o na barra que se obtém a máxima redução de perda de potência ativa, determinando o tamanho do BC alocado na barra. Este algoritmo pode ser classificado como um algoritmo de busca direta. Os sistemas padrões de 69 e 85 barras foram considerados. O algoritmo proposto foi comparado com o particle swarm optimization (PSO) e o AG. As perdas de energia utilizando o algoritmo proposto foram significativamente menores em comparação com os outros dois métodos. O algoritmo também é testado num SD radial de 22 barras.

Singh e Rao (2012) apresentaram uma abordagem de otimização por enxame de partículas (PSO) para o problema da alocação ótima de BCs em SDs radiais, com o objetivo de reduzir a perda de energia do sistema e manter a regulação da tensão. A função a ser minimizada é os custos totais de investimento (com a alocação de BCs) e das perdas de energia. Foram utilizados os sistemas testes de 135 e 70 barras e as soluções do método PSO foram comparadas com as soluções obtidas por Tabu Search (HUANG; YANG; HUANG, 1996), o método híbrido apresentado por Gallego, Monticelli e Romero (2001) e AG. Os resultados demonstram que PSO gera maior economia, menos perdas de energia e melhor perfil de tensão em comparação com os outros métodos. Além disso, o tempo de cálculo do PSO é muito menor quando comparado com o AG.

1.1.2.2 RTs

Safigianni e Salis (2000) apresentaram um algoritmo computacional para a seleção e alocação de RTs em redes de distribuição radial (apropriado para grandes redes de distribuição radial), satisfazendo critérios técnicos. O algoritmo é desenvolvido com base em uma função objetivo que avalia os custos das perdas de energia, investimentos e manutenção destes equipamentos. O algoritmo mostrou-se rápido, eficiente e confiável quanto a sua aplicação para redes de distribuição, instalando e selecionando o RT, além do ajuste do tap. O algoritmo descrito neste trabalho foi codificado na linguagem Turbo Pascal. O tempo necessário para a solução do problema foi de 33s usando um processador Pentium 233 MHz. Segundo Alves (2012), este trabalho apresenta uma das primeiras metodologias sistemáticas para resolver o problema de alocação de RTs.

Mendoza et al. (2007) apresentaram um estudo com a finalidade de alocar de forma ótima RTs nos SD. Foi aplicada uma metaheurística nova baseada nos AGs, denominada Micro AG para otimização multiobjetiva. O algoritmo minimiza simultaneamente as perdas totais de ener-

gia e os desvios de tensão do sistema. A técnica utilizada neste trabalho busca soluções ótimas de Pareto usando uma população muito pequena e um conjunto de operadores especiais. O desempenho dos métodos e as hipóteses são avaliados utilizando um sistema teste de 17 nós e um sistema real de 229 nós (SAFIGIANNI; SALIS, 2000). O desempenho positivo do método proposto foi verificado.

Pereira (2009) apresentou um método heurístico para o dimensionamento e alocação ótima de RTs em SD radiais, bem como o ajuste de seus taps. O objetivo é melhorar o perfil de tensão, minimizar os custos de investimento nos RTs e das perdas de potência ativa. O algoritmo desenvolvido para alocação ótima de RTs em redes de distribuição radiais é composto por duas etapas. A primeira etapa visa a seleção, a instalação e o ajuste do tap dos RTs nas barras que proporcionam melhores condições técnicas (menor desvio de tensão e redução das perdas de potência ativa). Na segunda etapa, procura-se reduzir o número de RTs inicialmente alocados, movendo-os adequadamente quando possível até que a melhor condição econômica (mínimos custos de instalação e manutenção) seja obtida. Um FC foi utilizado para definir os nós com maior queda de tensão. Este conjunto de pontos será o espaço para aplicar o algoritmo. Os nós em que serão alocados RT são definidos através de uma busca exaustiva. Foram apresentados os resultados de simulações para os sistemas de 70 barras (BARAN; WU, 1989b), 136 barras (MANTOVANI; CASARI; ROMERO, 2000), 202 barras (CASTRO, 1985) e 400 barras (COSSI, 2008). O método proposto apresentou boa eficiência computacional.

Pereira e Castro (2009) apresentaram um método heurístico para alocar RTs em SD radiais, bem como definir seus respectivos taps, com o objetivo de melhorar o perfil de tensão, minimizar as perdas de potência ativa e minimizar os custos de investimento. O método heurístico proposto é dividido em duas partes. A primeira parte do algoritmo define a barra que deve alocar um RT, além de ajustar o seu tap, visando minimizar as quedas de tensão e as perdas de potência ativa. A segunda parte é baseada no trabalho de Medeiros e Pimentel (2002) e tem por objetivo determinar os possíveis caminhos para a realocação dos RTs, a fim de minimizar o número de RTs. Segundo os autores, o método proposto neste trabalho mostrou-se rápido e eficiente, proporcionando alternativas adequadas para atender as restrições técnicas e econômicas.

Alves (2012) apresentou uma formulação LIM para resolver o problema de alocação ótima de RTs nos SD radiais. O objetivo é melhorar o perfil da magnitude de tensão, reduzir as perdas de potência ativa do sistema e minimizar os custos de instalação dos RTs. A formulação LIM foi implementada na linguagem de modelagem AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003) e solucionada usando o solver comercial CPLEX (ILOG, 2008). Os sistemas testes de 70 nós (BARAN; WU, 1989b), 136 nós (MANTOVANI; CASARI; ROMERO, 2000), 202 nós (CASTRO, 1985) e 400 nós (COSSI, 2008) foram utilizados para mostrar a precisão do modelo matemático, assim como também a eficiência da técnica de solução proposta para resolver o problema. Para cada sistema teste, o modelo proposto reduziu as perdas de potência ativa e fez

a correção da magnitude de tensão.

Borges e Martins (2012) apresentaram uma metodologia baseada em AGs para o problema de planejamento da expansão dos SD dinâmico ativo, em que a integração geração distribuída é considerada, juntamente com as alternativas convencionais de expansão, tais como, religação, reconfiguração de rede, instalação de novos dispositivos de proteção, etc. Todos os aspectos relacionados com o problema de planejamento da expansão, como a análise de múltiplos objetivos, restrições de confiabilidade, modelagem sob incertezas da demanda e da energia fornecida pelas unidades de geração distribuída e planejamento de múltiplos estágios, que são geralmente tratados separadamente, são considerados em um modelo integrado. As incertezas são representadas através da utilização de análise de múltiplos cenários. Estágios múltiplos são incorporados por um algoritmo baseado na teoria de programação pseudo-dinâmico. A solução obtida pelo algoritmo proposto tem boa qualidade e proporciona uma grande redução em relação aos custos totais para a configuração do horizonte de planejamento. Um sistema de teste e um sistema real de grande escala foram utilizados para aplicar a metodologia proposta.

Reddy et al. (2012) apresentaram um método simples para determinar a alocação ótima e a configuração dos taps dos RTs em um SD radial desequilibrado através da análise de queda de tensão e do algoritmo PSO, respectivamente. O objetivo é minimizar as perdas de potência no sistema, mantendo o perfil apropriado de tensão com a instalação de RTs. A eficácia do método proposto é ilustrado em um sistema teste radial desequilibrado de 25 barras. Os autores concluíram, a partir dos resultados dos testes, que o modelo proposto é válido e de confiança.

1.1.2.3 BCs e RTs

Grainger e Civanlar (1985a) apresentaram um trabalho para o controle de volt/var em SD radiais, com o objetivo de minimizar a potência de pico e as perdas de energia e fornecer um perfil de tensão suave ao longo de uma rede de distribuição com ramos laterais, sob diferentes condições de carga. Este trabalho é dividido em três partes. Na parte I (GRAINGER; CIVANLAR, 1985a), o problema é tratado como dois problemas desacoplados: o primeiro refere-se ao problema de alocação de BCs (VAr) o qual determina a localização, tamanho e o controle em tempo real das chaves, especificando o número das mudanças do interruptor ON/OFF; o segundo refere-se ao problema de alocação dos RTs (VOLT) o qual determina a localização e o controle em tempo real do número mínimo de RTs operando no sistema. O objetivo de ambos os problemas é minimizar as perdas de energia, mantendo um perfil de tensão dentro dos seus limites ao longo do SD com ramificações. Na parte II (GRAINGER; CIVANLAR, 1985b), é apresentado o método de solução proposto e na parte III (GRAINGER; CIVANLAR, 1985c) os resultados numéricos. Foi utilizado um sistema teste de 30 barras para aplicar a metodologia proposta. Os resultados mostram que a metodologia empregada nas três partes oferece uma base sólida para a implementação em sistemas físicos reais.

Carpinelli et al. (2006) apresentaram um trabalho o qual investiga o problema da escolha simultânea de locais ótimos para alocar capacitores e RTs em SD trifásicos e desequilibrados. O procedimento de dimensionamento e de alocação não apenas minimiza as perdas de energia ao longo de alimentadores de distribuição, mas também garante que ambos os capacitores e RTs terão o mínimo impacto possível sobre a distorção harmônica de tensão de barra no sistema. O objetivo é determinar os melhores locais e tamanhos dos capacitores shunt para cada fase e de RTs, de modo que o custo total dos capacitores, os reguladores, as perdas totais de energia da rede e o custo total de distorções harmônicas de tensão da rede sejam minimizados. Este problema foi modelado como um problema de otimização não linear com variáveis mistas e resolvido utilizando um AG básico. O algoritmo foi implementado e testado no sistema teste IEEE de 34 barras. A metodologia mostrou-se eficaz.

Szuvovivski (2008) apresentou uma técnica de AGs com o Fluxo de Potência Ótimo com base no Método Primal-Dual de Pontos Interiores para resolver um problema de otimização multiobjetivo de alocação ótima de BCs e RTs em um SD. A formulação matemática considera a minimização dos custos das perdas de potência ativa na rede, penalizando violações dos limites de tensões e queda de tensão e dos custos dos BCs e RTs. A metodologia desenvolvida mostrou-se eficaz na solução de problemas de otimização, pois em relação às simulações realizadas, estas apresentaram resultados satisfatórios tendo todos os custos envolvidos na função objetivo reduzidos após alocação dos equipamentos de regulação. Os resultados para o algoritmo proposto são apresentados para os SD radiais de 11 e 70 barras (BARAN; WU, 1989b).

Park, Sohn e Park (2009) apresentaram um trabalho baseado nos AGs para o problema da alocação ótima de capacitores em um SD, considerando os custos de operação. O método de planejamento para a instalação de capacitores em um SD para reduzir os custos de instalação e minimizar a perda de energia elétrica considera a vida útil e o estado de funcionamento dos dispositivos (a vida útil dos capacitores e as mudanças de chaves, bem como o custo anualizado de instalação, variam com o número de operações). A relação entre o número de operações e o tempo de vida esperado foi formulado, e os custos totais anualizados foram calculados com base nessa relação. Um SD de 69 barras (BARAN; WU, 1989b) foi utilizado para testar a metodologia proposta. Os testes mostraram que a técnica proposta tem um desempenho melhor do que os métodos convencionais.

Franco e Romero (2010) apresentaram um método para alocar de forma ótima BCs e RTs, que permite melhorar o perfil da magnitude de tensão e diminuir as perdas de energia no SD. O modelo matemático considera os custos totais do sistema que são os custos de operação e os custos de investimento, considerando os custos anualizados para fazer uma comparação entre eles, pois os capacitores e reguladores podem ter uma vida útil diferentes. Os custos de operação são os custos das perdas de energia em um ano e são calculados usando uma curva de duração de carga. A partir de uma configuração inicial gerada com algoritmos heurísticos construtivos,

foi aplicado o algoritmo Busca Tabu para encontrar a configuração ótima. O sistema testado mostrou que uma ação conjunta e integrada das duas alternativas permite uma operação com um custo menor se comparada com a resposta obtida com cada alternativa atuando separadamente. O método proposto foi testado numa versão modificada do sistema teste de 69 barras (BARAN; WU, 1989b) que aparece no trabalho de Pereira (2009).

Madruga e Canha (2010) utilizaram um programa computacional baseado em técnicas de inteligência computacional, que otimiza o SD, alocando e configurando, simultaneamente, BCs fixos e chaveados e RTs automáticos, considerando a topologia primária e secundária da rede. Uma vez que o algoritmo trabalha com variáveis obtidas da rede primária e secundária, equipamentos e dados dos consumidores torna-se uma ferramenta poderosa para uso futuro em redes com tecnologias smart grid. A alocação dos BCs e RTs é feita por meio de um AG. A função objetivo considera os custos anualizados das perdas de energia ativa, violação dos níveis de tensão e dos custos operacionais dos capacitores e RTs. O algoritmo proposto mostrou-se uma ferramenta valiosa para futuras integrações com o sistema inteligente (smart grid), em que medidores de energia, capacitores automáticos, RTs e outros equipamentos serão interligados, interagindo entre si.

Szuovivivski, Fernandes e Aoki (2012) propuseram uma metodologia para alocar, simultaneamente, BCs (fixos e chaveados) e RTs utilizando uma metodologia baseada em AGs e Fluxo de Potência Ótimo. A função multiobjetivo considera os custos anuais dos equipamentos (BCs e RTs), das perdas de energia ativa, das violações dos limites de tensão e das quedas de tensão ao longo do alimentador. Para a avaliação do custo anual foram consideradas diferentes níveis de carga (leve, média e pesada que ocorrem em cada um dos três tipos de dias, dia útil, sábado e domingo/feriado). Os resultados numéricos mostram que a melhor solução em termos de custo total é obtida pela alocação simultânea de BCs e RTs (com menos investimentos comparado a alocação de apenas RTs), além de apresentar maior redução de perdas. O sistema teste de 70 barras (BARAN; WU, 1989b) foi utilizado para testar a metodologia proposta.

Franco et al. (2013) apresentaram um modelo de PLIM para alocar BCs e RTs em SD radiais. O modelo proposto tem como objetivo minimizar os custos anualizados de investimentos e de operação. No modelo proposto de PLIM, a operação em regime permanente do SD radial foi modelado através de expressões lineares. Os resultados mostram que as perdas de potência ativa e as magnitudes de tensão são calculadas com grande precisão, em comparação com o método de FC de varredura. Também é apresentada uma heurística para obter a fronteira de Pareto para o problema multiobjetivo de alocação de BCs e RTs, considerando os custos anualizados de investimentos e de operação em função do máximo desvio das magnitudes de tensão. Um sistema teste de 69 nós (BARAN; WU, 1989b) e um SD real de 136 nós (MANTOVANI; CASARI; ROMERO, 2000) foram utilizados de modo a mostrar a precisão, bem como a eficiência da técnica de solução proposta. Para o SD real de 136 nós, a metodologia proposta encontrou

solução melhor quando comparado com a metodologia apresentada por Gallego, Monticelli e Romero (2001).

1.1.3 PCPE Radiais

Várias pesquisas no planejamento do SD foram realizadas. Ganguly, Sahoo e Das (2013) apresentaram uma revisão bibliográfica sobre os vários trabalhos nesta área até o ano de 2012. Neste artigo, é apresentado um diagrama de orientação para auxiliar os pesquisadores. As principais características desta revisão foram: a categorização de todos os modelos de planejamento disponíveis até a presente data; a base da formulação do problema para cada modelo; as principais contribuições dos modelos, juntamente com técnicas de solução e a avaliação da qualidade das diferentes abordagens de planejamento e direções futuras para esta tecnologia.

Ponnavaikko e Rao (1982) apresentaram um dos primeiros trabalhos sobre o problema de seleção do tamanho do condutor. O modelo representa custos dos alimentadores, custos de energia e perda de regulação de tensão, como uma função das bitolas dos condutores, não levando em consideração as capacidades dos condutores. Foi desenvolvido um algoritmo que considera o crescimento de carga, o crescimento no fator de carga e mudança de custo de energia ao longo da vida do alimentador.

Mendoza et al. (2006) aplicaram um método heurístico, chamado de Estratégia Evolutiva, para resolver o problema de otimização que consiste em selecionar um tipo ideal de condutor para cada alimentador em uma rede de distribuição de energia elétrica radial. A função objetivo foi otimizada considerando vários condutores. A heurística aplicada no estudo de caso possui alta robustez para determinar a escolha ótima dos tipos de condutores.

Franco, Romero e Gallego (2010) apresentaram um método heurístico para resolver o problema generalizado da seleção ótima de condutores e o recondutoramento em SD radiais, conseguindo fornecer rapidamente uma configuração de boa qualidade, que atende as restrições de operação: capacidade máxima de controle das linhas e os limites de tensão. Os critérios econômicos e as restrições de capacidade e limite de tensão são considerados na solução do problema, os critérios desenvolvidos apresentam baixo esforço computacional e fornecem a configuração ótima dos cabos. Os autores utilizam a estratégia de dividir o problema em duas fases, o que simplifica a solução. O método proposto mostrou-se muito eficiente para resolver o problema e forneceu a configuração ótima dos tipos de cabos, levando em conta os critérios econômicos e as restrições de capacidade e limite de tensão.

Lavorato (2010) apresentou um modelo matemático para resolver o problema de planejamento integrado de SD que tem como objetivo realizar o planejamento da construção ou repotenciação de subestações, construção ou recondutoramento de circuitos considerando diferentes tipos de condutores, alocação ótima de BCs e RTs para diferentes níveis de demanda,

em um único problema, possibilitando tanto o planejamento de cada elemento separadamente quanto o planejamento conjunto do grupo de elementos, se necessário. Foram utilizados um algoritmo heurístico construtivo e um algoritmo branch and bound especializados para resolver o problema de planejamento integrado de SD.

Lavorato et al. (2010) apresentaram um algoritmo heurístico construtivo para resolver o problema de planejamento da expansão do SD. O problema é de PNL binário misto. O algoritmo heurístico construtivo tem como objetivo a obtenção de uma solução de excelente qualidade para o problema de planejamento dos SD. No entanto, uma fase de melhoria local e uma técnica de ramificação foram implementadas no algoritmo heurístico construtivo para melhorar a sua solução. Em cada etapa do algoritmo heurístico construtivo, um índice de sensibilidade é usado para adicionar um circuito ou uma subestação para o SD. Este índice de sensibilidade é obtido resolvendo o problema de planejamento dos SD considerando o número de circuitos e subestações para ser adicionados como variáveis contínuas (problema relaxado). O problema relaxado é um problema de PNL, em que os custos de operação do sistema e construção de circuitos e subestações são minimizados. Os resultados de dois sistemas de testes e um SD real são apresentados, a fim de mostrar a capacidade do algoritmo proposto. Os resultados obtidos demonstram a capacidade do método para encontrar um plano de expansão para os SD, e a topologia obtida em alguns testes foram idênticos aos apresentados na literatura.

Falaghi et al. (2012) apresentaram um método híbrido baseado em AG e fluxo de potência ótimo para resolver o problema de planejamento da expansão do SD de vários estágios na presença de geração distribuída em que a instalação e/ou reforço de subestações, alimentadores e unidades de geração distribuída são levados em consideração como possíveis soluções para a expansão da capacidade do sistema. O modelo leva em conta a melhoria de confiabilidade, a variação de carga e estratégia de operação de fontes de geração distribuída e trata propriamente de tensão, capacidade do equipamento e as restrições de configuração radial. O problema proposto é formulado como um problema de PNLIM, com o objetivo de fornecer as cargas sobre as fases de planejamento, minimizando os custos fixos correspondentes aos investimentos em subestações, seções de alimentação e fontes de geração distribuída, bem como os custos variáveis associados à operação e confiabilidade do sistema. O desempenho do método proposto é avaliado em um sistema típico de distribuição de 33 kV (EL-KHATTAM; HEGAZY; SALAMA, 2005; QUINTANA; TEMRAZ; HIPEL, 1993).

Lotero e Contreras (2011) apresentaram um modelo para resolver o problema de planejamento de vários estágios de uma rede de distribuição. A função objetivo a ser minimizada é o valor presente líquido do custo do investimento para adicionar, reforçar ou substituir alimentadores e subestações, o custo das perdas e custo de operação e manutenção. A função objetivo não linear é aproximada por uma função linear por partes, resultando em um modelo LIM que é resolvido usando programação matemática padrão. Além do problema de otimização, os índices

de confiabilidade e os custos associados são calculadas para cada solução, com base no modelo de regulação utilizado no Brasil. Com o objetivo de validar o modelo LIM, várias simulações foram realizadas utilizando o solver CPLEX (ILOG, 2008) em GAMS.

Martins e Borges (2011) utilizaram AG para resolver o problema de otimização multiobjetiva de planejamento da expansão de SD, considerando a geração distribuída, juntamente com as alternativas convencionais de expansão, como religação, reconfiguração da rede, instalação de novos dispositivos de proteção, etc. As incertezas relacionadas à geração de energia e o crescimento de carga foram considerados. Duas metodologias para a representação de incertezas foram propostas. A metodologia I considerou a análise individual de cada cenário, e uma alternativa de expansão para cada cenário foi determinada em uma primeira fase. Numa segunda fase, um processo de tomada de decisão foi aplicada com o objetivo de obter solução única, considerando as soluções obtidas na primeira fase, bem como as probabilidades de ocorrência de cada um dos cenários considerados. Na Metodologia II, os cenários foram analisados simultaneamente, juntamente com suas probabilidades de ocorrência, obtendo diretamente uma solução única. Os resultados obtidos indicam que a maior parte das vezes, a solução obtida pela Metodologia II é melhor do que a solução obtida pela Metodologia I, em termos de custo e de confiabilidade. No entanto, a Metodologia I oferece um conjunto de soluções e não apenas uma solução, permitindo que o planejador tenha mais flexibilidade na escolha da melhor solução. O esforço computacional necessário é semelhante para ambas as metodologias. O sistema teste de 33 barras (BARAN; WU, 1989a) foi utilizado.

Souza, Rider e Mantovani (2011) apresentaram um modelo de PL binário misto para o problema de planejamento de sistemas radiais aéreos de distribuição para ser resolvido através de técnicas clássicas de otimização. O modelo contempla a redução dos custos de investimentos com a instalação de novos alimentadores, recondutoramento de alimentadores existentes, os custos de operação da rede; a qualidade do produto, isto é, energia com níveis adequados de tensão e confiabilidade, e os diversos fatores necessários para a expansão de uma rede, tais como: aspectos técnicos, econômicos entre outros. O modelo proposto foi implementado em AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003) e resolvido através do solver CPLEX (ILOG, 2008). Este modelo difere dos demais encontrados na literatura por envolver a possibilidade de construir ou repotenciar simultaneamente várias subestações, considerar a presença de barras de passagem e as características radiais dos SD. Os resultados mostram a precisão e qualidade do modelo proposto para atender as necessidades físicas do planejamento de sistemas reais.

Naderi, Seifi e Sepasian (2012) apresentaram um novo modelo para considerar a geração distribuída no problema de planejamento dos SD. Neste modelo, um fluxo de potência ótimo é proposto para minimizar os custos de investimento, custos de operação e manutenção dos GDs, e o custo das perdas de energia, considerando a curva de duração da carga e o impacto do mercado de eletricidade (foi considerado por um preço de eletricidade em função da carga).

Um AG modificado é utilizado para encontrar a solução de topologia ótima. A eficácia deste método é demonstrada através do exame em um SD radial.

Sahoo, Ganguly e Das (2012) apresentaram uma abordagem multiobjetivo para o planejamento dos SD utilizando otimização por enxame de partículas (PSO). O número de alimentadores e suas rotas, número e locais das chaves seccionadoras, e número e localização das linhas de ligação de um sistema de distribuição são otimizados. Os múltiplos objetivos para determinar os valores ideais para as variáveis de planejamento são: (i) minimização da instalação total e custo operacional e (ii) a maximização da confiabilidade da rede. A otimização de planejamento é realizada em duas etapas. Na primeira etapa, a estrutura de rede de distribuição (o número de alimentadores, as suas rotas, o número e as localizações das chaves seccionadoras) é determinada. Na segunda etapa, o número e as localizações das linhas de ligação são determinados. Ambos os objetivos são minimizados ao mesmo tempo para se obter um conjunto de soluções não dominadas no primeiro passo da otimização. O algoritmo de planejamento proposto é testado e avaliado em diferentes SD.

Zou et al. (2012) apresentaram uma nova estrutura de otimização para o planejamento da expansão dos SD abrangendo sistemas de geração distribuída renováveis com os padrões de geração de energia programáveis e intermitente. O modelo inclui os limites de capacidade reativa de diferentes sistemas de geração distribuída renováveis (eólica, solar fotovoltaica e unidades de geração de biomassa). As incertezas do sistema, tais como a demanda de carga, velocidade do vento e radiação solar também foram consideradas utilizando modelos probabilísticos. O problema do planejamento do SD com geração distribuída renovável é formulado como um problema de PNLM, com o objetivo de minimizar o custo total (custo de capital, custo de operação e manutenção, custos de confiabilidade, custo da energia diferido, e o custo de emissão) com alocação ótima de vários sistemas de geração distribuída renováveis. Um algoritmo de solução integrado com TRIBE otimização por enxame de partículas (TRIBE PSO) e otimização ordinal (OO) foi desenvolvido para determinar as melhores soluções para fornecer ao operador do sistema para comparar e decidir a melhor solução viável para a implementação prática. A eficácia do algoritmo proposto em termos de tempo e precisão computacional também foi enfatizado neste trabalho.

1.1.4 Comentários sobre a Revisão Bibliográfica

Nota-se que existem poucos trabalhos que estudam o problema de POSD radiais considerando geração distribuída. A alocação de BCs é a prática mais comum utilizado na maioria dos problemas dos SD, com o intuito de reduzir as perdas de energia e melhorar o perfil da magnitude de tensão. Poucos trabalhos utilizam apenas RTs para resolver este tipo de problema e, além do mais, a alocação conjunta de BCs e RTs é um tema pouco explorado. Por outro lado, existem vários trabalhos na literatura especializada que apresentam uma metodologia para

resolver o problema de planejamento a curto prazo da expansão (PCPE) dos SD radiais. No entanto, todos estes trabalhos coincidem que os problemas citados acima são problemas de PNLIM, mas não é apresentado um modelo matemático para estes problemas.

Destaca-se também que a utilização de metaheurísticas e algoritmos heurísticos foram muito utilizados como metodologia para resolver estes problemas. No entanto, estas metodologias não garantem a solução ótima e, dependendo do problema, podem precisar de um alto esforço computacional. Por outro lado, poucos trabalhos usam técnicas de otimização clássica para solucionar estes problemas, os quais, normalmente, consideram modelos relaxados ou simplistas.

1.2 OBJETIVOS DA TESE

1.2.1 Objetivo Geral

Aplicar uma metodologia clássica baseada na PLIM convexa para resolver os problemas de otimização de sistemas de energia elétrica: a) POSD radiais; b) alocação ótima de BCs e RTs em um SD radial; e c) PCPE dos SD radiais.

1.2.2 Objetivos Específicos

1. Estudar os problemas de otimização dos SD radiais propostos;
2. Apresentar uma formulação matemática de PNLIM para cada problema de otimização;
3. A partir do modelo de PNLIM, apresentar um equivalente modelo de PLIM convexa.

1.3 CONTRIBUIÇÕES DA TESE

- Apresentar uma formulação LIM convexa para calcular o PORP de um SD radial;
- Apresentar modelos de PNLIM para o problema de POSD radiais, o problema da alocação ótima de BCs e RTs em um SD radial e o problema de PCPE dos SD radiais;
- Apresentar uma formulação LIM convexa equivalente à formulação NLIM para cada problema, usando duas técnicas de linearização;
- Uso de técnicas de otimização clássicas para encontrar a solução ótima dos problemas, através de ferramentas de otimização existentes.

1.4 ESTRUTURA DA TESE

O presente trabalho está organizado em seis capítulos como segue:

No Capítulo 1 é apresentado uma revisão bibliográfica sobre alguns trabalhos citados na tese, os objetivos da tese e suas contribuições.

No Capítulo 2 o cálculo do PORP do SD radial é modelado matematicamente usando um problema de PLIM convexa. A função objetivo representa o custo anual das perdas de energia. Os SD de 34 nós (SEGURA, 2006), 70 nós (BARAN; WU, 1989b), 136 nós (MANTOVANI; CASARI; ROMERO, 2000), 202 nós (CASTRO, 1985) e 400 nós (COSSI, 2008) são utilizados para testar a metodologia proposta.

O Capítulo 3 apresenta o problema de POSD radiais. A função objetivo representa o custo diário das perdas de energia. Neste capítulo o POSD é realizado num sistema de 42 nós (PADILHA, 2010), composto por 5 BCs, 4 RTs e 2 GDs. Será feita uma análise comparativa entre diferentes estratégias de operação dos BCs, RTs e dos GDs, considerando estes operando de três modos distintos, a saber: 1) GD operando no modo de tensão terminal constante igual a 1 pu; 2) GD operando no modo de fator de potência (FP) constante igual a 1 e 3) GD operando livremente.

O Capítulo 4 apresenta o problema de alocação ótima de BCs e RTs em um SD radial. A função objetivo representa os custos do investimento total anual (custos de investimento na alocação de BCs e RTs) e das perdas de energia. Uma abordagem multiobjetiva é feita considerando dois diferentes objetivos: um associado com o custo anual total e o outro associado com o máximo desvio da magnitude de tensão. Os SD de 70 nós (BARAN; WU, 1989b) e 136 nós (MANTOVANI; CASARI; ROMERO, 2000) são utilizados para testar a metodologia proposta.

O Capítulo 5 apresenta o problema de PCPE dos SD radiais. A função objetivo representa os custos do investimento total anual (custos de investimento no recondutoramento de circuitos existentes, construção de novos circuitos e na alocação de BCs e RTs) e das perdas de energia. Este capítulo apresenta uma análise comparativa considerando quatro casos distintos para o planejamento dos sistemas. Os SD de 54 e 201 nós, baseados nos trabalhos de Miranda, Ranito e Proença (1994) e (RAMÍREZ-ROSADO; BERNAL-AUGUSTÍN, 1998), respectivamente, são utilizados para testar a metodologia proposta.

O Capítulo 6 apresenta algumas conclusões baseadas no estudo realizado e perspectivas de trabalhos futuros.

O Apêndice A apresenta os trabalhos publicados pelo autor durante a execução da tese.

O Apêndice B apresenta os dados dos SD de 34 nós (SEGURA, 2006), 42 nós (PADILHA, 2010), 70 nós (BARAN; WU, 1989b), 136 nós (MANTOVANI; CASARI; ROMERO, 2000),

202 nós (CASTRO, 1985) e 400 nós (COSSI, 2008).

1.5 OBSERVAÇÕES SOBRE O USO DAS SIGLAS PLIM e LIM

A partir do Capítulo 2, o uso das siglas PLIM e LIM representam que o problema ou o modelo baseados na programação linear inteira mista são convexos, todas as vezes que não for referenciada sua convexidade.

2 PONTO DE OPERAÇÃO EM REGIME PERMANENTE DE UM SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA RADIAL

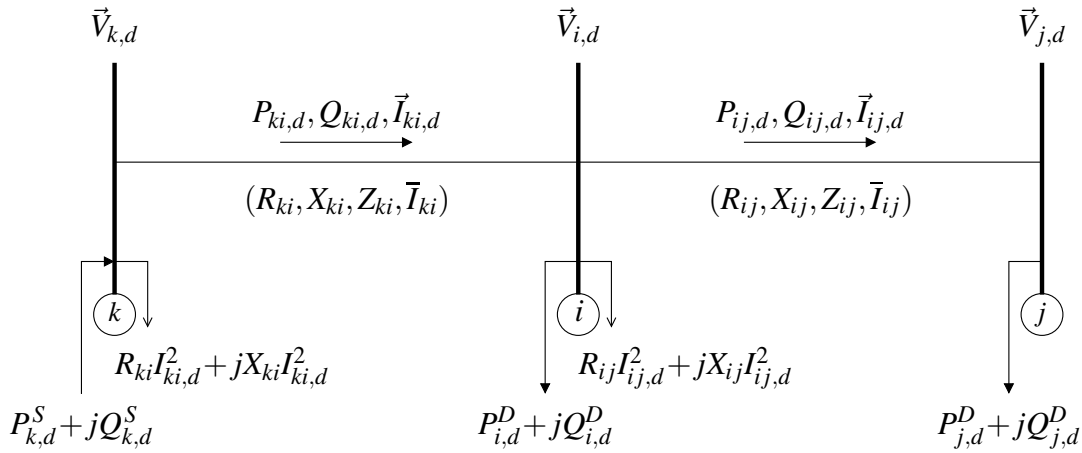
Para o desenvolvimento desta tese, o estudo do Fluxo de Carga (FC) é essencial, por isso, ele é modelado por expressões lineares e o ponto de operação em regime permanente (PORP) de um sistema de distribuição de energia elétrica (SD) radial é solucionado utilizando um modelo de programação linear inteira mista (PLIM). Cinco sistemas testes encontrados na literatura são considerados para avaliar a metodologia proposta.

O FC, também conhecido como fluxo de potência, é uma ferramenta indispensável para a análise de redes em regime permanente, sendo muito utilizada na operação em tempo real e no planejamento da expansão e operação dos sistemas elétricos de potência. Através dos estudos de FC é possível determinarem-se os carregamentos das linhas de transmissão e/ou distribuição, transformadores, geradores e equipamentos de compensação de reativos da rede, tais como bancos de capacitores (BCs). Podem-se obter também as magnitudes das tensões e correntes nas barras, bem como verificar as perdas na transmissão e distribuição da energia elétrica. Sendo assim, os resultados fornecidos pelo FC são utilizados em outros estudos e por outras ferramentas computacionais de forma a definir e propor alterações no modo de operação e planejamento da expansão dos sistemas para tornar sua operação mais segura, econômica e confiável (BÍSCARO, 2013).

Em linhas gerais, o objetivo do FC consiste em determinar, dado um conjunto de valores especificados, o estado de operação em regime permanente do sistema elétrico (ARRILLAGA; ARNOLD; HARKER, 1990), obtendo as magnitudes das tensões, os ângulos de fase em todos os nós e outras grandezas derivadas destas, tais como, fluxos de potências ativa, reativa e magnitudes de corrente nos circuitos, inserções de potências ativas e reativas dos GDs, perdas de potências ativa e reativa, dentre outras.

O problema de FC pode ser modelado como um sistema de equações algébricas não lineares. Na literatura existem vários métodos que podem ser utilizados para resolver o problema de FC, tais como; os métodos de FC de varredura (CESPEDES, 1990; SHIRMOHAMMADI et al., 1988); o método iterativo de Newton-Raphson ou suas versões desacopladas (ARRILLAGA; ARNOLD; HARKER, 1990; STOTT, 1974), empregados para o cálculo de FC em redes de transmissão (MONTICELLI, 1983) e também utilizado em SD (LOPES, 2002); Gauss, Gauss-Seidel, etc. A maioria dos algoritmos de FC são baseados nos métodos de Newton e em suas variantes, que foi desenvolvido especificamente para sistemas de transmissão. Nos SD, duas características são muito específicas; (a) Apesar da estrutura malhada, normalmente o SD opera de forma radial, isto é, não apresenta laços ou malhas; (b) Os SD normalmente apresentam alta

Figura 1 - Sistema de três nós



Fonte: Adaptado de Franco et al. (2011)

relação R/X e comprimento muito variável dos circuitos. A primeira característica é uma vantagem, pois simplifica a complexidade do problema de FC. Nos trabalhos de Goswami e Basu (1992) e Segura, Romero e Rider (2010) são apresentados algoritmos iterativos especializados desenvolvidos para solucionar o problema de FC (os chamados FC de varredura). A segunda característica é uma desvantagem, pois os métodos de solução de FC empregados em sistemas de transmissão podem tornar-se inadequados em alguns casos. No entanto, algum trabalho tem sido feito na tentativa de contornar estas dificuldades (GARCIA et al., 1984).

2.1 EQUAÇÕES DE FC

Para um SD radial quando opera em regime permanente, normalmente considera-se as seguintes hipóteses:

- As demandas das cargas são representadas como potências ativa e reativa constantes;
- As perdas de potências ativa e reativa no circuito ij são concentradas no nó i .
- O SD é balanceado e representado por um equivalente monofásico.

As considerações acima são mostradas na Figura 1, em que para cada nível de demanda d , tem-se que $\vec{V}_{i,d}$ e $\vec{I}_{ij,d}$ denotam, respectivamente, os fasores da tensão no nó i e do fluxo de corrente no circuito ij , no nível de demanda d . As perdas de potências ativa e reativa do circuito ij são denotadas por $R_{ij}I_{ij,d}^2$ e $X_{ij}I_{ij,d}^2$, respectivamente.

Considerando-se o circuito ij ilustrado na Figura 1, tem-se que, para cada nível de demanda, a queda de tensão é definida pela equação (1).

$$\vec{V}_{i,d} - \vec{V}_{j,d} = \vec{I}_{ij,d} (R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (1)$$

em que $\vec{I}_{ij,d}$ pode ser calculada usando a equação (2).

$$\vec{I}_{ij,d} = \left(\frac{P_{ij,d} + jQ_{ij,d}}{\vec{V}_{j,d}} \right)^* \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1), obtém-se a equação (3).

$$(\vec{V}_{i,d} - \vec{V}_{j,d}) \vec{V}_{j,d}^* = (P_{ij,d} - jQ_{ij,d}) (R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (3)$$

Considerando que $\vec{V}_{i,d} = V_{i,d} \angle \theta_{i,d}$, $\vec{V}_{j,d} = V_{j,d} \angle \theta_{j,d}$ e $\theta_{ij,d} = \theta_{i,d} - \theta_{j,d}$, em que $\theta_{i,d}$ é o ângulo de fase no nó i no nível de demanda d , a equação (3) pode ser reescrita como

$$V_{i,d}V_{j,d} (\cos \theta_{ij,d} + j \sin \theta_{ij,d}) - V_{j,d}^2 = (P_{ij,d} - jQ_{ij,d}) (R_{ij} + jX_{ij}) \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (4)$$

Igualando as partes real e imaginária de ambos os membros da equação (4), obtém-se as equações (5) e (6).

$$V_{i,d}V_{j,d} \cos \theta_{ij,d} = V_{j,d}^2 + (R_{ij}P_{ij,d} + X_{ij}Q_{ij,d}) \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (5)$$

$$V_{i,d}V_{j,d} \sin \theta_{ij,d} = X_{ij}P_{ij,d} - R_{ij}Q_{ij,d} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (6)$$

Tomando a soma dos quadrados das equações (5) e (6) e aplicando a identidade trigonométrica, $\cos^2 \theta_{ij,d} + \sin^2 \theta_{ij,d} = 1$, segue a equação (7).

$$V_{i,d}^2 - 2(R_{ij}P_{ij,d} + X_{ij}Q_{ij,d}) - Z_{ij}^2 I_{ij,d}^2 - V_{j,d}^2 = 0 \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (7)$$

em que o quadrado da magnitude do fluxo de corrente $I_{ij,d}$ é dado pela equação (8).

$$I_{ij,d}^2 = \frac{P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2}{V_{j,d}^2} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (8)$$

Na equação (7) a expressão da diferença angular entre as tensões é eliminada e é possível obter, para cada circuito ij e cada nível de demanda d , a magnitude da tensão $V_{j,d}$ em função da magnitude da tensão $V_{i,d}$, do fluxo de potência ativa $P_{ij,d}$, do fluxo de potência reativa $Q_{ij,d}$, da magnitude de corrente $I_{ij,d}$ e dos parâmetros elétricos do circuito ij . As equações de balanço de carga convencional são mostradas nas equações (9) e (10), conforme Figura 1.

$$\sum_{ki \in \Omega_c} P_{ki,d} - \sum_{ij \in \Omega_c} (P_{ij,d} + R_{ij}I_{ij,d}^2) + P_{i,d}^S = P_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (9)$$

$$\sum_{ki \in \Omega_c} Q_{ki,d} - \sum_{ij \in \Omega_c} (Q_{ij,d} + X_{ij}I_{ij,d}^2) + Q_{i,d}^S = Q_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (10)$$

O sistema de equações não lineares (7)-(10) representa a operação em regime permanente de um SD radial. Anteriormente, foram citados vários métodos que podem ser utilizados para resolvê-lo. Neste trabalho, o problema de FC também será modelado como um problema de programação não linear (PNL), como mostrado na Seção 2.2.

2.2 FORMULAÇÃO NÃO LINEAR PARA O PROBLEMA DE FC

Primeiramente, observa-se que nas equações (7)-(10) as magnitudes de corrente $I_{ij,d}$ e tensão $V_{i,d}$ aparecem apenas nas formas $I_{ij,d}^2$ e $V_{i,d}^2$, respectivamente. Sendo assim, é conveniente considerar as seguintes mudanças de variáveis.

$$I_{ij,d}^{sqr} = I_{ij,d}^2 \quad \text{e} \quad V_{i,d}^{sqr} = V_{i,d}^2$$

A partir das equações (7)-(10) é possível escrever um problema de PNL para calcular o PORP de um SD radial como apresentado nas equações (11)-(17).

$$\min \sum_{d \in \Omega_d} \left(c_d^{ls} \alpha_d \sum_{ij \in \Omega_c} R_{ij} I_{ij,d}^{sqr} \right) \quad (11)$$

s.a.

$$\sum_{ki \in \Omega_c} P_{ki,d} - \sum_{ij \in \Omega_c} \left(P_{ij,d} + R_{ij} I_{ij,d}^{sqr} \right) + P_{i,d}^S = P_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (12)$$

$$\sum_{ki \in \Omega_c} Q_{ki,d} - \sum_{ij \in \Omega_c} \left(Q_{ij,d} + X_{ij} I_{ij,d}^{sqr} \right) + Q_{i,d}^S = Q_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (13)$$

$$V_{i,d}^{sqr} - 2 \left(R_{ij} P_{ij,d} + X_{ij} Q_{ij,d} \right) - Z_{ij}^2 I_{ij,d}^{sqr} - V_{j,d}^{sqr} = 0 \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (14)$$

$$V_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{sqr} = P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2 \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (15)$$

$$\underline{V}^2 \leq V_{i,d}^{sqr} \leq \bar{V}^2 \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (16)$$

$$0 \leq I_{ij,d}^{sqr} \leq \bar{I}_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (17)$$

A função objetivo (11) representa o custo das perdas anuais de energia. Além disso, apenas a equação (15) é não linear, pois contém termos quadráticos e/ou produto de duas variáveis de decisão. A linearização da equação (15) é apresentada na Seção 2.3.

Nota-se que as equações (12)-(15) representam um sistema de equações algébricas não lineares, em que o número de equações é igual ao número de incógnitas (se a magnitude da tensão na subestação é conhecida, como normalmente é considerado no problema de FC). Este sistema equivale a um problema de FC e possui solução única. Em consequência disso, o PORP de um SD radial independe da função objetivo representada pela equação (11). No problema (11)-(17), foram definidos valores folgados para os limites apresentados nas equações (16) e (17). Estes limites foram inseridos no modelo, pois serão utilizados na linearização da equação

(15).

2.3 LINEARIZAÇÕES

Na linearização da equação não linear (15), é necessário o conceito de partição de um conjunto. Para isso, considera-se a definição a seguir:

Definição 2.1. *Seja $[a, b]$ um intervalo fechado e limitado. Uma **partição** de $[a, b]$ é um subconjunto finito de $[a, b]$ que contém a e b .*

Convenciona-se escrever os elementos de uma partição de um intervalo $[a, b]$,

$$\mathcal{P} = \{t_0, t_1, \dots, t_n\},$$

por ordem crescente. Assim, na notação acima, tem-se $a = t_0 < t_1 < \dots < t_n = b$.

2.3.1 Linearização de $V_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{sqr}$

A linearização do produto $V_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{sqr}$ é apresentada por Franco et al. (2011). Os detalhes desta linearização são apresentados nesta seção.

Seja $\mathcal{P}_V = \{\underline{V}^2, \underline{V}^2 + \overline{\Delta}^V, \underline{V}^2 + 2\overline{\Delta}^V, \dots, \underline{V}^2 + S\overline{\Delta}^V, \overline{V}^2\}$ uma partição do intervalo fechado e limitado $[\underline{V}^2, \overline{V}^2]$. Observa-se que \mathcal{P}_V define uma partição de $[\underline{V}^2, \overline{V}^2]$, em que cada subintervalo possui mesmo tamanho, a saber

$$\overline{\Delta}^V = \frac{\overline{V}^2 - \underline{V}^2}{S+1}$$

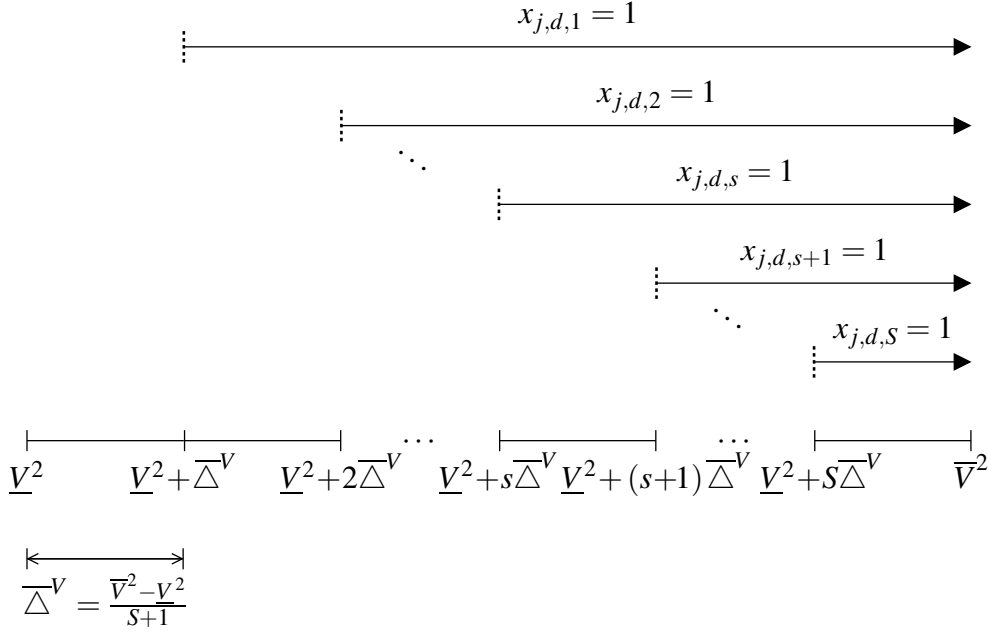
Defina a variável binária $x_{j,d,s}$ como segue:

$$x_{j,d,s} = \begin{cases} 1, & \text{se } V_{j,d}^{sqr} > \underline{V}^2 + s\overline{\Delta}^V \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad \forall j \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S$$

O valor da variável $x_{j,d,s}$ é obtido da equação (18).

$$\left. \begin{aligned} \underline{V}^2 + \sum_{s=1}^S x_{j,d,s} \overline{\Delta}^V &\leq V_{j,d}^{sqr} \leq \underline{V}^2 + \overline{\Delta}^V + \sum_{s=1}^S x_{j,d,s} \overline{\Delta}^V & \forall j \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \\ x_{j,d,s} &\leq x_{j,d,s-1} & \forall j \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d, s = 2 \dots S \\ x_{j,d,s} &\in \{0, 1\} & \forall j \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

A Figura 2 ilustra, geometricamente, os valores de $x_{j,d,s}$ para cada $V_{j,d}^{sqr}$. Da Figura 2 e da equação (18), é razoável definir $V_{j,d}^{sqr}$ como segue:

Figura 2 - Discretização do quadrado da magnitude da tensão $V_{j,d}^{sqr}$ 

Fonte: Adaptado de Franco et al. (2011)

$$V_{j,d}^{sqr} := \underline{V}^2 + \frac{1}{2}\overline{\Delta}^V + \sum_{s=1}^S x_{j,d,s}\overline{\Delta}^V$$

ou seja, $V_{j,d}^{sqr}$ é definido como o ponto médio do primeiro intervalo de discretização mais um múltiplo inteiro de $\overline{\Delta}^V$, determinado na equação (18).

Assim,

$$V_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{sqr} = \left(\underline{V}^2 + \frac{1}{2}\overline{\Delta}^V + \sum_{s=1}^S x_{j,d,s}\overline{\Delta}^V \right) I_{ij,d}^{sqr}$$

ou, de modo equivalente, pode-se obter $V_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{sqr}$ conforme equação (19).

$$V_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{sqr} = \left(\underline{V}^2 + \frac{1}{2}\overline{\Delta}^V \right) I_{ij,d}^{sqr} + \sum_{s=1}^S x_{j,d,s}\overline{\Delta}^V I_{ij,d}^{sqr} \quad (19)$$

Na equação (19) a parcela $\sum_{s=1}^S x_{j,d,s}\overline{\Delta}^V I_{ij,d}^{sqr}$ é não linear em virtude do produto $x_{j,d,s}I_{ij,d}^{sqr}$ e sua linearização segue da equação (20).

$$\left. \begin{aligned} \sum_{s=1}^S x_{j,d,s}\overline{\Delta}^V I_{ij,d}^{sqr} &= \sum_{s=1}^S P_{j,d,s}^c \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d & (a) \\ 0 \leq \overline{\Delta}^V I_{ij,d}^{sqr} - P_{j,d,s}^c &\leq \overline{\Delta}^V \bar{I}_{ij}^2 (1 - x_{j,d,s}) \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S & (b) \\ 0 \leq P_{j,d,s}^c &\leq \overline{\Delta}^V \bar{I}_{ij}^2 x_{j,d,s} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S & (c) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

em que os $P_{j,d,s}^c$ são as correções sucessivas de potências e dependem de $I_{ij,d}^{sqr}$, $x_{j,d,s}$ e $\overline{\Delta}^V$.

Substituindo a restrição (a) da equação (20) em (19), a linearização de $V_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{sqr}$ é mostrada na equação (21).

$$\left. \begin{aligned} V_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{sqr} &= \left(\underline{V}^2 + \frac{1}{2} \overline{\Delta}^V \right) I_{ij,d}^{sqr} + \sum_{s=1}^S P_{j,d,s}^c \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d & (a) \\ 0 \leq \overline{\Delta}^V I_{ij,d}^{sqr} - P_{j,d,s}^c &\leq \overline{\Delta}^V \overline{I}_{ij}^2 (1 - x_{j,d,s}) \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S & (b) \\ 0 \leq P_{j,d,s}^c &\leq \overline{\Delta}^V \overline{I}_{ij}^2 x_{j,d,s} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S & (c) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Da equação (21), a restrição (a) representa a linearização de $V_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{sqr}$ e as restrições (b) e (c) são suficientes para determinar os valores de $P_{j,d,s}^c$. Se $x_{j,d,s} = 0$, então $P_{j,d,s}^c = 0$ e $0 \leq I_{ij,d}^{sqr} \leq \overline{I}_{ij}^2$, caso contrário, $P_{j,d,s}^c = \overline{\Delta}^V I_{ij,d}^{sqr}$ e $0 \leq P_{j,d,s}^c \leq \overline{\Delta}^V \overline{I}_{ij}^2$.

2.3.1.1 Exemplo Ilustrativo da linearização de $V_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{sqr}$

Exemplo 1: Para certo nível de demanda $d \in \Omega_d$, circuito $ij \in \Omega_c$ e nó $j \in \Omega_N$, considera-se os dados a seguir: $V_{j,d} = 10,60\text{V}$; $I_{ij,d} = 200\text{A}$; $\underline{V} = 9,50$; $\overline{V} = 11,00$ e $S = 4$.

Assim, $V_{j,d}^{sqr} = 112,36$; $I_{ij,d}^{sqr} = 40000$ e $\overline{\Delta}^V = 6,15$.

A Figura 3 esboça a discretização do quadrado da magnitude da tensão.

Para $V_{j,d}^2 = 112,36$, seguem os valores das variáveis binárias $x_{j,d,s}$ para cada $s = 1 \dots 4$.

$$x_{j,d,1} = x_{j,d,2} = x_{j,d,3} = 1 \text{ e } x_{j,d,4} = 0$$

Os valores de $P_{j,d,s}^c$ são obtidos das restrições (b) e (c) da equação (21).

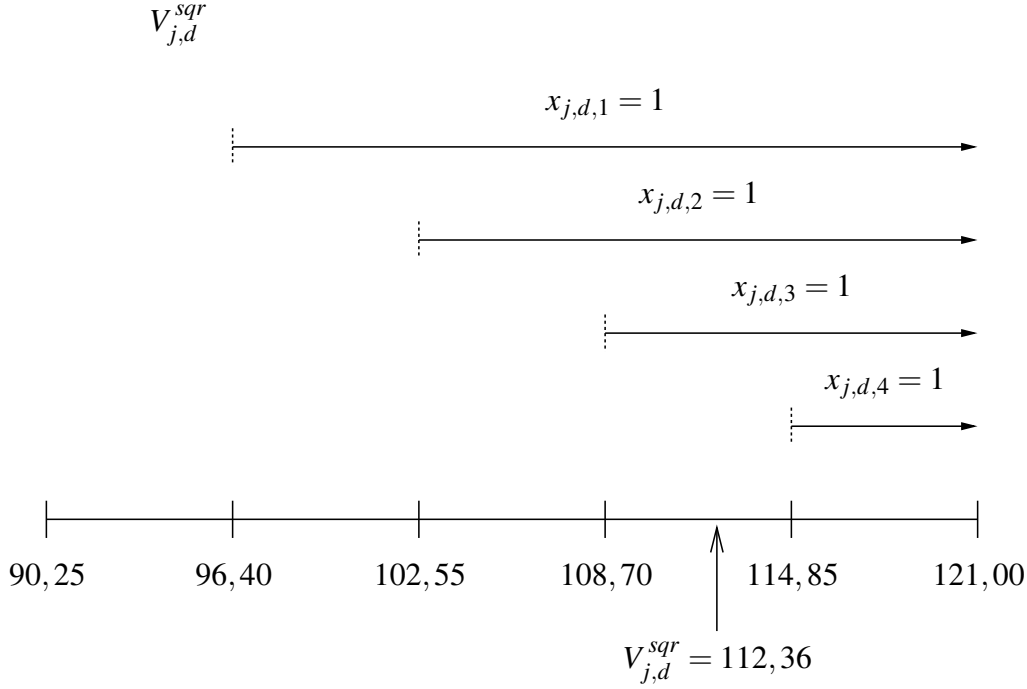
$$P_{j,d,1}^c = P_{j,d,2}^c = P_{j,d,3}^c = 246000 \text{ e } P_{j,d,4}^c = 0$$

Logo, da equação (21) conclui-se

$$\begin{aligned} V_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{sqr} &= \left(\underline{V}^2 + \frac{1}{2} \overline{\Delta}^V \right) I_{ij,d}^{sqr} + \sum_{s=1}^4 P_{j,d,s}^c \\ &= \left(90,25 + \frac{1}{2} 6,15 \right) 40000 + 246000 + 246000 + 246000 + 0 \\ &= 4471000 \end{aligned}$$

O valor exato de $V_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{sqr}$ é igual a 4494400 e, portanto, na aproximação linear o erro é de aproximadamente 0,52% e este pode ser reduzido tomando S suficientemente grande.

Figura 3 - Exemplo ilustrativo da discretização do quadrado da magnitude de tensão



Fonte: Elaboração do autor

2.3.2 Linearização de $P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2$

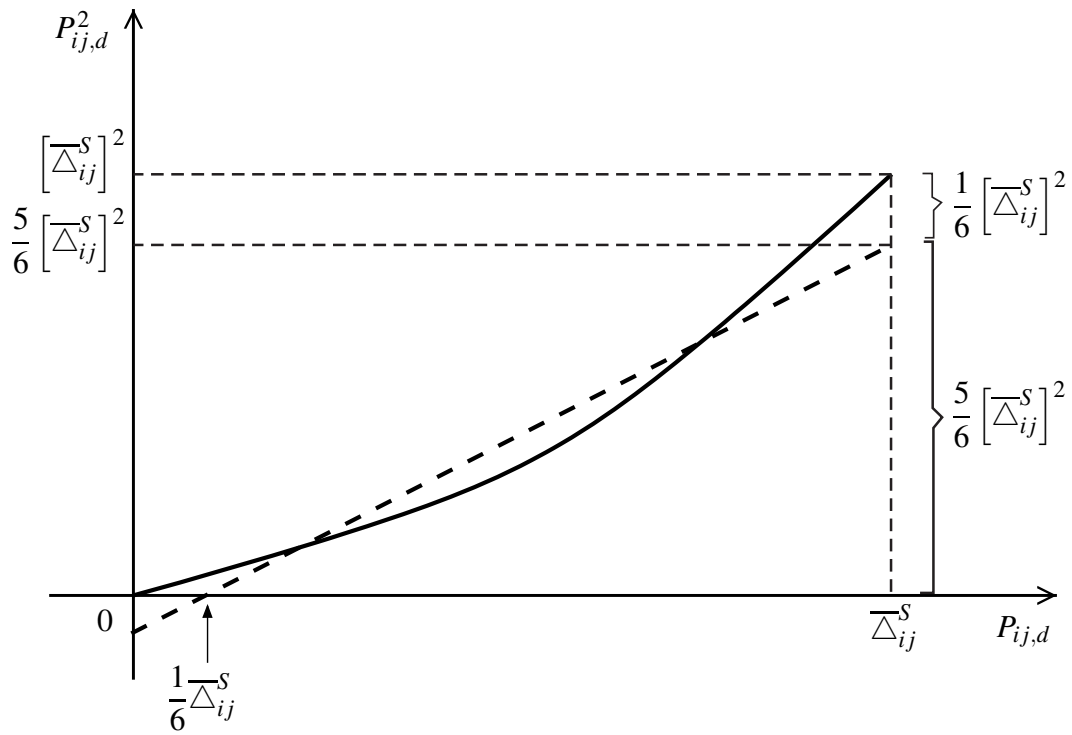
Uma linearização da soma $P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2$ é encontrada em Alguacil, Motto e Conejo (2003). A seguir, mostra-se sucintamente o desenvolvimento da técnica utilizada neste trabalho e omite-se o desenvolvimento da técnica utilizada por Alguacil, Motto e Conejo (2003), mostrando apenas a idéia geométrica conforme Figura 7. No primeiro caso, por simplicidade, mostra-se apenas a idéia preliminar construtiva para a obtenção da linearização de $P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2$ analisando somente a função $P_{ij,d}^2$.

Seja $\mathcal{P} = \{0, \overline{\Delta}_{ij}^S, 2\overline{\Delta}_{ij}^S, \dots, R\overline{\Delta}_{ij}^S\}$ uma partição do intervalo fechado e limitado $[0, \overline{V}I_{ij}]$. Aplicando o caso contínuo do método dos quadrados mínimos, a aproximação linear da função $P_{ij,d}^2 : [0, \overline{V}I_{ij}] \rightarrow \mathbb{R}$, restrita ao r -ésimo subintervalo $[(r-1)\overline{\Delta}_{ij}^S, r\overline{\Delta}_{ij}^S]$, é dada por

$$L_{ij,d,r}(P_{ij,d}) = \frac{1}{6}(-6r^2 + 6r - 1) \left(\overline{\Delta}_{ij}^S\right)^2 + (2r-1)\overline{\Delta}_{ij}^S P_{ij,d} \quad (22)$$

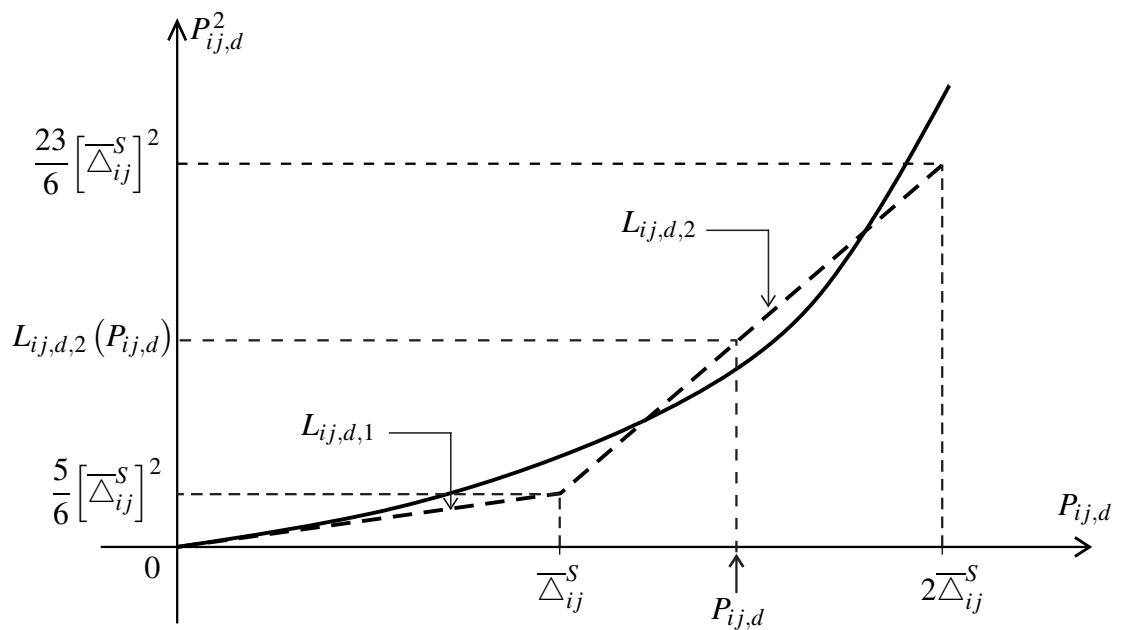
A Figura 4 ilustra o caso em que $r = 1$. Observa-se que para $0 \leq P_{ij,d} < \frac{1}{6}\overline{\Delta}_{ij}^S$, a aproximação linear $L_{ij,d,r}$ torna-se negativa, mas $P_{ij,d}^2 : [0, \overline{V}I_{ij}] \rightarrow \mathbb{R}$ é não negativa, e então, faz-se necessário tomar a aproximação linear de outra maneira para o primeiro subintervalo. A Figura 5 apresenta a aproximação linear nos casos $r = 1$ e $r = 2$.

Figura 4 - Ajuste linear de $P_{ij,d}^2$ para o primeiro subintervalo: $P_{ij,d} \geq 0$

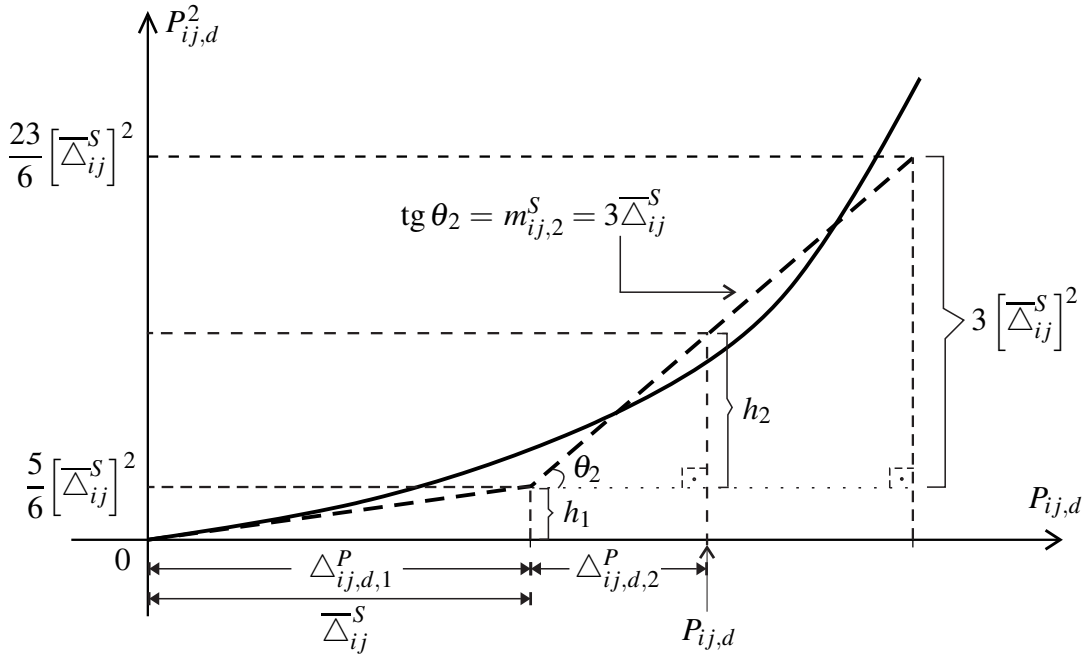


Fonte: Elaboração do autor

Figura 5 - Ajuste linear de $P_{ij,d}^2$ para os dois primeiros subintervalos: $P_{ij,d} \geq 0$



Fonte: Elaboração do autor

Figura 6 - Cálculo de $P_{ij,d}^2$: $P_{ij,d} \geq 0$ 

Fonte: Elaboração do autor

Nota-se que no primeiro subintervalo é conveniente escolher a aproximação linear $L_{ij,d,1}$ como definida em (23).

$$L_{ij,d,1}(P_{ij,d}) = \frac{5}{6} \overline{\Delta}_{ij}^S P_{ij,d} \quad (23)$$

Assim, a função $L_{ij,d,r}$ definida no intervalo $[0, \overline{\Delta}_{ij}^S]$ é contínua.

Conforme Figura 5, para cada $P_{ij,d} \in [0, \overline{\Delta}_{ij}^S]$, existe $r \in \{1, \dots, R\}$ tal que $(r-1) \overline{\Delta}_{ij}^S \leq P_{ij,d} \leq r \overline{\Delta}_{ij}^S$. Assim, $P_{ij,d}^2$ pode ser aproximado pelo valor numérico da r -ésima função afim $L_{ij,d,r}$ em $P_{ij,d}$, isto é, $P_{ij,d}^2 \cong L_{ij,d,r}(P_{ij,d})$. Para isso, seja $\Delta_{ij,d,r}^P$ o valor do r -ésimo bloco de linearizações por partes de $P_{ij,d}^2$, satisfazendo a equação (24).

$$\left. \begin{aligned} P_{ij,d} &= \sum_{r=1}^R \Delta_{ij,d,r}^P \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \\ 0 &\leq \Delta_{ij,d,r}^P \leq \overline{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d, r = 1 \dots R \\ 0 &\leq P_{ij,d} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

Uma melhor compreensão da equação (24) pode ser obtida analisando a Figura 6. Se $P_{ij,d}$ pertence ao r -ésimo subintervalo de linearizações por partes, então $\Delta_{ij,d,r+1}^P = \Delta_{ij,d,r+2}^P = \dots = \Delta_{ij,d,R}^P = 0$. Na Figura 6, nota-se também que o valor de $L_{ij,d,r}(P_{ij,d})$ é igual à soma das medidas h_k das alturas dos respectivos triângulos retângulos, em que $k = 1, \dots, r$. Denota-se $\text{tg } \theta_k$ por $m_{ij,k}^S$, em que $k = 2, \dots, R$, logo $h_k = m_{ij,k}^S \Delta_{ij,d,k}^P$. Como $m_{ij,r}^S = (2r-1) \overline{\Delta}_{ij}^S$ a partir

do segundo subintervalo, então $L_{ij,d,r}(P_{ij,d})$ é dado pela equação (25).

$$L_{ij,d,r}(P_{ij,d}) = \frac{5}{6} \overline{\Delta}_{ij}^S \Delta_{ij,d,1}^P + \sum_{r=2}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,d,r}^P \quad (25)$$

Um análogo para $Q_{ij,d}^2$ é considerado. Portanto, uma linearização da soma $P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2$ pode ser representada pela equação (26).

$$\left. \begin{aligned} P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2 &= \frac{5}{6} \overline{\Delta}_{ij}^S \Delta_{ij,d,1}^P + \sum_{r=2}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,d,r}^P + \frac{5}{6} \overline{\Delta}_{ij}^S \Delta_{ij,d,1}^Q + \sum_{r=2}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,d,r}^Q \\ &\quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \\ P_{ij,d} &= \sum_{r=1}^R \Delta_{ij,d,r}^P \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \\ Q_{ij,d} &= \sum_{r=1}^R \Delta_{ij,d,r}^Q \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \\ 0 \leq \Delta_{ij,d,r}^P &\leq \overline{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d, r = 1 \dots R \\ 0 \leq \Delta_{ij,d,r}^Q &\leq \overline{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d, r = 1 \dots R \\ 0 \leq P_{ij,d} &\quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \\ 0 \leq Q_{ij,d} &\quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

em que a constante

$$\overline{\Delta}_{ij}^S = \frac{\overline{V} \overline{I}_{ij}}{R} \quad \forall ij \in \Omega_c$$

é o tamanho de cada passo na linearização e

$$m_{ij,r}^S = (2r-1) \overline{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_c, r = 2 \dots R$$

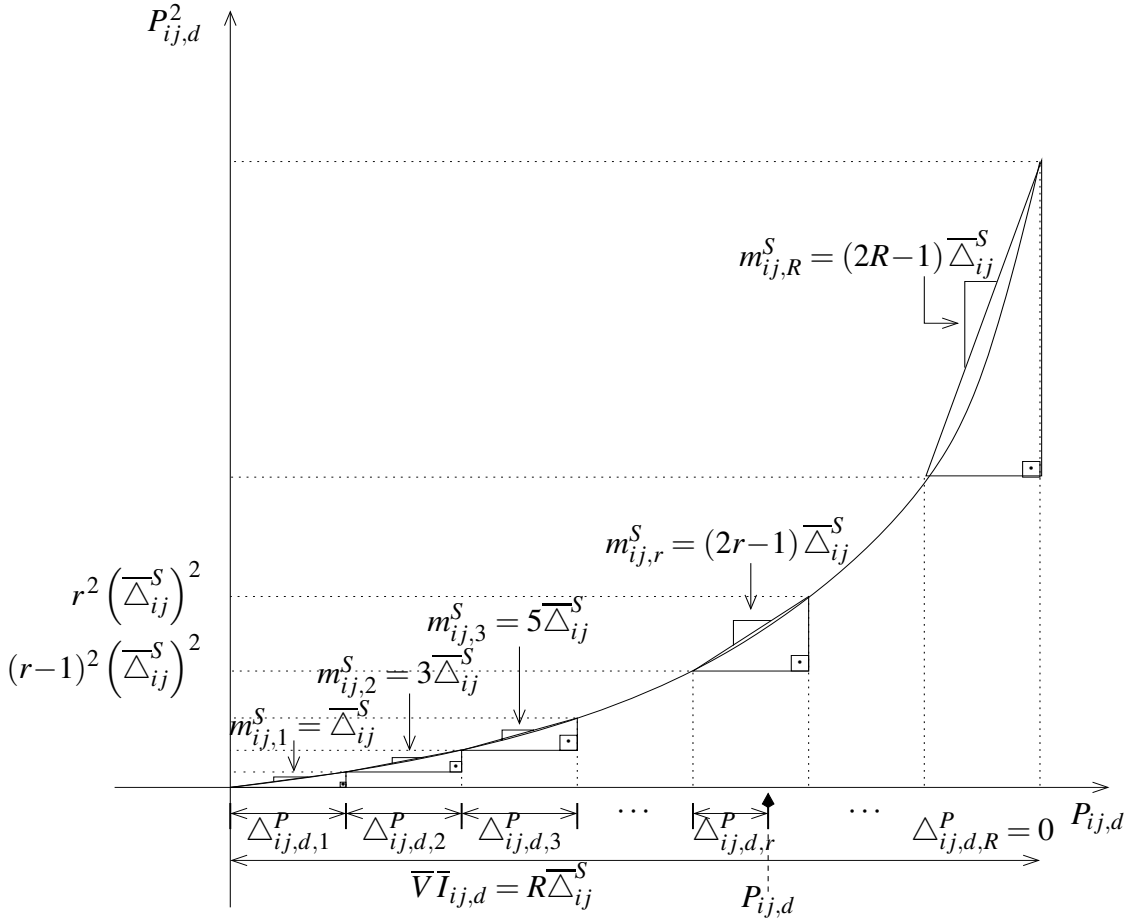
é a inclinação da r -ésima aproximação linear $L_{ij,d,r}$.

Os valores dos blocos de linearizações por partes de $P_{ij,d}^2$ e $Q_{ij,d}^2$, denotados por $\Delta_{ij,d,r}^P$ e $\Delta_{ij,d,r}^Q$, respectivamente, são preenchidos sequencialmente em ordem crescente de r . Esta condição é garantida, de forma implícita, pela minimização de $P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2$. Do problema (11)-(17) observa-se que $P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2$ é minimizada de forma implícita de acordo com a função objetivo (11) e equação (15), considerando-se a resistência R_{ij} não nula para cada circuito ij . Com isso, na modelagem do modelo LIM, um valor positivo, suficientemente pequeno, será considerado em todos os circuitos com resistência nula.

Em Alguacil, Motto e Conejo (2003) apresentam uma linearização para $P_{ij,d}^2 : [0, \overline{V} \overline{I}_{ij}] \rightarrow \mathbb{R}$, restrita ao r -ésimo subintervalo $[(r-1) \overline{\Delta}_{ij}^S, r \overline{\Delta}_{ij}^S]$, baseada na reta $y_{ij,d,r} = (2r-1) \overline{\Delta}_{ij}^S P_{ij,d} + (r-1)^2 (\overline{\Delta}_{ij}^S)^2$, secante a $P_{ij,d}^2$, conforme ilustrado na Figura 7.

Desta forma, a linearização da soma $P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2$, segundo Alguacil, Motto e Conejo (2003), fica definida na equação (27).

Figura 7 - Ilustração da modelagem linear por partes da função $P_{ij,d}^2$, segundo Alguacil, Motto e Conejo (2003)



Fonte: Adaptado de Alves (2012)

$$\left. \begin{aligned}
 P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2 &= \sum_{r=1}^R m_{ij,r}^S \left(\Delta_{ij,d,r}^P + \Delta_{ij,d,r}^Q \right) \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \\
 P_{ij,d} &= \sum_{r=1}^R \Delta_{ij,d,r}^P \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \\
 Q_{ij,d} &= \sum_{r=1}^R \Delta_{ij,d,r}^Q \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \\
 0 \leq \Delta_{ij,d,r}^P &\leq \bar{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d, r = 1 \dots R \\
 0 \leq \Delta_{ij,d,r}^Q &\leq \bar{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d, r = 1 \dots R \\
 0 \leq P_{ij,d} &\quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \\
 0 \leq Q_{ij,d} &\quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d
 \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

No exemplo ilustrativo a seguir, são aplicadas as duas técnicas de aproximação linear para a soma $P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2$.

2.3.2.1 Exemplos Ilustrativos das linearizações de $P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2$

Exemplo 2: Aplicação da equação (26)

Para certo nível de demanda $d \in \Omega_d$ e circuito $ij \in \Omega_c$, considera-se os dados a seguir: $P_{ij,d} = 52$, $Q_{ij,d} = 30$, $\overline{VI}_{ij} = 80$ e $R = 4$.

Logo, $\overline{\Delta}_{ij}^S = 20$ e os valores das variáveis $\Delta_{ij,d,r}^P$ e $\Delta_{ij,d,r}^Q$ são determinados na equação (26).

$$\begin{aligned} \Delta_{ij,d,1}^P &= 20, & \Delta_{ij,d,2}^P &= 20, & \Delta_{ij,d,3}^P &= 12, & \Delta_{ij,d,4}^P &= 0 \\ \Delta_{ij,d,1}^Q &= 20, & \Delta_{ij,d,2}^Q &= 10, & \Delta_{ij,d,3}^Q &= 0, & \Delta_{ij,d,4}^Q &= 0 \end{aligned}$$

Portanto,

$$\begin{aligned} P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2 &= \frac{5}{6} \overline{\Delta}_{ij}^S \left(\Delta_{ij,d,1}^P + \Delta_{ij,d,1}^Q \right) + \sum_{r=2}^4 (2r-1) \overline{\Delta}_{ij}^S \left(\Delta_{ij,d,r}^P + \Delta_{ij,d,r}^Q \right) \\ &= \frac{5}{6} (20) (20 + 20) + 3 (20) (20 + 10) + 5 (20) (12 + 0) + 7 (20) (0 + 0) \\ &= 3666, \overline{6} \end{aligned}$$

Visto que o valor exato de $P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2$ é igual a 3604, então o erro relativo obtido na linearização, aplicando a metodologia proposta, é aproximadamente igual a 1,74%.

Exemplo 3: Aplicação da equação (27)

Considerando os dados do Exemplo 1 e tomando a linearização obtida por Alguacil, Motto e Conejo (2003), tem-se, resumidamente

$$\begin{aligned} P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2 &= \sum_{r=1}^4 m_{ij,r}^S \left(\Delta_{ij,d,r}^P + \Delta_{ij,d,r}^Q \right) \\ &= 3800 \end{aligned}$$

cujo erro relativo é de aproximadamente igual a 5,16%, maior comparado com a aproximação proposta.

O cálculo do FC é uma das ferramentas mais utilizadas em engenharia de sistemas de potência. Neste trabalho, o problema de FC será resolvido utilizando o modelo de PNL definido pelas equações (11)-(17). A Seção 2.4 apresenta um modelo LIM equivalente ao modelo não linear.

2.4 FORMULAÇÃO LIM PARA O PROBLEMA DE FC

Considerando o desenvolvimento na Seção 2.3, o problema do cálculo do PORP de um SD radial pode ser modelado como um problema de PLIM, em que a equação (28) representa a função objetivo e as restrições utilizadas no modelo proposto são apresentadas nas equações (29)-(45).

$$\min \sum_{d \in \Omega_d} \left(c_d^{ls} \alpha_d \sum_{ij \in \Omega_c} R_{ij} I_{ij,d}^{sqr} \right) \quad (28)$$

s.a.

$$\sum_{ki \in \Omega_c} P_{ki,d} - \sum_{ij \in \Omega_c} \left(P_{ij,d} + R_{ij} I_{ij,d}^{sqr} \right) + P_{i,d}^S = P_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (29)$$

$$\sum_{ki \in \Omega_c} Q_{ki,d} - \sum_{ij \in \Omega_c} \left(Q_{ij,d} + X_{ij} I_{ij,d}^{sqr} \right) + Q_{i,d}^S = Q_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (30)$$

$$V_{i,d}^{sqr} - 2 \left(R_{ij} P_{ij,d} + X_{ij} Q_{ij,d} \right) - Z_{ij}^2 I_{ij,d}^{sqr} - V_{j,d}^{sqr} = 0 \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (31)$$

$$\left(\underline{V}^2 + \frac{1}{2} \overline{\Delta}^V \right) I_{ij,d}^{sqr} + \sum_{s=1}^S P_{j,d,s}^c = \frac{5}{6} \overline{\Delta}_{ij}^S \left(\Delta_{ij,d,1}^P + \Delta_{ij,d,1}^Q \right) + \sum_{r=2}^R m_{ij,r}^S \left(\Delta_{ij,d,r}^P + \Delta_{ij,d,r}^Q \right) \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (32)$$

$$\underline{V}^2 + \sum_{s=1}^S x_{j,d,s} \overline{\Delta}^V \leq V_{j,d}^{sqr} \leq \underline{V}^2 + \overline{\Delta}^V + \sum_{s=1}^S x_{j,d,s} \overline{\Delta}^V \quad \forall j \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (33)$$

$$x_{j,d,s} \leq x_{j,d,s-1} \quad \forall j \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d, s = 2 \dots S \quad (34)$$

$$x_{j,d,s} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \quad (35)$$

$$0 \leq \overline{\Delta}^V I_{ij,d}^{sqr} - P_{j,d,s}^c \leq \overline{\Delta}^V \overline{I}_{ij}^2 (1 - x_{j,d,s}) \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \quad (36)$$

$$0 \leq P_{j,d,s}^c \leq \overline{\Delta}^V \overline{I}_{ij}^2 x_{j,d,s} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \quad (37)$$

$$P_{ij,d} = \sum_{r=1}^R \Delta_{ij,d,r}^P \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (38)$$

$$Q_{ij,d} = \sum_{r=1}^R \Delta_{ij,d,r}^Q \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (39)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,d,r}^P \leq \overline{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d, r = 1 \dots R \quad (40)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,d,r}^Q \leq \overline{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d, r = 1 \dots R \quad (41)$$

$$0 \leq P_{ij,d} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (42)$$

$$0 \leq Q_{ij,d} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (43)$$

$$\underline{V}^2 \leq V_{i,d}^{sqr} \leq \overline{V}^2 \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (44)$$

$$0 \leq I_{ij,d}^{sqr} \leq \overline{I}_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (45)$$

A função objetivo (28) representa o custo das perdas anuais de energia. As equações (29) e (30) representam as equações de balanço de potências ativa e reativa, respectivamente. A equação (31) representa a equação de queda de tensão entre dois nós consecutivos. As equações (32)-(43) definem a linearização de (15). As equações (44) e (45) representam, respectivamente, os limites do quadrado da magnitude de tensão nos nós e do quadrado da magnitude da corrente nos circuitos.

Com as hipóteses apresentadas no início do Capítulo 2, o modelo LIM pode ser utilizado para modelar outros problemas de otimização de SD radiais usando expressões lineares e resolvê-los utilizando técnicas de otimização clássica existentes, apesar de que com a linearização houve um aumento no número de restrições, variáveis contínuas e o aparecimento de variáveis binárias. Utilizando a aproximação linear de $P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2$, baseada no trabalho de (ALGUACIL; MOTTO; CONEJO, 2003), pode-se obter um problema LIM substituindo no problema (28)-(45) a equação (32) pela equação (46).

$$\left(\underline{V}^2 + \frac{1}{2}\overline{\Delta}^v\right) I_{ij,d}^{sqr} + \sum_{s=1}^S P_{j,d,s}^c = \sum_{r=1}^R m_{ij,r}^S \left(\Delta_{ij,d,r}^P + \Delta_{ij,d,r}^Q\right), \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (46)$$

2.5 TESTES E RESULTADOS

Utilizou-se cinco sistemas testes; 34, 70, 136, 202 e 400 nós, a fim de validar os resultados e avaliar a eficiência computacional da metodologia proposta para calcular o PORP de um SD radial. Os dados destes sistemas são apresentados no Apêndice B. Para todos os sistemas testes, foram consideradas três níveis de demanda, máxima, média e mínima, com durações de 1000, 6760 e 1000 horas, respectivamente.

Para avaliar a precisão dos resultados obtidos com o modelo linearizado, para cada sistema teste, serão apresentados o perfil da magnitude de tensão e o custo das perdas anuais de energia, considerando o modelo linearizado (28)-(45) e o correspondente modelo não linear (11)-(17). Será denominado "modelo proposto" ou "metodologia proposta", qualquer referência ao modelo LIM definido pelas equações (28)-(45). Para os testes, foram considerados o número de linearizações por partes $R = 20$ e o número de discretizações $S = 8$.

Considera-se os seguintes casos:

CASO 1: [metodologia proposta] Modelo LIM definido pelas equações (28)-(45).

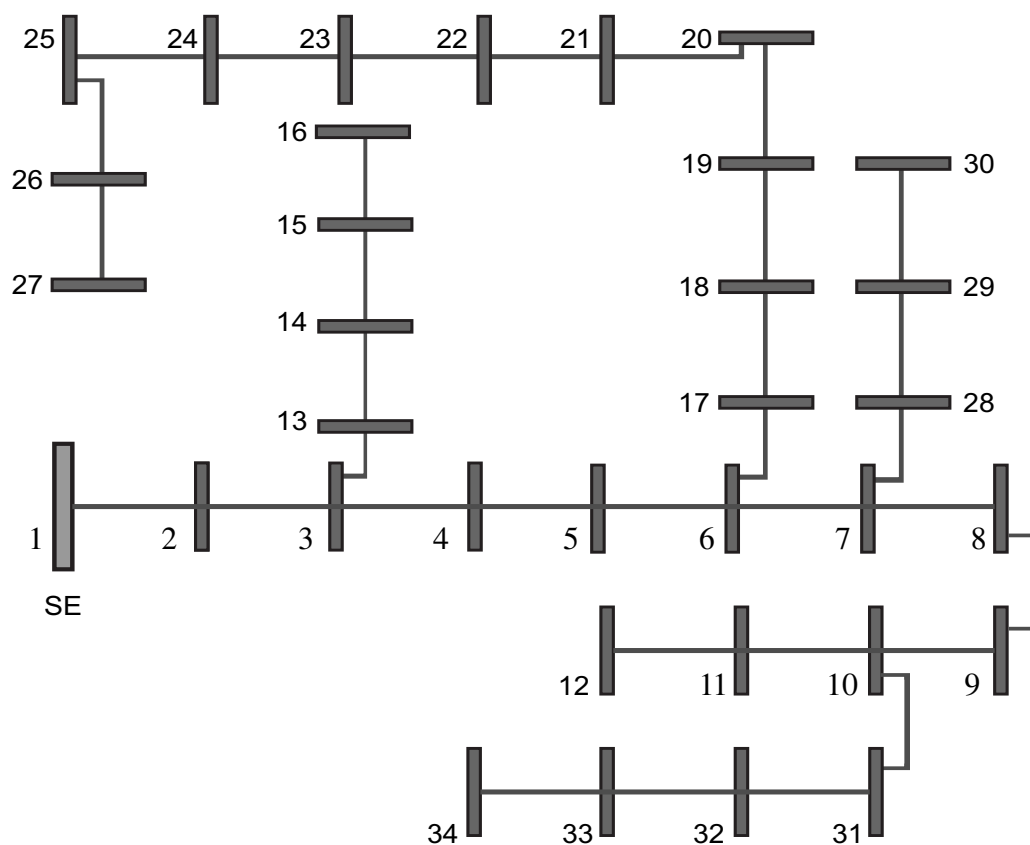
CASO 2: [baseado em Alguacil, Motto e Conejo (2003)] Modelo LIM definido pelas equações (29)-(31), (33)-(45) e (46).

Com o objetivo de mostrar que a metodologia proposta definida no CASO 1 é mais vantajosa, para cada caso e cada sistema teste, será apresentada uma tabela com os valores dos erros

relativos do custo das perdas anuais de energia obtido utilizando o modelo LIM, comparado com o custo das perdas anuais de energia obtido utilizando o modelo não linear (11)-(17).

O modelo não linear e o modelo matemático LIM foram implementados na linguagem de modelagem AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003). O primeiro foi solucionado usando o solver comercial KNITRO (BYRD; NOCEDAL; WALTZ, 2006), enquanto que o segundo modelo proposto foi solucionado com o solver comercial CPLEX (ILOG, 2008); ambos solvers foram chamados com suas opções padrões. Um computador com processador Intel Core 2 Duo T5250-1.50 GHz, 667 MHz FSB, 2MB L2 cache foi utilizado para realizar os testes.

Figura 8 - Diagrama unifilar do sistema de distribuição de 34 nós

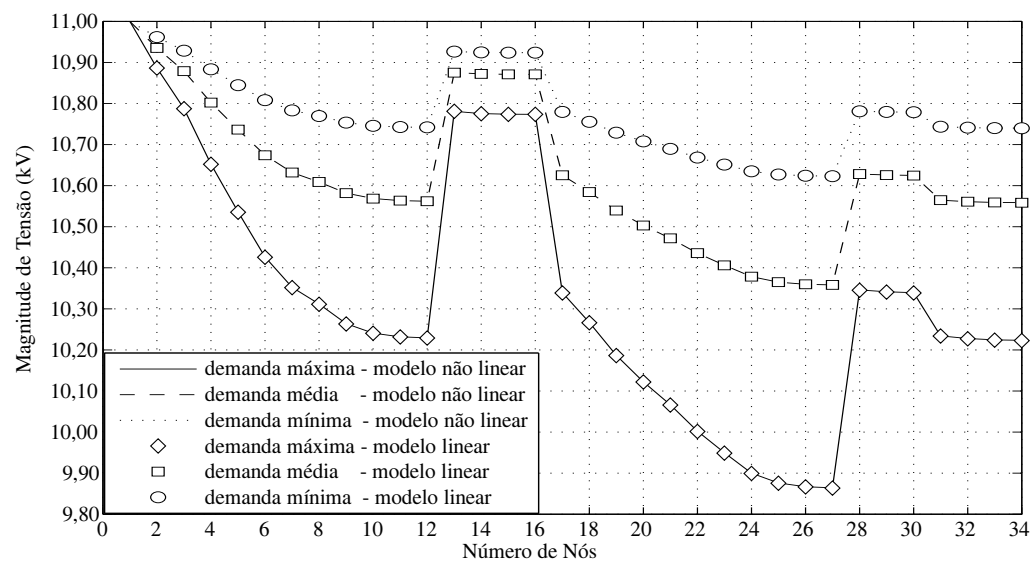


Fonte: Elaboração do autor

2.5.1 Sistema Teste de 34 Nós

O sistema teste de 34 nós (SEGURA, 2006) foi utilizado para testar a metodologia proposta. Os dados deste sistema são apresentados no Apêndice B.1, cujo diagrama unifilar é mostrado na Figura 8. Este sistema opera com uma tensão nominal de 11 kV, com uma potência ativa de 7882,050 kW no nível de demanda máxima, 4636,500 kW no nível de demanda média e 2781,900 kW no nível de demanda mínima; com uma potência reativa de 4905,350 kVAR no nível de demanda máxima, 2885,500 kVAR no nível de demanda média e 1726,500 kVAR no

Figura 9 - Perfil da magnitude de tensão do sistema teste de 34 nós



Fonte: Elaboração do autor

nível de demanda mínima. Para o problema LIM, foram consideradas magnitudes de tensão mínima e máxima de 9 kV e 11 kV, respectivamente.

O modelo não linear encontra para o custo das perdas anuais de energia US\$ 136274,11, enquanto que o modelo LIM, US\$ 136325,53. Em se tratando das magnitudes de tensão em cada nó, a Figura 9 mostra, para cada nível de demanda, uma comparação entre os modelos não linear e LIM. Observa-se que o modelo LIM tem boa precisão quando comparado com o modelo de programação não linear. Para as magnitudes de tensão o erro máximo é inferior a 0,00044%, enquanto que para o custo das perdas anuais de energia é igual a 0,04%. O tempo computacional gasto utilizando os modelos não linear e LIM foram 0,48 e 0,14 segundos, respectivamente.

Tabela 1 - Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 34 nós: Caso 1

(continua)

S/R	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
6	0,96	0,44	0,61	0,71	0,11	0,38	0,28	0,46	0,23	0,37	0,36	0,36	0,34
8	0,54	0,86	0,19	0,29	0,31	0,04	0,14	0,04	0,19	0,05	0,06	0,06	0,08
10	0,65	0,76	0,29	0,39	0,20	0,07	0,03	0,14	0,08	0,06	0,04	0,04	0,03
12	0,46	0,93	0,11	0,21	0,38	0,11	0,21	0,04	0,26	0,12	0,14	0,14	0,15
14	0,43	0,97	0,08	0,18	0,42	0,15	0,24	0,07	0,30	0,15	0,17	0,17	0,18
16	0,71	0,69	0,36	0,46	0,14	0,13	0,04	0,21	0,02	0,13	0,11	0,11	0,10
18	0,67	0,73	0,32	0,42	0,17	0,09	0,00	0,17	0,06	0,09	0,07	0,07	0,06
20	0,72	0,68	0,37	0,47	0,12	0,15	0,05	0,22	0,01	0,14	0,12	0,12	0,11

Tabela 1 - Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 34 nós: Caso 1

<i>S/R</i>	(conclusão)												
	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
22	0,65	0,75	0,30	0,40	0,19	0,08	0,02	0,15	0,08	0,07	0,05	0,05	0,04
24	0,48	0,91	0,13	0,23	0,36	0,09	0,19	0,02	0,24	0,10	0,12	0,12	0,13
26	0,46	0,94	0,11	0,21	0,39	0,12	0,21	0,04	0,27	0,13	0,14	0,14	0,16
28	0,74	0,66	0,39	0,49	0,11	0,16	0,06	0,24	0,01	0,15	0,13	0,13	0,12
30	0,66	0,74	0,31	0,41	0,19	0,08	0,02	0,16	0,07	0,07	0,06	0,06	0,04

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 2 - Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 34 nós: Caso 2

<i>S/R</i>	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
6	5,46	2,10	2,24	1,84	0,95	1,02	0,79	0,87	0,57	0,66	0,60	0,56	0,52
8	5,01	1,67	1,81	1,42	0,52	0,60	0,36	0,44	0,15	0,24	0,18	0,14	0,10
10	5,13	1,78	1,92	1,52	0,63	0,70	0,47	0,55	0,25	0,34	0,28	0,25	0,21
12	5,05	1,71	1,85	1,45	0,56	0,52	0,29	0,37	0,07	0,16	0,10	0,07	0,03
14	4,91	1,56	1,70	1,31	0,41	0,49	0,26	0,34	0,04	0,13	0,07	0,03	0,00
16	5,25	1,85	1,99	1,59	0,70	0,77	0,54	0,62	0,32	0,41	0,35	0,32	0,28
18	5,16	1,80	1,95	1,55	0,66	0,73	0,50	0,58	0,28	0,37	0,31	0,28	0,24
20	5,21	1,86	2,00	1,60	0,71	0,78	0,55	0,63	0,33	0,42	0,36	0,33	0,29
22	5,14	1,79	1,93	1,53	0,64	0,71	0,48	0,56	0,26	0,35	0,29	0,26	0,22
24	4,96	1,62	1,76	1,36	0,47	0,54	0,31	0,39	0,09	0,18	0,12	0,09	0,05
26	4,93	1,59	1,73	1,33	0,44	0,52	0,28	0,36	0,07	0,16	0,10	0,06	0,02
28	5,23	1,87	2,01	1,62	0,72	0,79	0,56	0,64	0,34	0,43	0,37	0,34	0,30
30	5,16	1,80	1,94	1,54	0,64	0,72	0,49	0,56	0,27	0,36	0,30	0,26	0,22

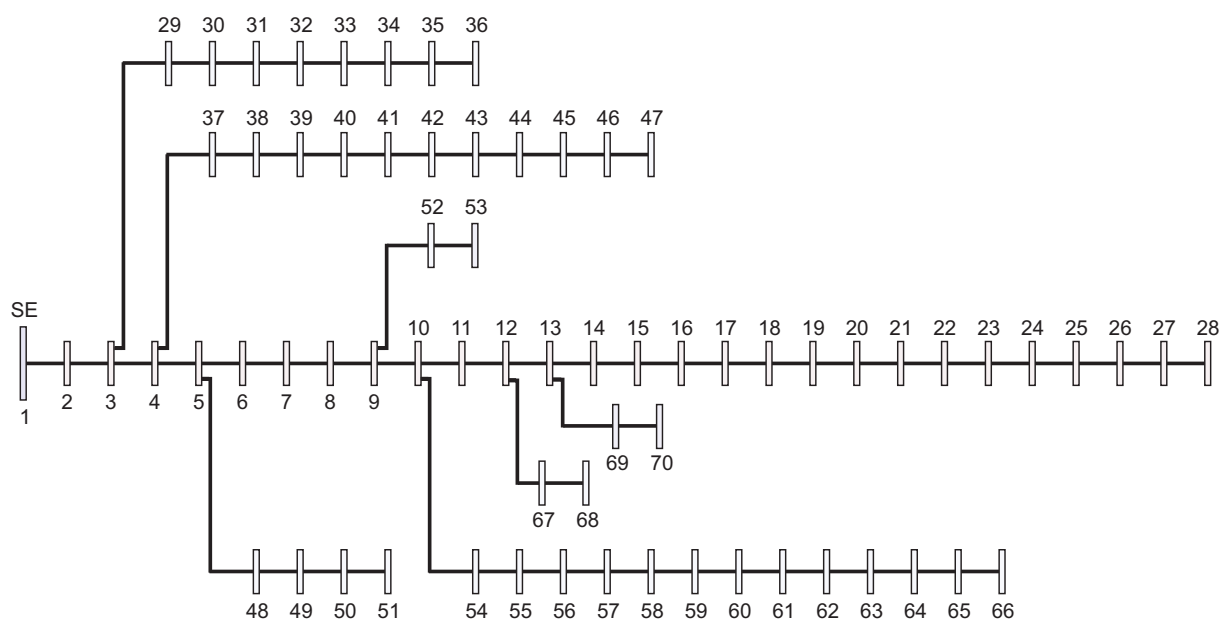
Fonte: Dados da pesquisa do autor.

As Tabelas 1 e 2 mostram os erros relativos do custo das perdas anuais de energia obtido por meio do modelo LIM comparado com o custo das perdas anuais de energia obtido usando o modelo não linear. Os erros relativos apresentados nas Tabelas 1 e 2 são baseados nos casos 1 e 2, respectivamente.

2.5.2 Sistema Teste de 70 Nós

O sistema teste de 70 nós (BARAN; WU, 1989b) foi utilizado para testar a metodologia proposta. Os dados deste sistema são apresentados no Apêndice B.2, cujo diagrama unifilar é mostrado na Figura 10. Este sistema opera com uma tensão nominal de 12,66 kV, com

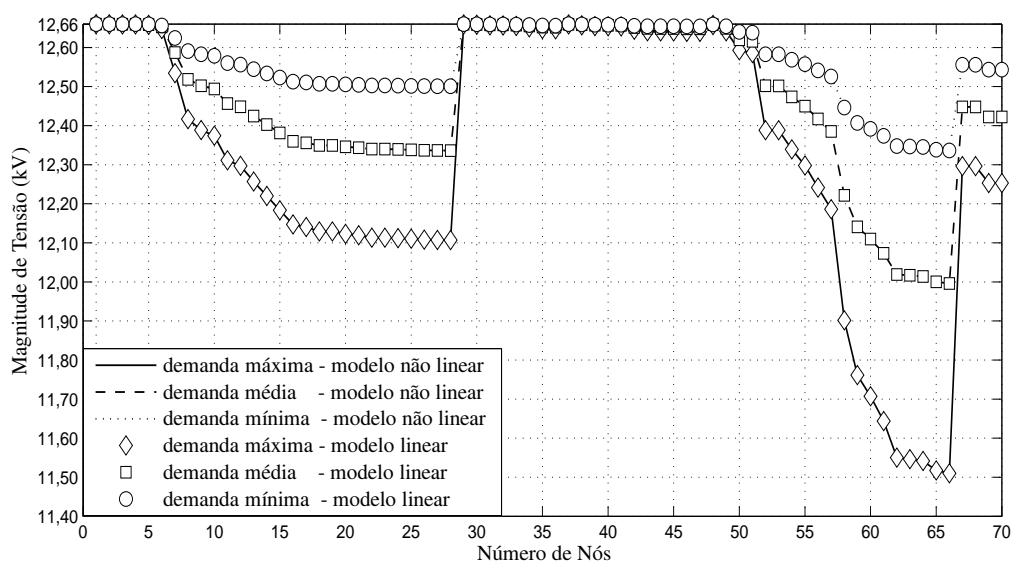
Figura 10 - Diagrama unifilar do sistema de distribuição de 70 nós



Fonte: Elaboração do autor

uma potência ativa de 3802,190 kW no nível de demanda máxima, 2281,310 kW no nível de demanda média e 1140,670 kW no nível de demanda mínima; com uma potência reativa de 2694,600 kVAr no nível de demanda máxima, 1616,760 kVAr no nível de demanda média e 808,390 kVAr no nível de demanda mínima. Para o problema LIM, foram consideradas magnitudes de tensão mínima e máxima de 10 kV e 12,66 kV, respectivamente.

Figura 11 - Perfil da magnitude de tensão do sistema teste de 70 nós



Fonte: Elaboração do autor

O modelo não linear encontra para o custo das perdas anuais de energia US\$ 45218,81, enquanto que o modelo LIM, US\$ 45202,14. Em se tratando das magnitudes de tensão em cada nó, a Figura 11 mostra, para cada nível de demanda, uma comparação entre os modelos não linear e LIM. Observa-se que o modelo LIM tem boa precisão quando comparado com o modelo de programação não linear. Para as magnitudes de tensão o erro máximo é inferior a 0,001200%, enquanto que para o custo das perdas anuais de energia é igual a 0,030000%. O tempo computacional gasto utilizando os modelos não linear e LIM foram 0,18 e 0,88 segundos, respectivamente.

Tabela 3 - Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 70 nós: Caso 1

S/R	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
6	1,22	0,07	0,23	0,55	0,41	0,37	0,21	0,38	0,28	0,38	0,29	0,35	0,32
8	0,80	0,48	0,19	0,13	0,01	0,04	0,21	0,03	0,14	0,04	0,12	0,07	0,10
10	0,70	0,58	0,29	0,03	0,11	0,14	0,31	0,14	0,24	0,14	0,22	0,17	0,20
12	1,03	0,26	0,03	0,35	0,21	0,18	0,01	0,18	0,09	0,19	0,10	0,16	0,12
14	0,66	0,63	0,33	0,01	0,16	0,19	0,36	0,18	0,28	0,18	0,27	0,21	0,24
16	1,12	0,17	0,13	0,45	0,31	0,28	0,11	0,28	0,18	0,28	0,20	0,25	0,22
18	0,85	0,44	0,15	0,17	0,03	0,00	0,17	0,00	0,10	0,01	0,08	0,03	0,06
20	0,93	0,35	0,06	0,26	0,12	0,09	0,08	0,09	0,01	0,09	0,01	0,06	0,03
22	1,07	0,22	0,08	0,40	0,26	0,22	0,06	0,23	0,13	0,23	0,14	0,20	0,17
24	0,89	0,40	0,10	0,22	0,08	0,05	0,12	0,05	0,05	0,05	0,04	0,02	0,01
26	0,82	0,47	0,17	0,15	0,00	0,03	0,20	0,03	0,12	0,02	0,11	0,05	0,09
28	0,79	0,50	0,21	0,11	0,03	0,06	0,23	0,06	0,16	0,06	0,14	0,09	0,12
30	0,85	0,44	0,15	0,18	0,03	0,00	0,17	0,00	0,09	0,01	0,08	0,02	0,06

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 4 - Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 70 nós: Caso 2

(continua)													
S/R	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
6	4,95	2,06	1,58	1,49	1,10	0,90	0,62	0,71	0,56	0,61	0,49	0,52	0,47
8	4,52	1,64	1,16	1,07	0,68	0,49	0,21	0,30	0,14	0,20	0,08	0,11	0,05
10	4,41	1,53	1,06	0,97	0,58	0,39	0,11	0,20	0,04	0,10	0,02	0,01	0,05
12	4,75	1,86	1,38	1,29	0,90	0,71	0,43	0,52	0,36	0,42	0,30	0,33	0,27
14	4,37	1,48	1,01	0,92	0,53	0,34	0,06	0,15	0,00	0,05	0,07	0,04	0,09
16	4,85	1,96	1,48	1,39	1,00	0,81	0,52	0,62	0,46	0,51	0,40	0,42	0,37
18	4,58	1,68	1,21	1,12	0,73	0,53	0,26	0,34	0,18	0,24	0,12	0,15	0,09
20	4,65	1,77	1,29	1,20	0,81	0,62	0,34	0,43	0,27	0,33	0,21	0,24	0,18

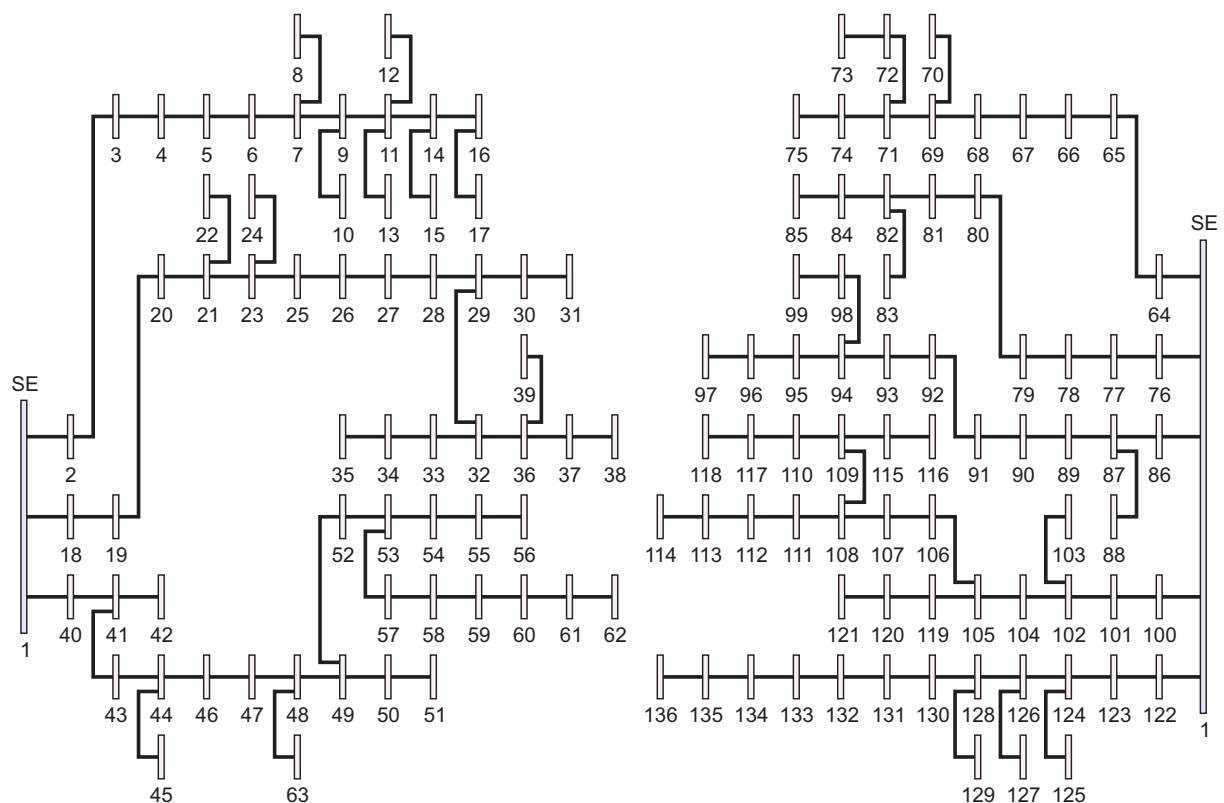
Tabela 4 - Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 70 nós: Caso 2

S/R	(conclusão)												
	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
22	4,80	1,90	1,43	1,34	0,95	0,75	0,47	0,56	0,41	0,46	0,34	0,37	0,32
24	4,61	1,72	1,25	1,16	0,77	0,57	0,29	0,39	0,23	0,28	0,17	0,19	0,14
26	4,53	1,65	1,17	1,08	0,69	0,50	0,22	0,31	0,16	0,21	0,09	0,12	0,06
28	4,50	1,62	1,14	1,05	0,66	0,47	0,19	0,28	0,12	0,18	0,06	0,09	0,03
30	4,57	1,68	1,20	1,11	0,72	0,53	0,25	0,34	0,19	0,24	0,12	0,15	0,09

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

As Tabelas 3 e 4 mostram o erro relativo do custo das perdas anuais de energia obtido por meio do modelo LIM comparado com o custo das perdas anuais de energia obtido usando o modelo não linear. Os erros relativos apresentados nas Tabelas 3 e 4 são baseados nos casos 1 e 2, respectivamente.

Figura 12 - Diagrama unifilar do sistema de distribuição de 136 nós



Fonte: Elaboração do autor

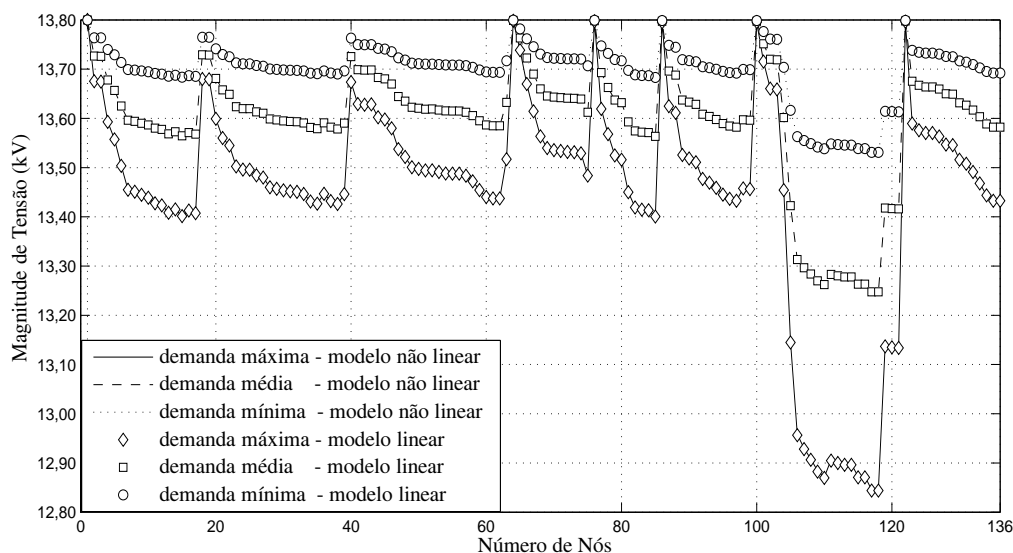
2.5.3 Sistema Teste de 136 Nós

O sistema teste de 136 nós (MANTOVANI; CASARI; ROMERO, 2000) foi utilizado para testar a metodologia proposta. Os dados deste sistema são apresentados no Apêndice B.3, cujo

diagrama unifilar é mostrado na Figura 12. Este sistema opera com uma tensão nominal de 13,80 kV, com uma potência ativa de 18 312,807 kW no nível de demanda máxima, 10 987,684 kW no nível de demanda média e 5 493,842 kW no nível de demanda mínima; com uma potência reativa de 7 930,300 kVAr no nível de demanda máxima, 4 758,180 kVAr no nível de demanda média e 2 379,080 kVAr no nível de demanda mínima. Para o problema LIM, foram consideradas magnitudes de tensão mínima e máxima de 10 kV e 13,80 kV, respectivamente.

O modelo não linear encontra para o custo das perdas anuais de energia US\$ 66 157,14, enquanto que o modelo LIM, US\$ 66 553,32. Em se tratando das magnitudes de tensão em cada nó, a Figura 13 mostra, para cada nível de demanda, uma comparação entre os modelos não linear e LIM. Observa-se que o modelo LIM tem boa precisão quando comparado com o modelo de programação não linear. Para as magnitudes de tensão o erro máximo é inferior a 0,002100%, enquanto que para o custo das perdas anuais de energia é igual a 0,600000%. O tempo computacional gasto utilizando os modelos não linear e LIM foram 0,24 e 0,69 segundos, respectivamente.

Figura 13 - Perfil da magnitude de tensão do sistema teste de 136 nós



Fonte: Elaboração do autor

As Tabelas 5 e 6 mostram o erro relativo das perdas anuais de energia obtidas por meio do modelo linear comparado com as perdas anuais de energia obtidas usando o modelo não linear. Os erros relativos apresentados na Tabela 5 são baseados no Caso 1 enquanto que os erros relativos apresentados na Tabela 6 são baseados no Caso 2.

Tabela 5 - Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 136 nós: Caso 1

<i>S/R</i>	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
6	1,42	1,62	1,00	1,20	1,08	0,92	0,96	0,95	0,96	1,02	0,99	1,02	1,01
8	1,07	1,28	0,65	0,85	0,73	0,57	0,61	0,60	0,61	0,68	0,65	0,68	0,67
10	0,69	0,89	0,27	0,47	0,35	0,19	0,24	0,22	0,23	0,30	0,27	0,30	0,29
12	0,35	0,55	0,07	0,13	0,01	0,15	0,10	0,12	0,11	0,04	0,07	0,04	0,05
14	0,16	0,37	0,25	0,06	0,18	0,33	0,29	0,30	0,29	0,23	0,26	0,23	0,24
16	0,36	0,57	0,05	0,14	0,03	0,13	0,09	0,10	0,09	0,03	0,06	0,03	0,03
18	0,46	0,67	0,05	0,24	0,13	0,03	0,01	0,00	0,01	0,07	0,04	0,07	0,07
20	0,59	0,79	0,17	0,37	0,25	0,09	0,14	0,12	0,13	0,20	0,17	0,20	0,19
22	0,33	0,54	0,08	0,11	0,01	0,16	0,12	0,13	0,13	0,06	0,09	0,06	0,07
24	0,22	0,42	0,20	0,00	0,12	0,28	0,23	0,25	0,24	0,17	0,20	0,17	0,18
26	0,41	0,61	0,01	0,19	0,07	0,09	0,04	0,06	0,05	0,02	0,01	0,02	0,01
28	0,45	0,66	0,04	0,23	0,11	0,04	0,00	0,01	0,01	0,06	0,03	0,06	0,05
30	0,38	0,58	0,04	0,16	0,04	0,12	0,07	0,09	0,08	0,01	0,04	0,01	0,02

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

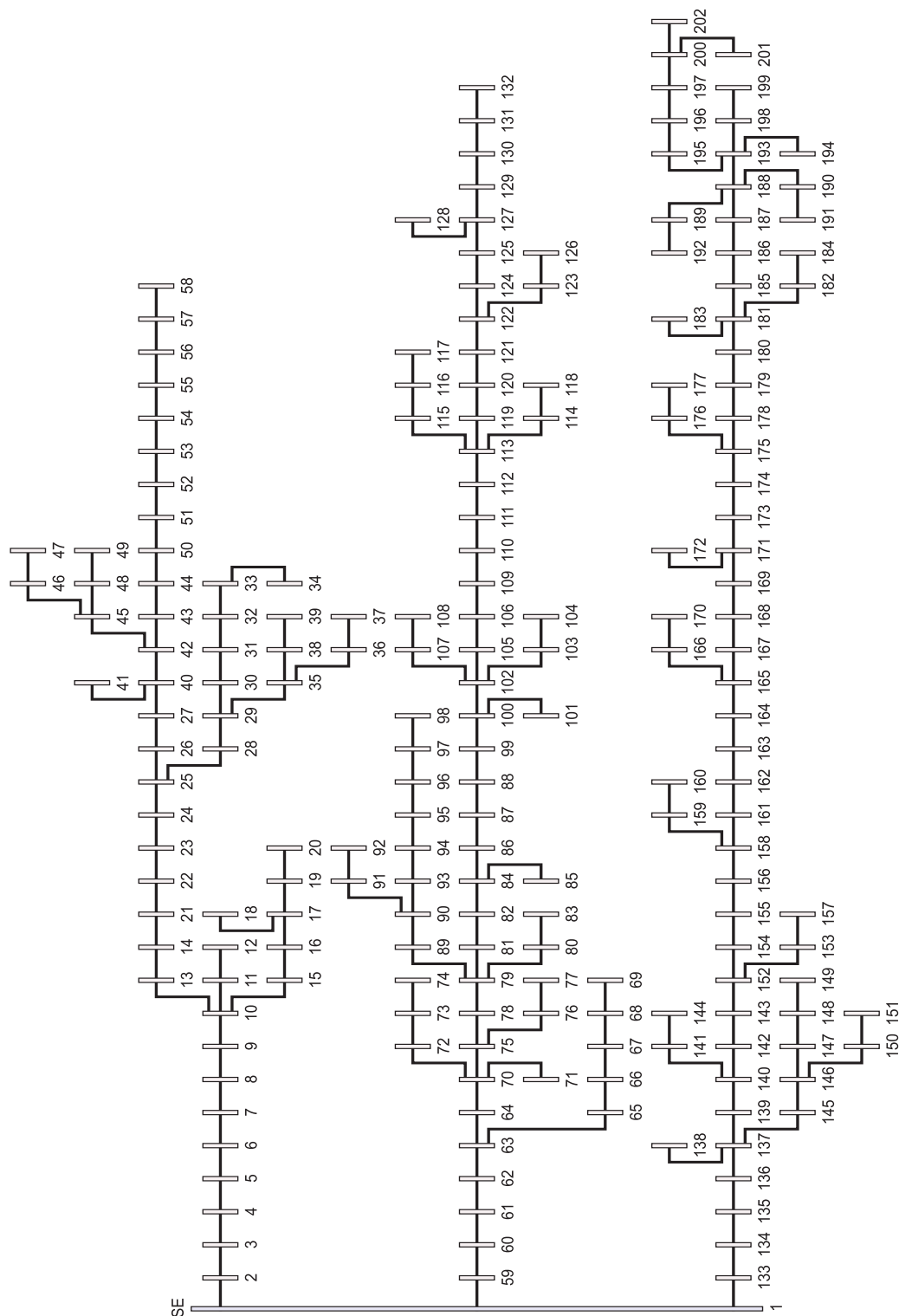
Tabela 6 - Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 136 nós: Caso 2

<i>S/R</i>	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
6	8,57	4,86	3,58	2,26	2,08	1,72	1,41	1,35	1,26	1,22	1,24	1,18	1,16
8	8,20	4,50	3,23	1,91	1,73	1,37	1,06	1,00	0,91	0,87	0,90	0,84	0,81
10	7,78	4,10	2,83	1,53	1,34	0,99	0,68	0,62	0,54	0,49	0,52	0,46	0,43
12	7,41	3,75	2,48	1,18	1,00	0,65	0,34	0,28	0,20	0,15	0,18	0,12	0,09
14	7,23	3,56	2,29	0,99	0,81	0,46	0,16	0,10	0,01	0,03	0,01	0,07	0,10
16	7,43	3,76	2,50	1,20	1,01	0,66	0,36	0,30	0,21	0,17	0,19	0,13	0,10
18	7,54	3,87	2,60	1,30	1,11	0,76	0,46	0,40	0,31	0,27	0,29	0,23	0,20
20	7,66	4,00	2,73	1,42	1,24	0,89	0,58	0,52	0,44	0,39	0,42	0,36	0,33
22	7,41	3,73	2,46	1,16	0,98	0,63	0,33	0,27	0,18	0,13	0,16	0,10	0,07
24	7,27	3,61	2,35	1,05	0,86	0,52	0,21	0,15	0,06	0,02	0,04	0,01	0,04
26	7,47	3,81	2,54	1,24	1,06	0,71	0,40	0,34	0,26	0,21	0,24	0,18	0,15
28	7,52	3,85	2,59	1,29	1,10	0,75	0,45	0,39	0,30	0,25	0,28	0,22	0,19
30	7,44	3,78	2,51	1,21	1,03	0,68	0,37	0,31	0,23	0,18	0,21	0,15	0,12

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

2.5.4 Sistema Teste de 202 Nós

Figura 14 - Diagrama unifilar do sistema de distribuição de 202 nós



Fonte: Elaboração do autor

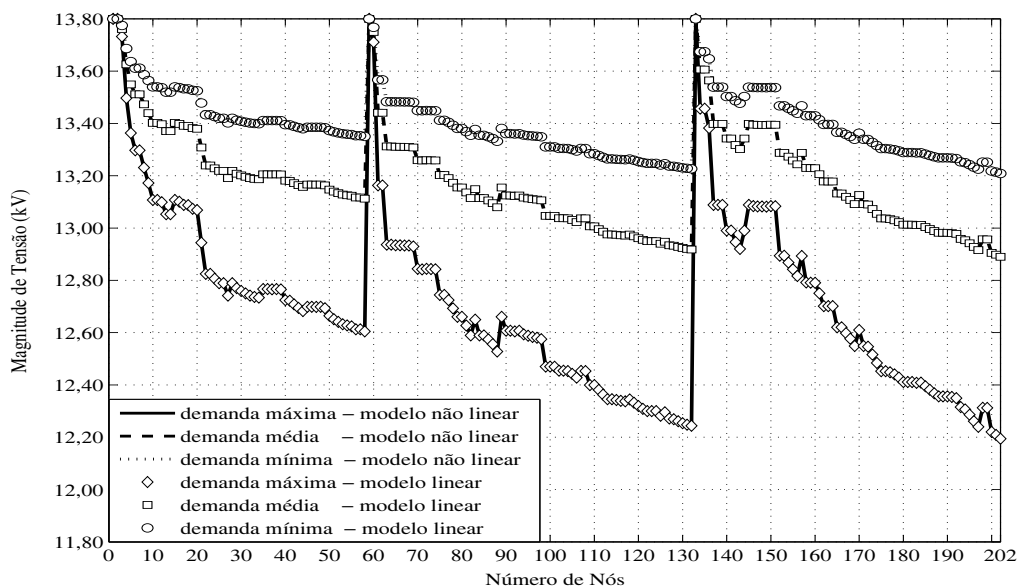
O sistema teste de 202 nós (CASTRO, 1985) foi utilizado para testar a metodologia pro-

posta. Este alimentador corresponde a parte do SD da concessionária de energia elétrica ELEKTRO, localizado na cidade de Guarujá - SP (CASTRO, 1985).

Os dados deste sistema são apresentados no Apêndice B.4, cujo diagrama unifilar é mostrado na Figura 14. Este sistema opera com uma tensão nominal de 13,80 kV, com uma potência ativa de 69 087,200 kW no nível de demanda máxima, 41 452,320 kW no nível de demanda média e 27 634,880 kW no nível de demanda mínima; com uma potência reativa de 42 809,450 kVAR no nível de demanda máxima, 25 685,670 kVAR no nível de demanda média e 17 123,780 kVAR no nível de demanda mínima. Para o problema LIM, foram consideradas magnitudes de tensão mínima e máxima de 12 kV e 13,80 kV, respectivamente.

O modelo não linear encontra para o custo das perdas anuais de energia US\$ 792 605,82, enquanto que o modelo LIM US\$ 782 940,49. Em se tratando das magnitudes de tensão em cada nó, a Figura 15 mostra, para cada nível de demanda, uma comparação entre os modelos não linear e LIM. Observa-se que o modelo LIM tem boa precisão quando comparado com o modelo de programação não linear. Para as magnitudes de tensão o erro máximo é inferior a 0,000874%, enquanto que para o custo das perdas anuais de energia é inferior a 1,220000%. O tempo computacional gasto utilizando os modelos não linear e LIM foram 0,31 e 4,39 segundos, respectivamente.

Figura 15 - Perfil da magnitude de tensão do sistema teste de 202 nós



Fonte: Elaboração do autor

As Tabelas 7 e 8 mostram o erro relativo das perdas anuais de energia obtidas por meio do modelo linear comparado com as perdas anuais de energia obtidas usando o modelo não linear. Os erros relativos apresentados nas Tabelas 7 e 8 são baseados nos casos 1 e 2, respectivamente.

Tabela 7 - Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 202 nós: Caso 1

<i>S/R</i>	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
6	0,23	2,23	1,19	1,51	1,05	1,39	1,35	1,37	1,21	1,32	1,30	1,34	1,29
8	0,07	2,08	1,19	1,36	0,90	1,25	1,20	1,22	1,06	1,17	1,15	1,19	1,14
10	0,11	1,90	0,87	1,18	0,72	1,06	1,02	1,04	0,89	0,99	0,98	1,01	0,96
12	0,09	2,10	1,06	1,37	0,92	1,26	1,21	1,24	1,08	1,18	1,17	1,20	1,16
14	0,05	1,96	0,92	1,24	0,78	1,12	1,08	1,10	0,94	1,05	1,03	1,07	1,02
16	0,11	2,20	1,08	1,39	0,93	1,27	1,23	1,25	1,10	1,20	1,18	1,22	1,17
18	0,01	2,04	1,00	1,31	0,85	1,20	1,15	1,17	1,02	1,12	1,11	1,14	1,09
20	0,12	2,13	1,09	1,40	0,95	1,29	1,24	1,27	1,11	1,21	1,11	1,23	1,18
22	0,14	2,15	1,11	1,43	0,97	1,31	1,27	1,29	1,13	1,24	1,22	1,26	1,21
24	0,14	2,06	1,03	1,34	0,89	1,23	1,09	1,21	1,05	1,15	1,14	1,17	1,12
26	0,12	2,13	1,09	1,41	0,95	1,29	1,09	1,27	1,11	1,22	1,20	1,24	1,19
28	0,12	2,08	1,04	1,35	0,89	1,24	1,19	1,21	1,06	1,16	1,15	1,18	1,13
30	0,12	1,92	1,05	1,37	0,89	1,24	2,27	1,21	1,08	1,18	1,15	1,20	1,15

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 8 - Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 202 nós: Caso 2

<i>S/R</i>	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
6	3,79	0,05	0,19	0,54	0,34	0,85	0,92	1,02	0,93	1,08	1,10	1,16	1,13
8	3,78	0,10	0,34	0,39	0,34	0,70	0,77	0,87	0,78	0,93	0,95	1,01	0,98
10	3,97	0,28	0,53	0,21	0,01	0,52	0,59	0,70	0,60	0,75	0,77	0,83	0,81
12	3,78	0,09	0,33	0,41	0,21	0,72	0,79	0,89	0,80	0,94	0,96	1,03	1,00
14	3,91	0,22	0,47	0,27	0,07	0,58	0,65	0,75	0,66	0,80	0,83	0,89	0,86
16	3,75	0,07	0,31	0,42	0,22	0,73	0,80	0,90	0,81	0,96	0,98	1,04	1,02
18	3,87	0,15	0,40	0,34	0,14	0,65	0,72	0,82	0,73	0,88	0,90	0,96	0,94
20	3,80	0,05	0,30	0,44	0,24	0,75	0,82	0,92	0,82	0,97	0,99	1,06	1,03
22	3,74	0,03	0,27	0,46	0,26	0,77	0,84	0,94	0,85	1,00	1,02	1,08	1,05
24	3,74	0,12	0,36	0,37	0,17	0,77	0,75	0,85	0,76	0,91	0,93	0,99	0,97
26	3,74	0,05	0,29	0,44	0,24	0,75	0,82	0,92	0,76	0,91	1,00	1,06	1,03
28	3,79	0,10	0,35	0,39	0,19	0,69	0,76	0,87	0,77	0,92	0,94	1,01	0,98
30	3,77	0,09	0,34	0,40	0,20	0,70	0,76	0,88	0,79	0,93	0,95	1,02	0,99

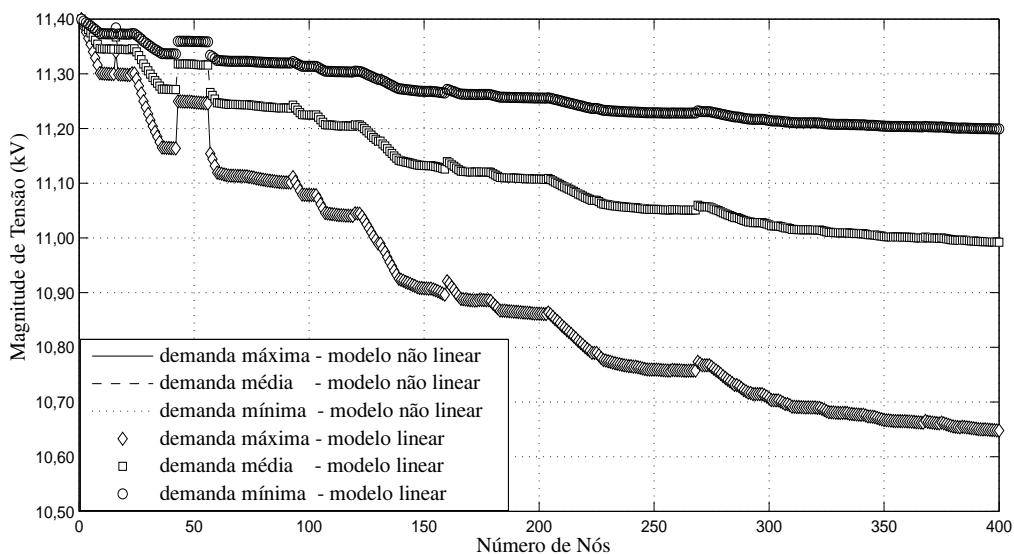
Fonte: Dados da pesquisa do autor.

2.5.5 Sistema Teste de 400 Nós

O sistema teste de 400 nós (COSSI, 2008) foi utilizado para testar a metodologia proposta. Segundo Pereira (2009), a rede primária de distribuição corresponde ao alimentador C-01 (COSSI, 2008) da cidade de Indiana - SP do SD da concessionária Caiuá Distribuição de Energia S/A, operando na tensão nominal de 11,4 kV, com característica de rede mista (área urbana e rural).

Os dados deste sistema são apresentados no Apêndice B.4, cujo diagrama unifilar (painel sinótico "topologia real do alimentador") é apresentado em (PEREIRA, 2009). Este sistema opera com uma tensão nominal de 11,4 kV, com uma potência ativa de 3371,800 kW no nível de demanda máxima, 2023,080 kW no nível de demanda média e 1011,540 kW no nível de demanda mínima; com uma potência reativa de 1429,370 kVAr no nível de demanda máxima, 857,622 kVAr no nível de demanda média e 428,811 kVAr no nível de demanda mínima. Para o problema LIM, foram consideradas magnitudes de tensão mínima e máxima de 10 kV e 11,4 kV, respectivamente.

Figura 16 - Perfil da magnitude de tensão do sistema teste de 400 nós



Fonte: Elaboração do autor

O modelo não linear encontra para o custo das perdas anuais de energia US\$ 30416,52, enquanto que o modelo LIM US\$ 30461,46. Em se tratando das magnitudes de tensão em cada nó, a Figura 16 mostra, para cada nível de demanda, uma comparação entre os modelos não linear e LIM. Observa-se que o modelo LIM tem boa precisão quando comparado com o modelo de programação não linear. Para as magnitudes de tensão o erro máximo é inferior a 0,000204%, enquanto que para o custo das perdas anuais de energia é inferior a 0,15%. O

tempo computacional gasto utilizando os modelos não linear e LIM foram 5,93 e 0,61 segundos, respectivamente.

Tabela 9 - Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 400 nós: Caso 1

<i>S/R</i>	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
6	2,60	2,30	0,98	0,78	0,59	0,11	0,19	0,22	0,19	0,32	0,25	0,24	0,23
8	2,56	2,25	0,92	0,72	0,52	0,03	0,12	0,15	0,12	0,25	0,17	0,17	0,16
10	2,56	2,26	0,93	0,72	0,52	0,03	0,12	0,15	0,12	0,25	0,17	0,17	0,16
12	2,50	2,20	0,86	0,66	0,46	0,02	0,06	0,10	0,06	0,19	0,12	0,11	0,11
14	2,49	2,19	0,87	0,67	0,47	0,01	0,07	0,10	0,07	0,20	0,13	0,12	0,11
16	2,51	2,20	0,88	0,67	0,47	0,01	0,07	0,10	0,07	0,20	0,13	0,12	0,11
18	2,48	2,18	0,85	0,65	0,45	0,03	0,05	0,08	0,05	0,18	0,11	0,10	0,09
20	2,47	2,17	0,85	0,65	0,45	0,04	0,05	0,08	0,05	0,18	0,10	0,10	0,09
22	2,48	2,18	0,86	0,66	0,46	0,02	0,06	0,09	0,06	0,19	0,12	0,11	0,11
24	2,48	2,17	0,85	0,64	0,44	0,04	0,04	0,07	0,04	0,17	0,10	0,09	0,08
26	2,48	2,18	0,86	0,66	0,45	0,03	0,06	0,09	0,06	0,19	0,11	0,11	0,10
28	2,47	2,17	0,84	0,64	0,44	0,04	0,04	0,07	0,04	0,17	0,10	0,09	0,08
30	2,45	2,15	0,83	0,62	0,42	0,06	0,03	0,06	0,03	0,16	0,08	0,07	0,07

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 10 - Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 400 nós: Caso 2

<i>S/R</i>	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
6	6,83	4,84	2,70	2,04	1,54	0,87	0,81	0,73	0,62	0,68	0,56	0,51	0,47
8	6,80	4,79	2,65	1,97	1,48	0,80	0,74	0,66	0,55	0,61	0,49	0,44	0,40
10	6,81	4,80	2,66	1,99	1,49	0,80	0,74	0,66	0,55	0,61	0,49	0,44	0,40
12	6,74	4,74	2,60	1,93	1,43	0,74	0,69	0,61	0,49	0,56	0,44	0,39	0,35
14	6,74	4,73	2,59	1,92	1,43	0,75	0,69	0,61	0,50	0,57	0,44	0,40	0,36
16	6,75	4,74	2,60	1,93	1,43	0,75	0,70	0,62	0,50	0,57	0,45	0,40	0,36
18	6,72	4,71	2,57	1,90	1,41	0,73	0,67	0,59	0,48	0,55	0,42	0,37	0,33
20	6,71	4,71	2,57	1,90	1,40	0,73	0,67	0,59	0,48	0,54	0,42	0,37	0,33
22	6,72	4,72	2,58	1,91	1,42	0,74	0,69	0,61	0,49	0,56	0,43	0,39	0,35
24	6,72	4,71	2,57	1,90	1,40	0,72	0,67	0,59	0,47	0,54	0,42	0,37	0,33
26	6,72	4,72	2,58	1,91	1,41	0,73	0,68	0,60	0,49	0,55	0,43	0,38	0,34
28	6,71	4,71	2,57	1,89	1,40	0,72	0,67	0,59	0,47	0,54	0,41	0,37	0,33
30	6,68	4,69	2,55	1,88	1,38	0,70	0,65	0,57	0,46	0,52	0,40	0,35	0,31

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

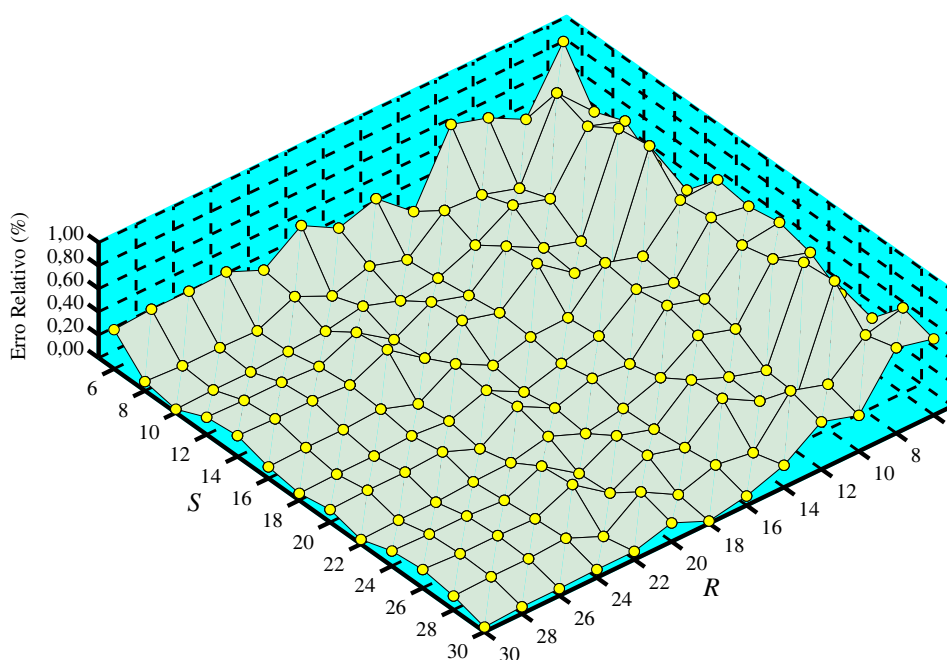
As Tabelas 9 e 10 mostram o erro relativo das perdas anuais de energia obtidas por meio do modelo LIM comparado com as perdas anuais de energia obtidas usando o modelo não linear. Os erros relativos apresentados nas Tabelas 9 e 10 são baseados nos casos 1 e 2, respectivamente.

2.5.6 Uma Nota Sobre os parâmetros R e S

A proposta de apresentar um modelo de PLIM para calcular o PORP de um SD radial gerou novas restrições e, conseqüentemente, novas variáveis contínuas e binárias. É importante destacar que o número de variáveis contínuas $\Delta_{ij,d,r}^P$ e $\Delta_{ij,d,r}^Q$ depende do valor do parâmetro R e o número de variáveis binárias $x_{j,d,s}$ depende do valor do parâmetro S .

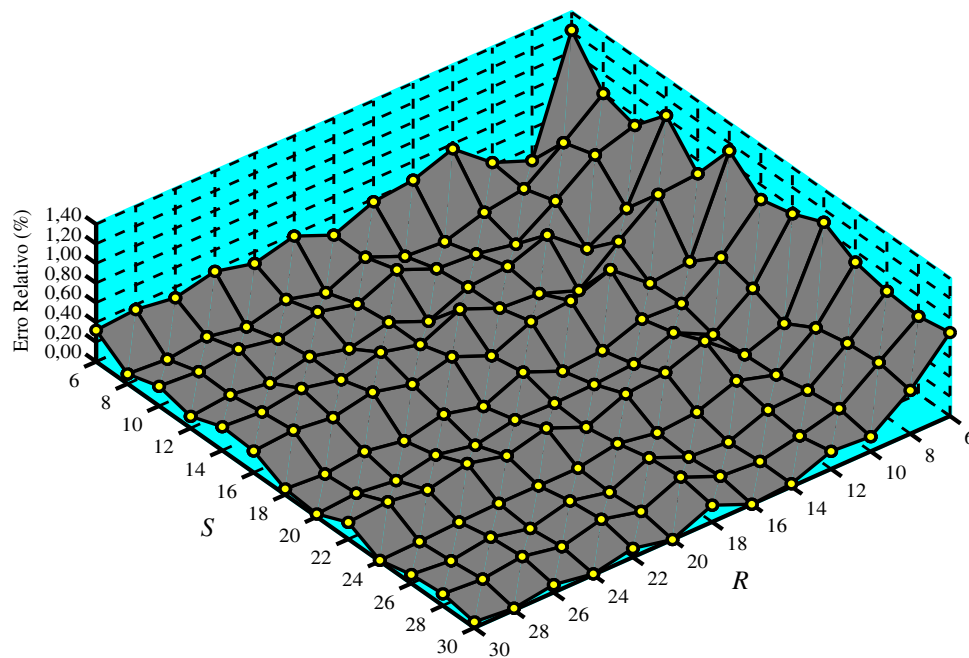
Com o objetivo de entender melhor o comportamento dos resultados mostrados nas Tabelas 1, 3, 5, 7 e 9, estes resultados são apresentados, respectivamente, nas Figuras 17, 18, 19, 20 e 21. Nota-se, em geral, que dado R fixado, aumentar o valor de S não necessariamente garante maior precisão nos resultados quando comparado com os resultados obtidos resolvendo o modelo não linear definido pelas equações (11)-(17).

Figura 17 - Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 34 nós: Dados da Tabela 1



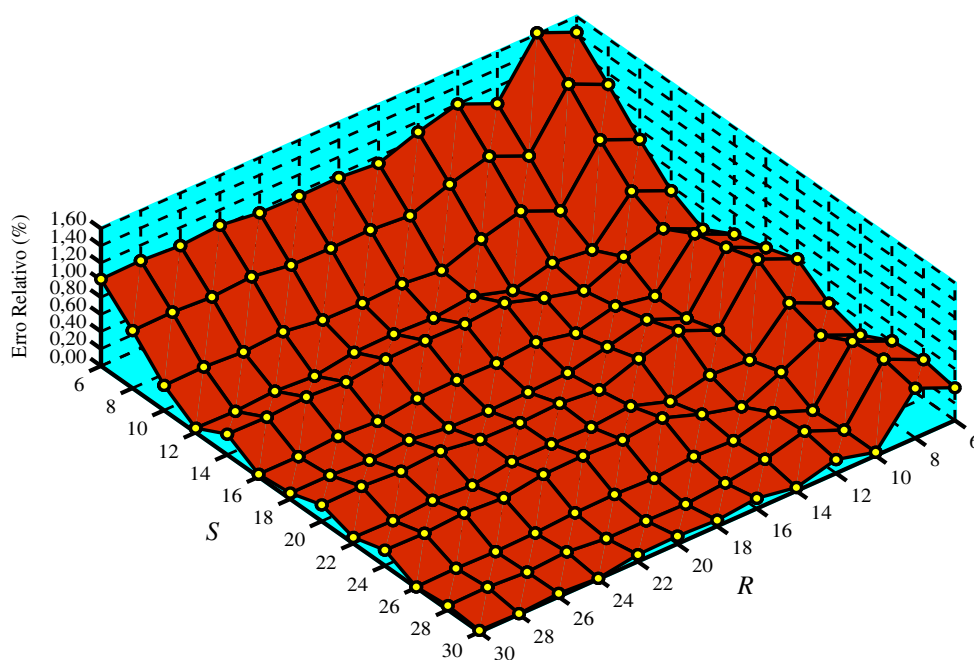
Fonte: Elaboração do autor

Figura 18 - Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 70 nós: Dados da Tabela 3



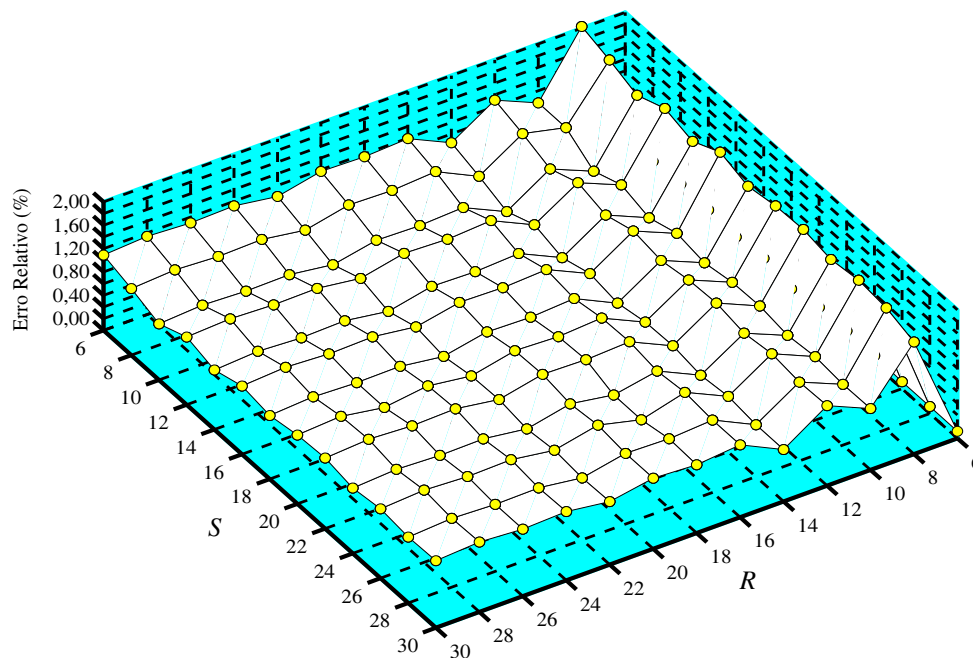
Fonte: Elaboração do autor

Figura 19 - Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 136 nós: Dados da Tabela 5



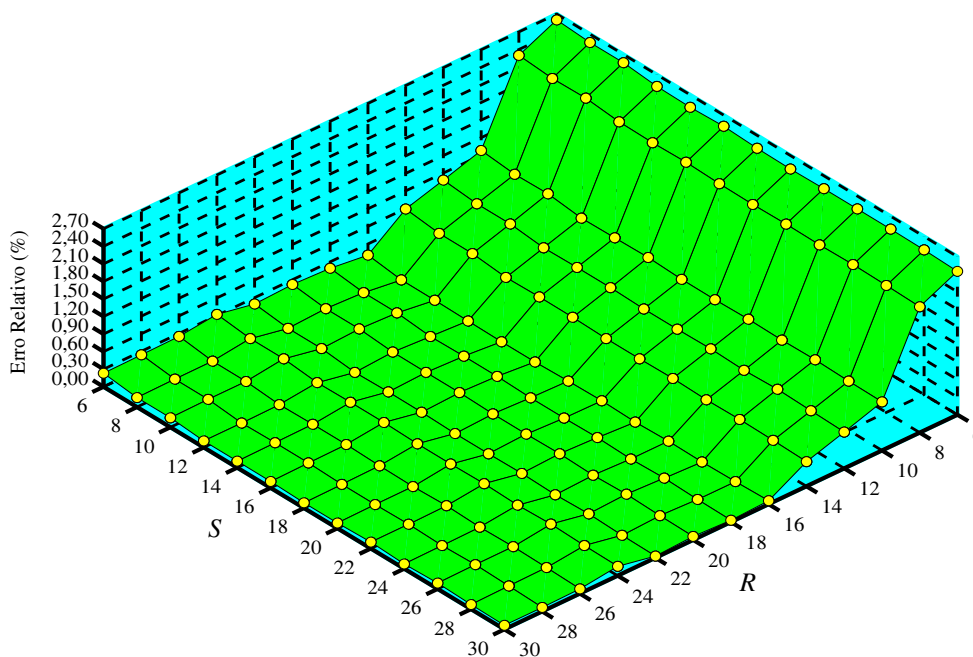
Fonte: Elaboração do autor

Figura 20 - Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 202 nós: Dados da Tabela 7



Fonte: Elaboração do autor

Figura 21 - Erro relativo das perdas anuais de energia (%) - Sistema teste de 400 nós: Dados da Tabela 9

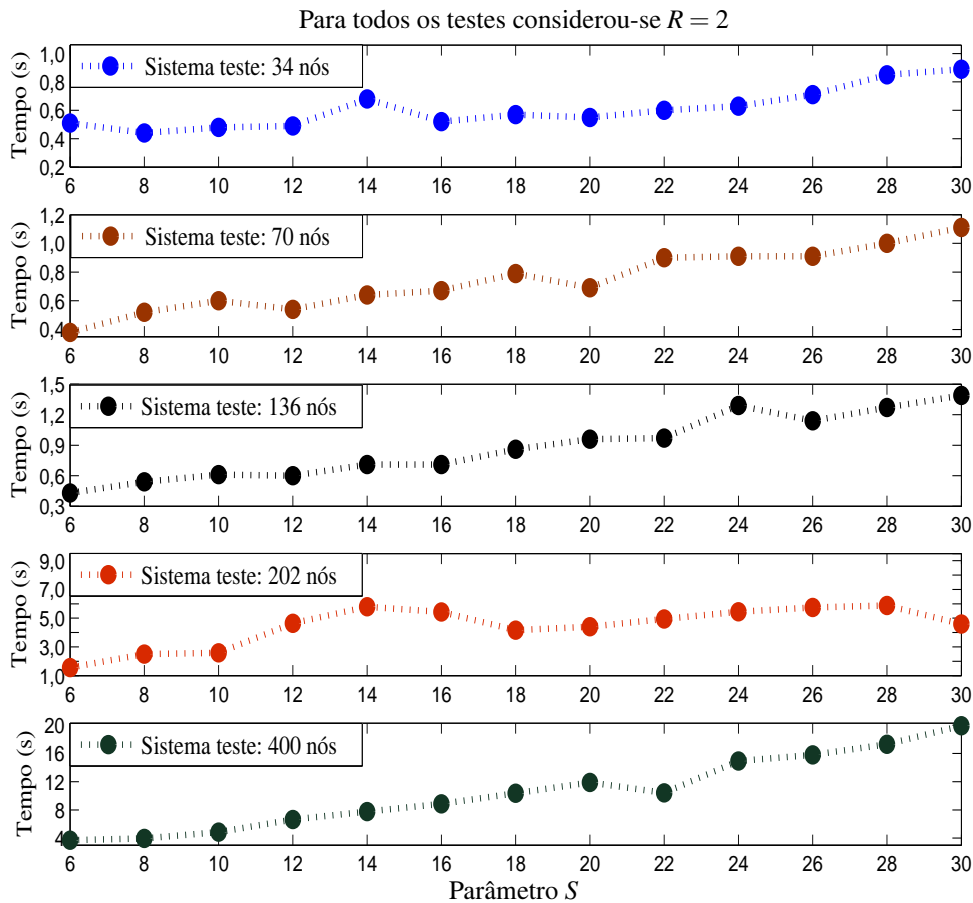


Fonte: Elaboração do autor

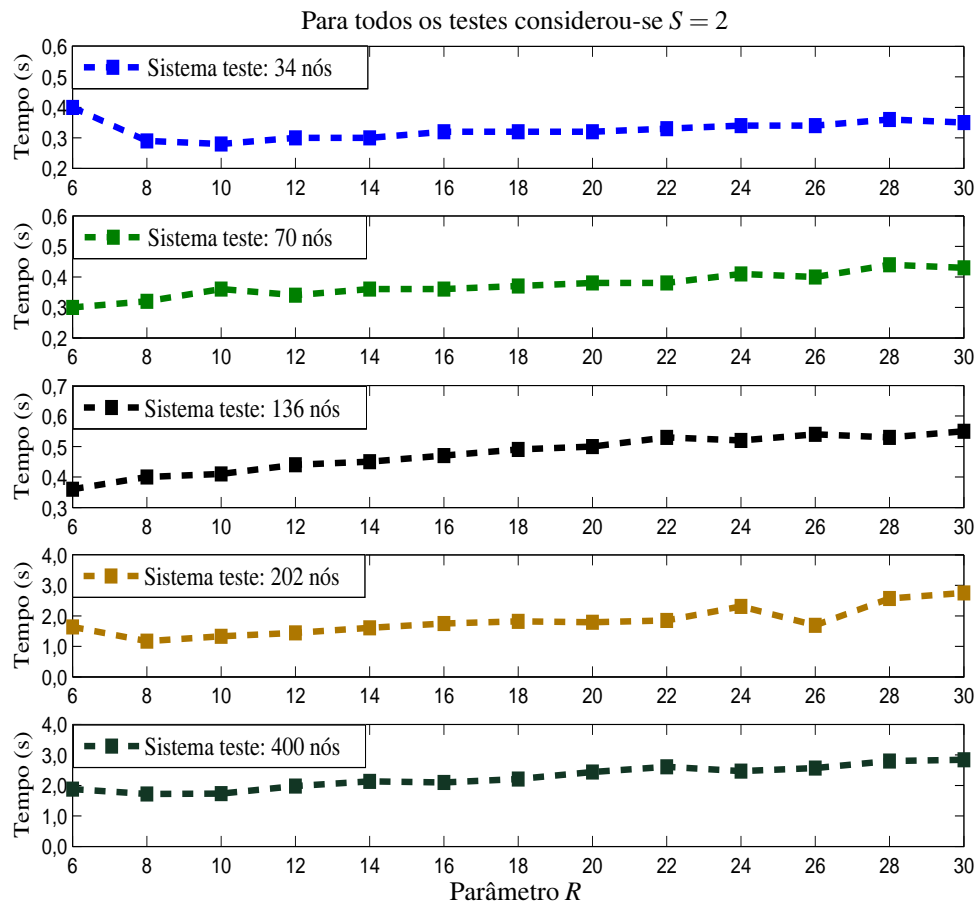
O valor do parâmetro S define o número de discretizações de $V_{i,d}^{sqr}$, além do mais, $V_{i,d}^{sqr}$ pertence ao intervalo $[\underline{V}^2, \overline{V}^2]$, cuja medida é relativamente pequena. Por outro lado, o valor do parâmetro R define o número de linearizações por partes de $P_{ij,d}^2$ e $Q_{ij,d}^2$. Destas observações e da equação não linear (15), nota-se que a precisão de $I_{ij,d}^{sqr}$ e, conseqüentemente, a precisão das perdas de potência ativa, devem-se, principalmente, à escolha do valor de R .

As Figuras 22 e 23 mostram o tempo computacional gasto para resolver o modelo LIM definido pelas equações (11)-(17). A Figura 22 apresenta o tempo em função de S , em que o valor de R é fixo e igual a 2. Por outro lado, na Figura 23, R varia enquanto S é fixo igual a 2. Em cada gráfico, R ou S assume um valor pequeno para que a análise dos resultados dependa quase que exclusivamente da variável independente em questão. Analisando estas figuras, observa-se que o esforço computacional depende mais da escolha do valor de S .

Figura 22 - Tempo computacional com a variação de S : modelo LIM (28)-(45)



Fonte: Elaboração do autor

Figura 23 - Tempo computacional com a variação de R : modelo LIM (28)-(45)

Fonte: Elaboração do autor

Portanto, pode-se concluir que, principalmente nos problemas mais complexos, é mais conveniente considerar S relativamente baixo (para diminuir o tempo de processamento) e aumentar o valor de R (para melhorar a precisão do modelo).

2.6 CARACTERÍSTICAS COMPUTACIONAIS DO PROBLEMA DE FC

O tamanho de um problema de programação, medido em termos do número de variáveis desconhecidas ou o número de restrições, está diretamente relacionado à sua complexidade. Claramente, o tamanho dos problemas que podem ser resolvidos eficazmente aumenta com o avanço da tecnologia de computação e devido às novas teorias. A Tabela 11 apresenta algumas características computacionais do problema de FC (modelos não linear e LIM), considerando o número de variáveis (binárias, contínuas), o número de restrições (igualdade e desigualdade) e a ordem de complexidade de cada característica.

Tabela 11 - Características computacionais do problema de FC

Modelo de PNL	Quantidade	Ordem de Complexidade
variáveis binárias	0	0
variáveis contínuas	$6 \Omega_c \Omega_d + 3 \Omega_d $	$ \Omega_c \Omega_d $
restrições de igualdade	$4 \Omega_c \Omega_d + 2 \Omega_d $	$ \Omega_c \Omega_d $
restrições de desigualdade	$2 \Omega_c \Omega_d + 1 \Omega_d $	$ \Omega_c \Omega_d $
Modelo de PLIM	Quantidade	Ordem de Complexidade
variáveis binárias	$S \Omega_c \Omega_d + S \Omega_d $	$ \Omega_c \Omega_d $
variáveis contínuas	$(S + 2R) \Omega_c \Omega_d + 6 \Omega_c \Omega_d + (S + 3) \Omega_d $	$ \Omega_c \Omega_d $
restrições de igualdade	$6 \Omega_c \Omega_d + 2 \Omega_d $	$ \Omega_c \Omega_d $
restrições de desigualdade	$(2S + 2R) \Omega_c \Omega_d + 4 \Omega_c \Omega_d + (S + 1) \Omega_d $	$ \Omega_c \Omega_d $

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Da Tabela 11, nota-se que houve um aumento no número de variáveis binárias, contínuas e no número de restrições de igualdade e desigualdade.

2.7 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

No presente capítulo, o PORP de um SD radial foi apresentado por um modelo de PLIM. A formulação proposta foi implementada na linguagem de modelagem AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003). O uso de uma formulação LIM convexa garante convergência e a otimalidade usando solvers convencionais.

Primeiramente, uma breve introdução sobre o problema de FC foi apresentada. Em seguida, foi obtido um sistema de equações não lineares para representar a operação em regime permanente de um SD radial, em que a diferença angular entre as tensões foi eliminada. Assim, a partir deste sistema, o PORP foi calculado resolvendo um problema de PNL.

Com o objetivo de representar o ponto de operação por meio de um modelo de PLIM, duas linearizações foram feitas e, conseqüentemente, aumentou o número de restrições, variáveis contínuas e binárias. As novas variáveis foram representadas por $\Delta_{ij,d,r}^P$, $\Delta_{ij,d,r}^Q$ e $x_{j,d,s}$, em que o parâmetro R define o número de variáveis contínuas $\Delta_{ij,d,r}^P$ e $\Delta_{ij,d,r}^Q$ e o parâmetro S define o número de variáveis binárias $x_{j,d,s}$. Uma observação importante deve-se ao tempo computacional e a precisão dos resultados, isto é, o tempo computacional é mais influenciado pelo valor de S , enquanto que a precisão dos resultados depende mais do valor de R . A partir

dos resultados, pode-se concluir que é interessante tomar S relativamente pequeno e elevar o valor de R .

A fim de validar a metodologia proposta, foram utilizados cinco sistemas testes. Os resultados encontrados apresentaram boa precisão em comparação com o modelo não linear.

O modelo LIM proposto pode ser utilizado para modelar os seguintes problemas de otimização em SD radiais: planejamento da operação dos SD (POSD) radiais; alocação ótima de BCs e RTs em um SD radial e; PCPE dos SD radiais.

Para o desenvolvimento desta tese, o estudo do FC é essencial, por isso, ele foi modelado por expressões lineares e o PORP de um SD radial foi solucionado utilizando um modelo de PLIM. Cinco sistemas testes encontrados na literatura foram considerados para avaliar a metodologia proposta.

3 PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DOS SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA RADIAIS

O presente capítulo propõe uma modelagem baseada em programação linear inteira mista (PLIM) para o problema de planejamento da operação dos SD (POSD) radiais, considerando a existência de geradores distribuídos (GDs), reguladores de tensão (RTs) e bancos de capacitores (BCs). Um sistema de distribuição de energia elétrica (SD) de 42 nós, composto por dois GDs, quatro RTs e cinco BCs, foi utilizado para mostrar a eficiência do modelo matemático. A fim de fazer uma análise sobre a influência dos GDs no sistema, considerou-se os GDs operando em três modos distintos. Em cada caso, determinou-se as injeções de potência ativa e reativa dos GDs, o número de módulos de capacitores em operação e o número de passos do tap dos RTs, com a finalidade de minimizar o custo das perdas diárias de energia. O problema de POSD radiais é um problema de programação não linear inteira mista (PNLIM) e foi modelado como um problema de PLIM equivalente. As variáveis inteiras de decisão representam o número de módulos de capacitores em operação, o número de passos do tap dos RTs e outras variáveis binárias utilizadas nas linearizações. Nota-se que o tempo computacional requerido no cálculo para resolver o problema proposto não é primordial, mas sim a robustez e a eficiência dos resultados obtidos.

3.1 INTRODUÇÃO

O problema de POSD tem como objetivo determinar o ajuste ótimo de um conjunto de variáveis de controle existentes num sistema para que uma determinada função objetivo seja minimizada, por exemplo, perdas de potência ativa, desvio da magnitude de tensão e/ou custos totais de operação. Dentre as variáveis (contínuas e inteiras) de controle, podem-se destacar: a injeção de potências ativa e reativa dos GDs, o número de módulos de capacitores em operação e o número de passos do tap dos RTs. Assim, o problema de POSD é um problema de PNLIM (PADILHA, 2010).

Os GDs são fontes de potências ativa e reativa, podendo estar ou não conectados no sistema, e têm grande influência na operação dos SD, alterando a distribuição do fluxo e, consequentemente, as perdas de potência ativa.

Geralmente os GDs não operam de modo a controlar a magnitude de tensão nos SD. Assim, os grandes GDs geralmente operam com FP unitário para minimizar os prejuízos e evitar multas por consumo de reativos, independente das necessidades do SD (QUEZADA; ABBAD; ROMÁN, 2011). Porém, não há consenso entre as concessionárias sobre qual é a melhor filoso-

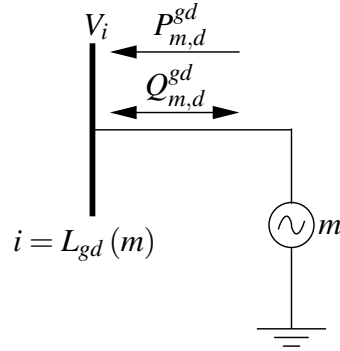
fia a adotar sobre o modo de operação (MO) dos GDs (FREITAS et al., 2005). Neste trabalho, apresenta-se uma análise dos resultados obtidos, considerando três MOs para os GDs, a saber: 1) GDs operando no modo de tensão terminal constante igual a 1,0 pu; 2) GDs operando no modo de FP constante igual a 1,0 e 3) GDs operando livremente. Um estudo detalhado sobre estes MOs é apresentado por Hurley e Bize L. N. e Mummert (1999). Na literatura, um grande número de termos e definições são usados em relação a geração distribuída. Ackermann, Andersson e Söder (2001) apresentam um trabalho no qual discutem alguns conceitos relacionados ao assunto.

Os capacitores são fontes de potência reativa e são mais comumente usados para controlar o FP no SD. A injeção de potência reativa no sistema diminui o fluxo de potência reativa nos circuitos e reduz as perdas de potência ativa. Existem dois tipos de BCs: fixos e chaveados. Os fixos são formados por um ou mais módulos de capacitores e permanecem conectados em todos os níveis de demanda, enquanto que os chaveados são formados por um ou mais módulos de capacitores e podem ser parcialmente ou totalmente chaveados em cada nível de demanda. Portanto, para cada grupo de capacitores conectados em um nó do sistema, é possível obter diferentes estados de operação.

O RT tem como objetivo melhorar o perfil da magnitude de tensão no sistema, aumentando ou reduzindo a magnitude de tensão regulada do RT através da mudança do número de passos do tap. Nos RTs o mecanismo de comutação é feito através de controles automáticos ou pela operação manual.

Na literatura especializada existem diversos trabalhos sobre o problema de alocação de GDs, BCs e/ou RTs (ALVES, 2012; BO; KA, 2011; FRANCO; ROMERO, 2010; HAFFNER et al., 2009; PIZZALI, 2006). Em contrapartida, Padilha (2010), Gonçalves, Alves e Rider (2012) e Araújo, Meira e Almeida (2013) são uns dos poucos trabalhos que abordam o problema de POSD considerando a presença de GDs, BCs e RTs.

Neste capítulo apresenta-se um modelo de PLIM (equivalente ao modelo de PNLIM) para o problema de POSD radiais. O modelo proposto define a geração de potências ativa e reativa dos GDs, o número de módulos de capacitores em operação e o número de passos do tap do RT de modo a minimizar o custo das perdas diárias de energia ativa do sistema. O cálculo do (ponto de operação em regime permanente) PORP do SD é modelado matematicamente usando expressões lineares, como mostrado no Capítulo 2. O modelo proposto foi implementado na linguagem de modelagem matemática AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003) e resolvido usando o solver comercial CPLEX (ILOG, 2008). Este modelo foi testado num sistema de 42 nós. Um estudo análogo foi proposto por Gonçalves, Alves e Rider (2012), considerando o sistema teste de 34 nós apresentado na Figura 8, com a presença de 1 RT, 2 BCs chaveados, 1 BC fixo e 1 GD operando no modo de FP constante igual a 0,92. Neste sistema, a região de operação do GD é retangular, desprezando a curva de capacidade do GD.

Figura 24 - GD m instalado no nó i 

Fonte: Elaboração do autor

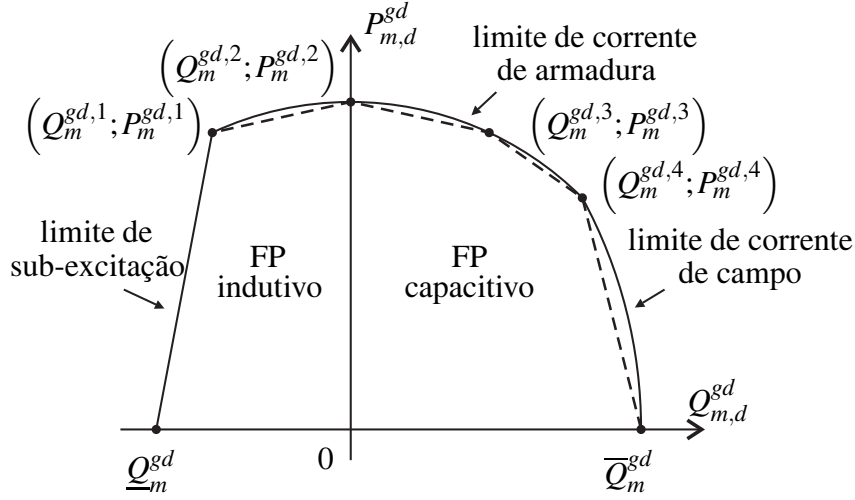
3.2 Modelagem dos GDs

A Figura 24 representa o modelo de um gerador m conectado em um nó i , em que as variáveis contínuas $P_{m,d}^{gd}$ e $Q_{m,d}^{gd}$ representam, respectivamente, as potências ativa e reativa fornecidas pelo gerador m no nível de demanda d .

Neste trabalho, os elementos de acoplamento utilizados para conectar os GDs à rede estão representados pelas suas curvas de capacidade, os quais limitam o funcionamento dos GDs em função das potências ativa e reativa produzidas (RUEDA; FRANCO; RIDER, 2013). É apresentada a curva de capacidade dos geradores síncronos (GSs) e dos geradores de indução duplamente alimentados (GIDAs), as quais limitam a geração de potências ativa e reativa dos geradores. A curva de capacidade do GS, mostrada na Figura 25, é baseada em Chapman (2005) e a curva de capacidade do GIDA, mostrada na Figura 26, é baseada em Konopinski, Vijayan e Ajjarapu (2009). Além disso, para a curva de capacidade do GS, foi considerado adequado incluir o limite de sub-excitação associado com o limite de estabilidade de estado estacionário (NILSSON; MERCURIO, 2002), que não é apresentada por Chapman (2005). Costa et al. (2010) fizeram uso do software MatLab para a construção das curvas de capacidade de GSs, além de apresentar, didaticamente, alguns conceitos sobre este tipo de gerador.

Com base nos limites de geração descritos nas Figuras 25 e 26, os pontos $(Q_m^{gd,1}; P_m^{gd,1})$, $(Q_m^{gd,2}; P_m^{gd,2})$, $(Q_m^{gd,3}; P_m^{gd,3})$ e $(Q_m^{gd,4}; P_m^{gd,4})$ são definidos. Para o GS, $(Q_m^{gd,1}; P_m^{gd,1})$ é a interseção entre o limite de sub-excitação e o limite de corrente de armadura; $(Q_m^{gd,2}; P_m^{gd,2})$ é a interseção entre o limite de corrente de armadura e o eixo de potência ativa; $(Q_m^{gd,3}; P_m^{gd,3})$ é o meio do arco do limite de corrente de armadura entre os pontos $(Q_m^{gd,2}; P_m^{gd,2})$ e $(Q_m^{gd,4}; P_m^{gd,4})$; e $(Q_m^{gd,4}; P_m^{gd,4})$ é a interseção entre o limite de corrente de armadura e o limite de corrente de campo. Para o GIDA, $(Q_m^{gd,1}; P_m^{gd,1})$ é o meio do arco do limite de corrente de armadura entre os pontos $(Q_m^{gd}; 0)$ e $(Q_m^{gd,2}; P_m^{gd,2})$; $(Q_m^{gd,2}; P_m^{gd,2})$ é a interseção entre o limite de corrente de armadura e o limite de corrente de campo; $(Q_m^{gd,3}; P_m^{gd,3})$ é a interseção entre o limite de corrente de campo e o eixo de potência ativa; e $(Q_m^{gd,4}; P_m^{gd,4})$ é o meio do arco do limite de corrente de

Figura 25 - Curva de capacidade de um GS



Fonte: Adaptado de Chapman (2005)

campo entre os pontos $(Q_m^{gd,3}; P_m^{gd,3})$ e $(\bar{Q}_m^{gd}; 0)$. Baseados nos pontos característicos que definem a curva de capacidade do GS, neste trabalho, a curva de capacidade do GS é representada por expressões lineares, conforme equações (47)-(52).

$$P_{m,d}^{gd} \leq \frac{P_m^{gd,1}}{Q_m^{gd,1} - \underline{Q}_m^{gd}} (Q_{m,d}^{gd} - \underline{Q}_m^{gd}) \quad \forall m \in \Omega^{gd}, \forall d \in \Omega_d \quad (47)$$

$$P_{m,d}^{gd} \leq \frac{P_m^{gd,2} - P_m^{gd,1}}{Q_m^{gd,2} - Q_m^{gd,1}} (Q_{m,d}^{gd} - Q_m^{gd,2}) + P_m^{gd,2} \quad \forall m \in \Omega^{gd}, \forall d \in \Omega_d \quad (48)$$

$$P_{m,d}^{gd} \leq \frac{P_m^{gd,3} - P_m^{gd,2}}{Q_m^{gd,3} - Q_m^{gd,2}} (Q_{m,d}^{gd} - Q_m^{gd,3}) + P_m^{gd,3} \quad \forall m \in \Omega^{gd}, \forall d \in \Omega_d \quad (49)$$

$$P_{m,d}^{gd} \leq \frac{P_m^{gd,4} - P_m^{gd,3}}{Q_m^{gd,4} - Q_m^{gd,3}} (Q_{m,d}^{gd} - Q_m^{gd,4}) + P_m^{gd,4} \quad \forall m \in \Omega^{gd}, \forall d \in \Omega_d \quad (50)$$

$$P_{m,d}^{gd} \leq \frac{P_m^{gd,4}}{Q_m^{gd,4} - \bar{Q}_m^{gd}} (Q_{m,d}^{gd} - \bar{Q}_m^{gd}) \quad \forall m \in \Omega^{gd}, \forall d \in \Omega_d \quad (51)$$

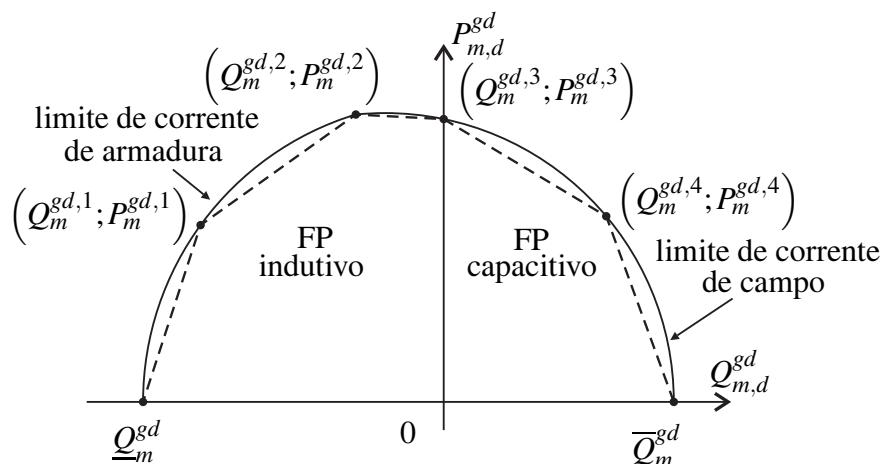
$$P_{m,d}^{gd} \geq 0 \quad \forall m \in \Omega^{gd}, \forall d \in \Omega_d \quad (52)$$

As equações (47)-(51) representam semi-espacos cujas fronteiras são os hiperplanos obtidos com as respectivas linearizações. A equação (52) representa a geração mínima de potência ativa gerada pelos GSs. As equações (47)-(52) definem a região de operação dos GSs.

Ainda, na operação dos geradores, pode-se considerar a equação (53), a qual representa o limite de potência mecânica que restringe o máximo fornecimento de potência ativa pelo gerador.

$$P_{m,d}^{gd} \leq \bar{P}_m^{gd,M} \quad \forall m \in \Omega^{gd}, \forall d \in \Omega_d \quad (53)$$

Figura 26 - Curva de capacidade de um GIDA

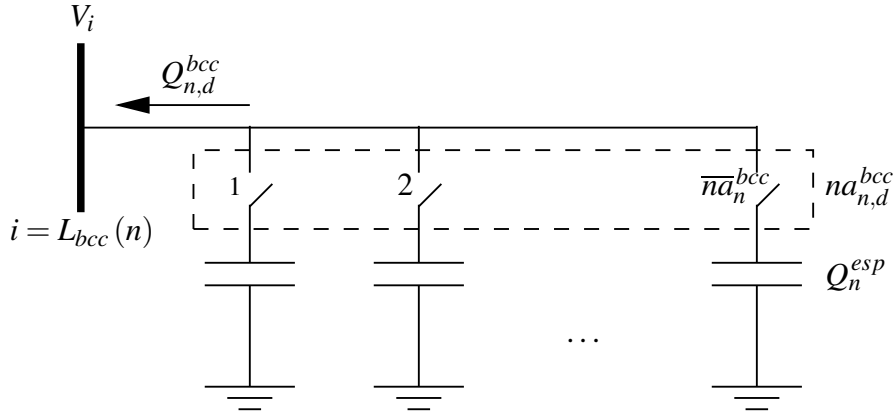


Fonte: Adaptado de Chapman (2005)

3.3 Modelagem dos BCs

Gönem (1986, citado por LAVORATO, 2010) afirma que a desvantagem de se fornecer potência reativa apenas pela subestação é que as dimensões dos componentes do sistema, como transformadores da subestação, circuitos de distribuição, transformadores de distribuição e equipamentos de proteção, necessitam ter uma capacidade maior. Desta forma, a instalação de BCs pode diminuir as dimensões desses componentes com a diminuição da demanda de potência reativa em todo o alimentador ou do ponto onde o capacitor foi instalado até a subestação. O que acontece quando se instala um BC é que o fluxo de corrente no circuito é reduzido do ponto de instalação do banco até a subestação, resultando na diminuição das perdas de potência ativa, da potência reativa fornecida pela subestação e um aumento dos níveis de tensão nas barras, já que diminui a queda de tensão nos circuitos. A diminuição das dimensões dos componentes do SD implica em um menor investimento ou no adiamento de investimentos futuros. Capacitores podem ser aplicados para a correção do fator de potência, filtros de harmônicas e regulação de tensão. Eles são baratos, fáceis de instalar, exigem pouca manutenção e têm perdas muito baixas. É por isso que eles são amplamente utilizados em SD. Capacitores são fabricados em classificações relativamente pequenas (kvar) por razões econômicas e de engenharia. Unidades individuais são combinadas para se obter uma grande variedade de classificações. Capacitores podem ser adicionados em unidades pequenas ou grandes para satisfazer as necessidades de funcionamento (KOJOVIC, 2002).

A Figura 27 ilustra o modelo de um BC chaveado conectado no nó i . Neste trabalho é considerado que todos os módulos de capacitores num mesmo nó possuem a mesma capacidade. Assim, para cada BC chaveado n conectado no nó $i = L_{bcc}(n)$, as equações (54)-(57) devem ser

Figura 27 - BC chaveado instalado no nó i 

Fonte: Elaboração do autor

satisfeitas.

$$Q_{n,d}^{bcc} = na_{n,d}^{bcc} Q_n^{esp} \quad \forall n \in \Omega_c^{bc}, \forall d \in \Omega_d \quad (54)$$

$$0 \leq na_{n,d}^{bcc} \leq \bar{na}_n^{bcc} \quad \forall n \in \Omega_c^{bc}, \forall d \in \Omega_d \quad (55)$$

$$|na_{n,d}^{bcc} - na_{n,d-1}^{bcc}| \leq \bar{\Delta}^{bcc} \quad \forall n \in \Omega_c^{bc}, \forall d \in \Omega_d | d > 1 \quad (56)$$

$$na_{n,d}^{bcc} \text{ inteiro} \quad \forall n \in \Omega_c^{bc}, \forall d \in \Omega_d \quad (57)$$

A restrição (56) representa a máxima variação do número de módulos de capacitores em operação em horas consecutivas.

3.4 Modelagem dos RTs

A maioria dos RTs contém uma chave que permite uma porcentagem de regulação de $\pm R\%$ respeitando a magnitude de tensão de referência e o número máximo de passos $2\bar{n}$. As equações (58)-(62) mostram o modelo matemático do RT considerando-o conectado no nó j do circuito ij , conforme a Figura 28.

$$V_{j,d} = t_{ij,d} \tilde{V}_{j,d} \quad \forall ij \in \Omega_c^{rt}, \forall d \in \Omega_d \quad (58)$$

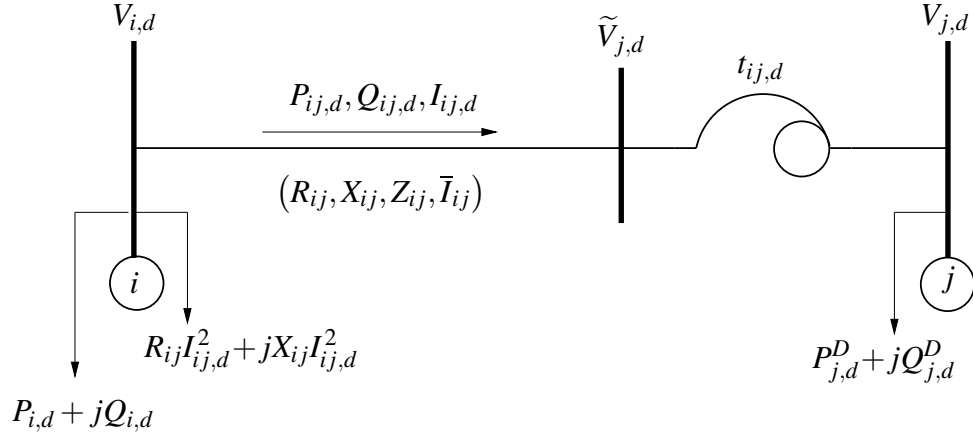
$$t_{ij,d} = 1 + R_{ij}\% \frac{nt_{ij,d}}{\bar{n}t_{ij}} \quad \forall ij \in \Omega_c^{rt}, \forall d \in \Omega_d \quad (59)$$

$$-\bar{n}t_{ij} \leq nt_{ij,d} \leq \bar{n}t_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_c^{rt}, \forall d \in \Omega_d \quad (60)$$

$$|nt_{ij,d} - nt_{ij,d-1}| \leq \bar{\Delta}^{nt} \quad \forall ij \in \Omega_c^{rt}, \forall d \in \Omega_d | d > 1 \quad (61)$$

$$nt_{ij,d} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_c^{rt}, \forall d \in \Omega_d \quad (62)$$

em que $\tilde{V}_{j,d}$ denota a magnitude de tensão não regulada (antes do RT) e $V_{j,d}$ é a magnitude de tensão regulada (depois do RT). O tap do RT é representado por $t_{ij,d}$ e $nt_{ij,d}$ denota o número inteiro de passos do tap do RT conectado no circuito ij no nível de demanda d . Nota-se que $nt_{ij,d}$

Figura 28 - Circuito ij com RT

Fonte: Adaptado de Alves (2012)

tem $2\bar{n}t_{ij}$ passos e, da equação (59), $t_{ij,d}$ varia na faixa de regulação de $[1 - R_{ij}\%, 1 + R_{ij}\%]$, em intervalos discretos em que cada passo tem tamanho $R_{ij}\% / \bar{n}t_{ij}$. A restrição (61) representa a máxima variação de passos do tap do RT em horas consecutivas.

3.5 FORMULAÇÃO NLIM PARA O PROBLEMA DE POSD RADIAIS

O problema de POSD radiais pode ser formulado como um problema de PNLIM, como mostrado a seguir.

$$\min \sum_{d \in \Omega_d} \left(c_d^{ls} \alpha_d \sum_{ij \in \Omega_c} R_{ij} I_{ij,d}^{sqr} \right) \quad (63)$$

s.a. (47) – (56), (60) – (61).

$$\sum_{ji \in \Omega_c} P_{ji,d} - \sum_{ij \in \Omega_c} (P_{ij,d} + R_{ij} I_{ij,d}^{sqr}) + P_{i,d}^S + \sum_{\substack{m \in \Omega_{gd} \\ /i=L_{gd}(m)}} P_{m,d}^{gd} = P_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (64)$$

$$\sum_{ji \in \Omega_c} Q_{ji,d} - \sum_{ij \in \Omega_c} (Q_{ij,d} + X_{ij} I_{ij,d}^{sqr}) + Q_{i,d}^S + \sum_{\substack{m \in \Omega_{gd} \\ /i=L_{gd}(m)}} Q_{m,d}^{gd} + \sum_{\substack{n \in \Omega_{bc} \\ /i=L_{bcc}(n)}} Q_{n,d}^{bcc} + \sum_{\substack{r \in \Omega_{bc}^f \\ /i=L_{bcf}(r)}} Q_r^{bcf} = Q_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (65)$$

$$V_{i,d}^{sqr} - 2(R_{ij}P_{ij,d} + X_{ij}Q_{ij,d}) - Z_{ij}^2 I_{ij,d}^{sqr} - \tilde{V}_{j,d}^{sqr} = 0 \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (66)$$

$$\tilde{V}_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{sqr} = P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2 \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (67)$$

$$V_{j,d}^{sqr} = t_{ij,d}^{sqr} \tilde{V}_{j,d}^{sqr} \quad \forall ij \in \Omega_c^r, \forall d \in \Omega_d \quad (68)$$

$$V_{j,d}^{sqr} = \tilde{V}_{j,d}^{sqr} \quad \forall ij \in (\Omega_c - \Omega_c^r), \forall d \in \Omega_d \quad (69)$$

$$t_{ij,d}^{sqr} = 1 + 2R_{ij}\% \frac{nt_{ij,d}}{\bar{n}t_{ij}} + (R_{ij}\%)^2 \left(\frac{nt_{ij,d}}{\bar{n}t_{ij}} \right)^2 \quad \forall ij \in \Omega_c^r, \forall d \in \Omega_d \quad (70)$$

$$\underline{V}^2 \leq V_{i,d}^{sqr} \leq \bar{V}^2 \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (71)$$

$$0 \leq I_{ij,d}^{sqr} \leq \bar{I}_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (72)$$

$$n d_{n,d}^{bcc} \text{ inteiro} \quad \forall n \in \Omega_c^{bc}, \forall d \in \Omega_d \quad (73)$$

$$n t_{ij,d} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_c^r, \forall d \in \Omega_d \quad (74)$$

em que $t_{ij,d}^{sqr}$ denota a variável $t_{ij,d}^2$. A função objetivo (63) representa o custo das perdas diárias de energia. As equações (64)-(65) representam as equações de balanço de potências ativa e reativa, respectivamente. Em particular, na equação de balanço de potência ativa, considera-se a presença de GDs e na equação de potência reativa, considera-se a presença de GDs e BCs. As equações (66) e (67) representam, respectivamente, a equação de queda de tensão entre dois nós consecutivos e a equação de corrente. Estas restrições são uma extensão das equações (7)-(10). As equações (68)-(70) são uma extensão de (58)-(59). A equação (71) representa a restrição dos limites do quadrado da magnitude de tensão nos nós, enquanto que (72) os limites do quadrado da magnitude do fluxo de corrente nos circuitos. As equações (47)-(53) representam as restrições de capacidade de geração de potências ativa e reativa dos GDs, determinada pela linearização da curva de capacidade. As equações (54)-(56) e (73) representam o modelo matemático do BC chaveado. A equação (60) representa os limites do número de passos do RT conectado no circuito ij e a equação (61) representa a máxima variação do número de módulos de capacitores em operação, em horas consecutivas.

No modelo (47)-(56), (60)-(61) e (63)-(74) é possível considerar diferentes modos de operação dos GDs. Se o GD m estiver operando no modo de tensão terminal constante, a restrição (75) deve ser adicionada.

$$V_{L_{gd}(m),d}^{sqr} = (V_m^{esp})^2 \quad \forall m \in \Omega_v^{gd}, \forall d \in \Omega_d \quad (75)$$

Por outro lado, se o GD m estiver operando no modo de FP constante, deve-se adicionar no modelo a restrição (76).

$$Q_{m,d}^{gd} = P_{m,d}^{gd} \tan(\cos^{-1}(fp_m^{esp})) \quad \forall m \in \Omega_{fp}^{gd}, \forall d \in \Omega_d \quad (76)$$

No modelo (47)-(56), (60)-(61) e (63)-(74) as restrições (67), (68) e (70) são não lineares, pois possuem termos quadráticos e/ou produto de duas variáveis de decisão. Com o objetivo de poder utilizar ferramentas de otimização de PLIM, é desejável obter expressões lineares para estas restrições.

3.6 LINEARIZAÇÕES

3.6.1 Linearizações de $\tilde{V}_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{sqr}$ e $P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2$

A linearização do membro esquerdo da equação (67) é apresentada na Seção 2.3, em que $\tilde{V}_{j,d}^{sqr}$ aparece na forma $V_{j,d}^{sqr}$. Isto é, primeiro discretiza-se $\tilde{V}_{j,d}^{sqr}$ usando as variáveis binárias $x_{j,d,s}$ $\forall s = 1 \dots S$, em que $x_{j,d,s} = 1$ se, e somente se, $\tilde{V}_{j,d}^{sqr}$ é maior que $\underline{V}^2 + s\overline{\Delta}^V$, como ilustra na Figura 2. Esta condição é modelada nas equações (77)-(79) mostrando como as variáveis $x_{j,d,s}$ são calculadas.

$$\underline{V}^2 + \sum_{s=1}^S x_{j,d,s} \overline{\Delta}^V \leq \tilde{V}_{j,d}^{sqr} \leq \underline{V}^2 + \overline{\Delta}^V + \sum_{s=1}^S x_{j,d,s} \overline{\Delta}^V \quad \forall j \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (77)$$

$$x_{j,d,s} \leq x_{j,d,s-1} \quad \forall j \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d, s = 2 \dots S \quad (78)$$

$$x_{j,d,s} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \quad (79)$$

O produto $\tilde{V}_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{sqr}$ é calculado multiplicando o ponto médio do primeiro intervalo de discretização do quadrado da magnitude de tensão não regulada pelo quadrado da magnitude do fluxo de corrente, mais as correções sucessivas de potência $P_{j,d,s}^c$ que dependem de $I_{ij,d}^{sqr}$, $x_{j,d,s}$ e $\overline{\Delta}^V$, de acordo com as equações (78), (79) e (80)-(82).

$$\tilde{V}_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{sqr} = \left(\underline{V}^2 + \frac{1}{2} \overline{\Delta}^V \right) I_{ij,d}^{sqr} + \sum_{s=1}^S P_{j,d,s}^c \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (80)$$

$$0 \leq \overline{\Delta}^V I_{ij,d}^{sqr} - P_{j,d,s}^c \leq \overline{\Delta}^V \bar{I}_{ij}^2 (1 - x_{j,d,s}) \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \quad (81)$$

$$0 \leq P_{j,d,s}^c \leq \overline{\Delta}^V \bar{I}_{ij}^2 x_{j,d,s} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \quad (82)$$

A equação (80) é a aproximação linear do produto $\tilde{V}_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{sqr}$ e as equações (81)-(82) definem os valores de $P_{j,d,s}^c$, $\forall j \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d$ e $s = 1 \dots S$. Se $x_{j,d,s} = 0$, então $P_{j,d,s}^c = 0$ e $0 \leq I_{ij,d}^{sqr} \leq \bar{I}_{ij}^2$, caso contrário, $P_{j,d,s}^c = \overline{\Delta}^V I_{ij,d}^{sqr}$ e $0 \leq P_{j,d,s}^c \leq \overline{\Delta}^V \bar{I}_{ij}^2$.

Uma linearização do membro direito de (67) é apresentada por Gonçalves, Alves e Rider (2012) é definida nas equações (83)-(93). A idéia utilizada é análoga à descrita na Seção 2.3.

$$P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2 = \frac{5}{6} \overline{\Delta}_{ij}^S \Delta_{ij,d,1}^P + \sum_{r=2}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,d,r}^P + \frac{5}{6} \overline{\Delta}_{ij}^S \Delta_{ij,d,1}^Q + \sum_{r=2}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,d,r}^Q \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (83)$$

$$P_{ij,d}^+ - P_{ij,d}^- = P_{ij,d} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (84)$$

$$P_{ij,d}^+ + P_{ij,d}^- = \sum_{r=1}^R \Delta_{ij,d,r}^P \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (85)$$

$$Q_{ij,d}^+ - Q_{ij,d}^- = Q_{ij,d} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (86)$$

$$Q_{ij,d}^+ + Q_{ij,d}^- = \sum_{r=1}^R \Delta_{ij,d,r}^Q \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (87)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,d,r}^P \leq \overline{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d, r = 1 \dots R \quad (88)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,d,r}^Q \leq \overline{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d, r = 1 \dots R \quad (89)$$

$$0 \leq P_{ij,d}^+ \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (90)$$

$$0 \leq P_{ij,d}^- \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (91)$$

$$0 \leq Q_{ij,d}^+ \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (92)$$

$$0 \leq Q_{ij,d}^- \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (93)$$

em que

$$\overline{\Delta}_{ij}^S = \frac{\overline{V} \overline{I}_{ij}}{R} \quad \forall ij \in \Omega_c$$

$$m_{ij,r}^S = (2r-1) \overline{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_c, r = 2 \dots R$$

são parâmetros constantes; $P_{ij,d}^+$ e $P_{ij,d}^-$ são variáveis auxiliares não negativas usadas para obter $|P_{ij,d}|$; $Q_{ij,d}^+$ e $Q_{ij,d}^-$ são variáveis auxiliares não negativas usadas para obter $|Q_{ij,d}|$. As expressões $\frac{5}{6} \overline{\Delta}_{ij}^S \Delta_{ij,d,1}^P + \sum_{r=2}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,d,r}^P$ e $\frac{5}{6} \overline{\Delta}_{ij}^S \Delta_{ij,d,1}^Q + \sum_{r=2}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,d,r}^Q$ são aproximações lineares de $P_{ij,d}^2$ e $Q_{ij,d}^2$, respectivamente. As equações (84)-(87) afirmam que $|P_{ij,d}|$ e $|Q_{ij,d}|$ são iguais à soma do valor de cada bloco da linearização, respectivamente. As equações (88) e (89) definem, respectivamente, os limites superiores e inferiores da contribuição de cada bloco de $P_{ij,d}^2$ e $Q_{ij,d}^2$.

Nota-se que no capítulo anterior, os fluxos de potências ativa e reativa foram considerados unidirecionais. A partir deste capítulo, com a presença de GDs e/ou BCs, os fluxos de potências ativa e reativa nos circuitos serão considerados bidirecionais, conforme equações (84)-(87).

3.6.2 Linearização de $t_{ij,d}^{sqr} \widetilde{V}_{j,d}^{sqr}$

De modo análogo à linearização de $\widetilde{V}_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{sqr}$, o membro direito de (68) é linearizado como mostra nas equações (94)-(96).

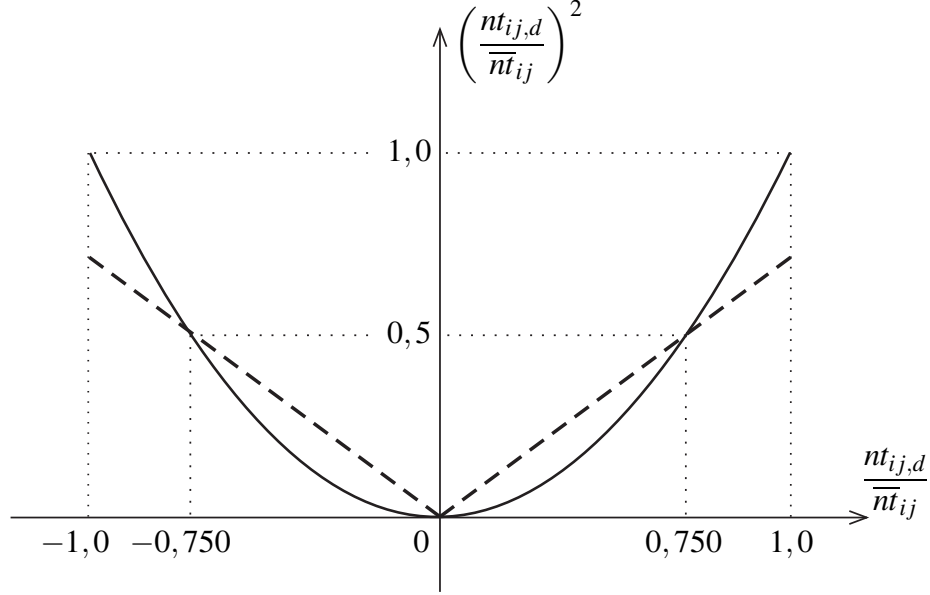
$$t_{ij,d}^{sqr} \widetilde{V}_{j,d}^{sqr} = t_{ij,d}^{sqr} \left(\underline{V}^2 + \frac{1}{2} \overline{\Delta}^V \right) + \sum_{s=1}^S V_{j,d,s}^c \quad \forall ij \in \Omega_c^r, \forall d \in \Omega_d \quad (94)$$

$$(1 - R_{ij} \%)^2 \overline{\Delta}^V (1 - x_{j,d,s}) \leq t_{ij,d}^{sqr} \overline{\Delta}^V - V_{j,d,s}^c \leq (1 + R_{ij} \%)^2 \overline{\Delta}^V (1 - x_{j,d,s}) \quad \forall ij \in \Omega_c^r, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \quad (95)$$

$$(1 - R_{ij} \%)^2 \overline{\Delta}^V x_{j,d,s} \leq V_{j,d,s}^c \leq (1 + R_{ij} \%)^2 \overline{\Delta}^V x_{j,d,s} \quad \forall ij \in \Omega_c^r, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \quad (96)$$

Assim como na equação (80), o produto $t_{ij,d}^{sqr} \widetilde{V}_{j,d}^{sqr}$ é calculado usando o ponto médio do pri-

Figura 29 - Aproximação linear da função $\left(\frac{nt_{ij,d}}{\overline{nt}_{ij}}\right)^2$



Fonte: Elaboração do autor

meio intervalo de discretização do quadrado da magnitude de tensão não regulada multiplicado pelo quadrado do tap do RT, mais as correções sucessivas da tensão ($V_{j,d,s}^c$), que dependem de $t_{ij,d}^{sqr}$, $x_{j,d,s}$ e $\overline{\Delta}^V$. A equação (94) é uma aproximação linear do produto $t_{ij,d}^{sqr} \tilde{V}_{j,d}^{sqr}$ e as equações (95) e (96) definem os valores de $V_{j,d,s}^c$, $\forall j \in \Omega_N$, $\forall d \in \Omega_d$, $s = 1 \dots S$. Se $x_{j,d,s} = 0$, então $V_{j,d,s}^c = 0$, caso contrário, $V_{j,d,s}^c = t_{ij,d}^{sqr} \overline{\Delta}^V$. Em ambos os casos, tem-se $(1 - R_{ij}\%)^2 \leq t_{ij,d}^{sqr} \leq (1 + R_{ij}\%)^2$.

3.6.3 Linearização de $1 + 2R_{ij}\% \frac{nt_{ij,d}}{\overline{nt}_{ij}} + (R_{ij}\%)^2 \left(\frac{nt_{ij,d}}{\overline{nt}_{ij}}\right)^2$

A equação (70) é não linear devido ao termo $\left(\frac{nt_{ij,d}}{\overline{nt}_{ij}}\right)^2$. Primeiramente, este termo será aproximado pela função modular mostrada na equação (97) e cujo gráfico está ilustrado na Figura 29. Esta função modular foi obtida por meio do caso contínuo do método dos quadrados mínimos.

$$\left(\frac{nt_{ij,d}}{\overline{nt}_{ij}}\right)^2 = 0,750 \left| \frac{nt_{ij,d}}{\overline{nt}_{ij}} \right|, \quad -1 \leq \frac{nt_{ij,d}}{\overline{nt}_{ij}} \leq 1 \quad (97)$$

Assim, uma linearização para a equação (70) é dada pelas equações (98)-(103).

$$t_{ij,d}^{sqr} = 1 + 2R_{ij}\% \frac{nt_{ij,d}}{\overline{nt}_{ij}} + (R_{ij}\%)^2 \frac{0,750}{\overline{nt}_{ij}} \left(nt_{ij,d}^+ + nt_{ij,d}^- \right) \quad \forall j \in \Omega_c^{rt}, \forall d \in \Omega_d \quad (98)$$

$$nt_{ij,d}^+ - nt_{ij,d}^- = nt_{ij,d} \quad \forall ij \in \Omega_c^r, \forall d \in \Omega_d \quad (99)$$

$$0 \leq nt_{ij,d}^+ \leq \bar{nt}_{ij} (1 - b_{ij,d}) \quad \forall ij \in \Omega_c^r, \forall d \in \Omega_d \quad (100)$$

$$0 \leq nt_{ij,d}^- \leq \bar{nt}_{ij} b_{ij,d} \quad \forall ij \in \Omega_c^r, \forall d \in \Omega_d \quad (101)$$

$$nt_{ij,d} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_c^r, \forall d \in \Omega_d \quad (102)$$

$$b_{ij,d} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_c^r, \forall d \in \Omega_d \quad (103)$$

em que $nt_{ij,d}^+$ e $nt_{ij,d}^-$ são variáveis auxiliares não negativas usadas para obter $|nt_{ij,d}|$ e $b_{ij,d}$ é uma variável binária que define a região de operação dos taps.

3.7 FORMULAÇÃO LIM PARA O PROBLEMA DE POSD RADIAIS

O problema de POSD pode ser formulado como um problema de PLIM, como segue:

$$\min \sum_{d \in \Omega_d} \left(c_d^{ls} \alpha_d \sum_{ij \in \Omega_c} R_{ij} I_{ij,d}^{sqr} \right) \quad (104)$$

$$\text{s.a.} \quad (47) - (56), (60) - (61), (77) - (78), (81) - (82), (84) - (93), (95) - (96), (98) - (101).$$

$$\sum_{ji \in \Omega_c} P_{ji,d} - \sum_{ij \in \Omega_c} \left(P_{ij,d} + R_{ij} I_{ij,d}^{sqr} \right) + P_{i,d}^S + \sum_{\substack{m \in \Omega^{gd} \\ /i=L_{gd}(m)}} P_{m,d}^{gd} = P_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (105)$$

$$\sum_{ji \in \Omega_c} Q_{ji,d} - \sum_{ij \in \Omega_c} \left(Q_{ij,d} + X_{ij} I_{ij,d}^{sqr} \right) + Q_{i,d}^S + \sum_{\substack{m \in \Omega^{gd} \\ /i=L_{gd}(m)}} Q_{m,d}^{gd} + \sum_{\substack{n \in \Omega^{bcc} \\ /i=L_{bcc}(n)}} Q_{n,d}^{bcc} + \sum_{\substack{r \in \Omega^{bcf} \\ /i=L_{bcf}(r)}} Q_r^{bcf} = Q_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (106)$$

$$V_{i,d}^{sqr} - 2(R_{ij} P_{ij,d} + X_{ij} Q_{ij,d}) - Z_{ij}^2 I_{ij,d}^{sqr} - \tilde{V}_{j,d}^{sqr} = 0 \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (107)$$

$$V_{j,d}^{sqr} = \tilde{V}_{j,d}^{sqr} \quad \forall ij \in (\Omega_c - \Omega_c^r), \forall d \in \Omega_d \quad (108)$$

$$\left(\underline{V}^2 + \frac{1}{2} \overline{\Delta}^V \right) I_{ij,d}^{sqr} + \sum_{s=1}^S P_{j,d,s}^c = \frac{5}{6} \overline{\Delta}_{ij}^S \Delta_{ij,d,1}^P + \sum_{r=2}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,d,r}^P + \frac{5}{6} \overline{\Delta}_{ij}^S \Delta_{ij,d,1}^Q + \sum_{r=2}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,d,r}^Q \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (109)$$

$$V_{j,d}^{sqr} = t_{ij,d}^{sqr} \left(\underline{V}^2 + \frac{1}{2} \overline{\Delta}^V \right) + \sum_{s=1}^S V_{j,d,s}^c \quad \forall ij \in \Omega_c^r, \forall d \in \Omega_d \quad (110)$$

$$\underline{V}^2 \leq V_{i,d}^{sqr} \leq \overline{V}^2 \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (111)$$

$$0 \leq I_{ij,d}^{sqr} \leq \bar{I}_{ij}^2 \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (112)$$

$$na_{n,d}^{bcc} \text{ inteiro} \quad \forall n \in \Omega_c^{bcc}, \forall d \in \Omega_d \quad (113)$$

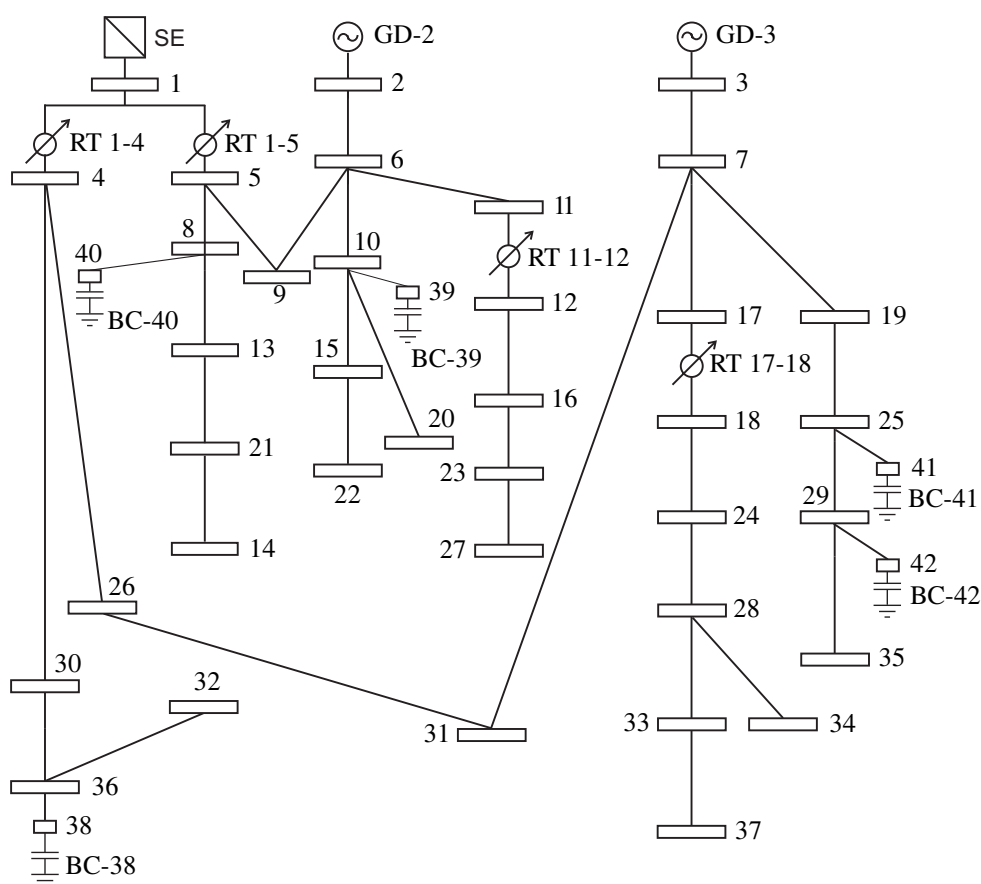
$$nt_{ij,d} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_c^r, \forall d \in \Omega_d \quad (114)$$

$$b_{ij,d} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_c^r, \forall d \in \Omega_d \quad (115)$$

$$x_{j,d,s} \text{ binário} \quad \forall j \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \quad (116)$$

As equações (77)-(78), (81)-(82), (84)-(93), (109) e (116) representam a linearização da equação (67). As equações (77)-(78), (95)-(96), (110) e (116) representam a linearização da equação (68) e as equações (98)-(101) e (114)-(115) representam a linearização da equação (70). No modelo linear proposto, a função objetivo representa o custo das perdas diárias de energia. Nota-se que o número de variáveis de operação aumentou em virtude da linearização. Este tipo de problema de otimização pode ser resolvido com a ajuda de solvers comerciais.

Figura 30 - Sistema de distribuição de 42 nós

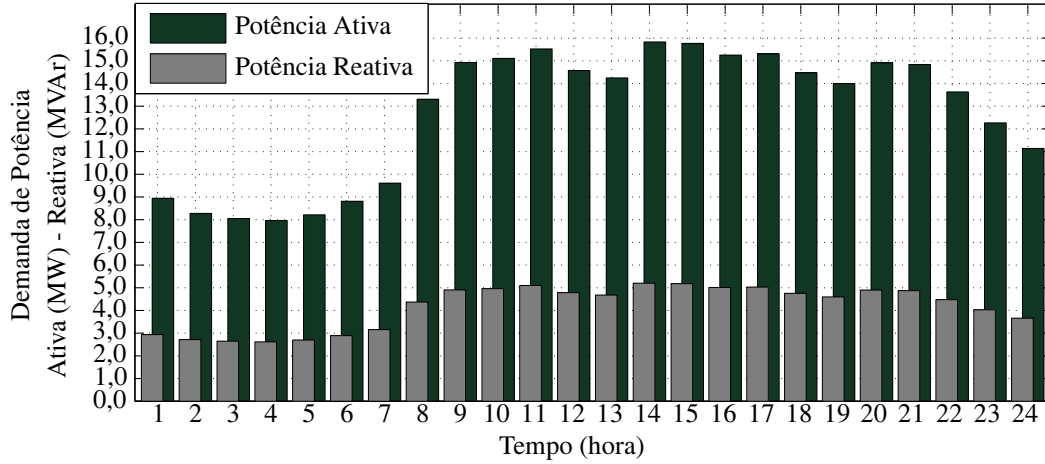


Fonte: Adaptado de Padilha (2010)

3.8 TESTES E RESULTADOS

A fim de testar a metodologia proposta, utilizou-se um sistema de 42 nós, ilustrado na Figura 30 e cujos dados são apresentados por Padilha (2010). Para cada hora do dia foram consideradas as demandas de potências ativa e reativa, mostradas na Figura 31. Adicionalmente, foram consideradas magnitudes de tensão máxima e mínima de 1,05 pu e 0,93 pu, respectivamente, em que a tensão base na subestação é de 13,80 kV. Será feita uma análise comparativa

Figura 31 - Demanda de potências ativa e reativa para cada hora do dia



Fonte: Elaboração do autor

entre diferentes estratégias de operação dos BCs, RTs e dos GDs, considerando estes operando de três modos distintos, como segue:

MO 1: GD operando no modo de magnitude de tensão terminal constante igual a 1,0 pu;

MO 2: GD operando no modo de FP constante igual a 1,0.

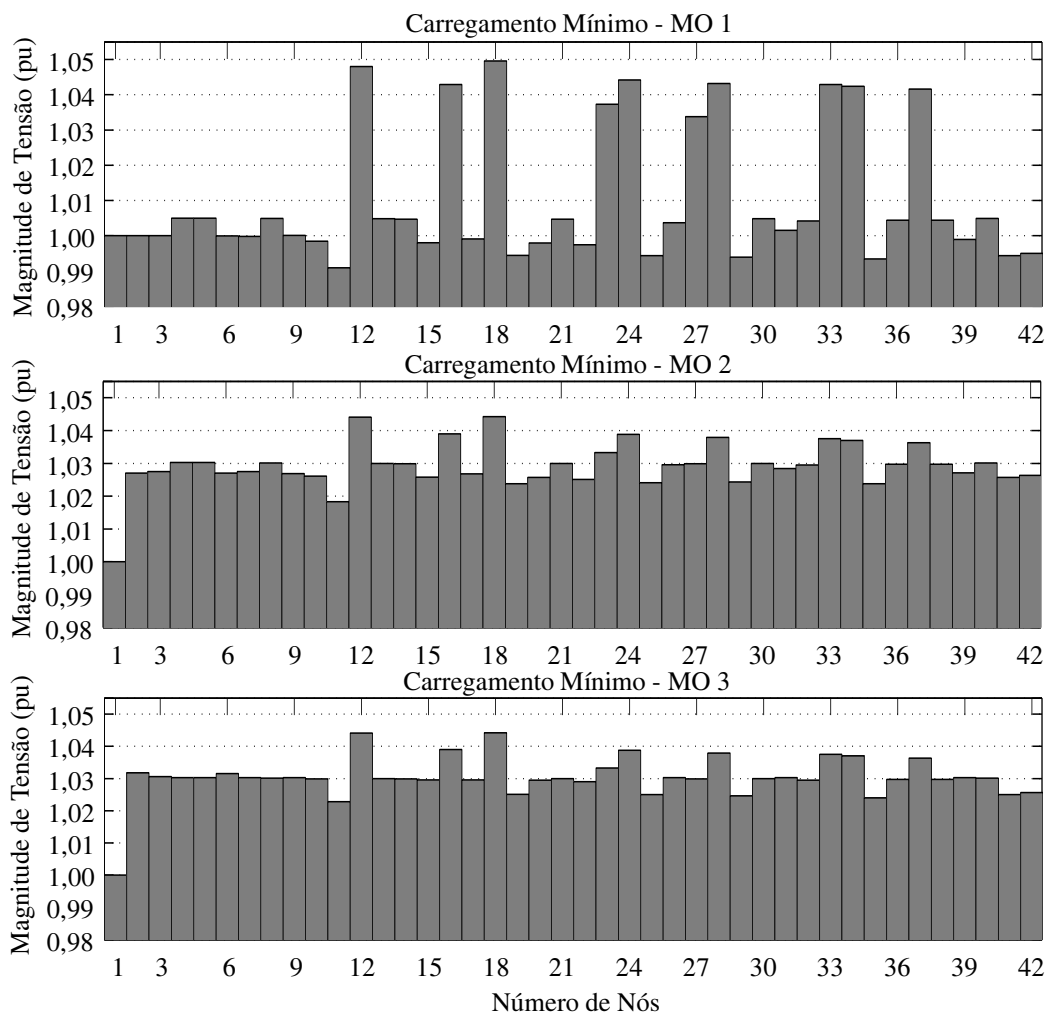
MO 3: GD operando livremente.

O objetivo do estudo é analisar o comportamento do sistema (injeção de potências ativa e reativa dos GDs, injeção de potência reativa dos BCs e os taps dos RTs) para cada tipo de MO, considerando a minimização dos custos das perdas de energia no período de 24 horas. Em particular, os resultados do perfil de tensão do sistema serão apresentados somente para os carregamentos mínimo e máximo, que ocorrem às 4 e 14 horas, respectivamente. Foi considerado o número de discretizações $S = 8$ e o número de linearizações por partes $R = 20$.

Os GDs localizados nos nós 2 e 3 são GSs, com uma capacidade de potência ativa de 13,782 MW, e uma capacidade de potência reativa de $-5,000$ MVar a $11,000$ MVar. O limite máximo de potência mecânica do gerador é $\bar{P}_m^{gd,M} = 13,750$ MW. Os pontos característicos $(Q_m^{gd,1}; P_m^{gd,1})$, $(Q_m^{gd,2}; P_m^{gd,2})$, $(Q_m^{gd,3}; P_m^{gd,3})$ e $(Q_m^{gd,4}; P_m^{gd,4})$ da curva de capacidade destes geradores são $(-2,500; 13,553)$, $(0,000; 13,782)$, $(2,078; 13,624)$ e $(4,106; 13,156)$, respectivamente.

Os BCs possuem quatro módulos de capacitores. Em particular, cada módulo de capacitores dos BCs alocados nos nós 38, 39 e 40 tem uma capacidade de 120 kVar e cada módulo de

Figura 32 - Perfil de tensão para carregamento mínimo - MOs 1, 2 e 3



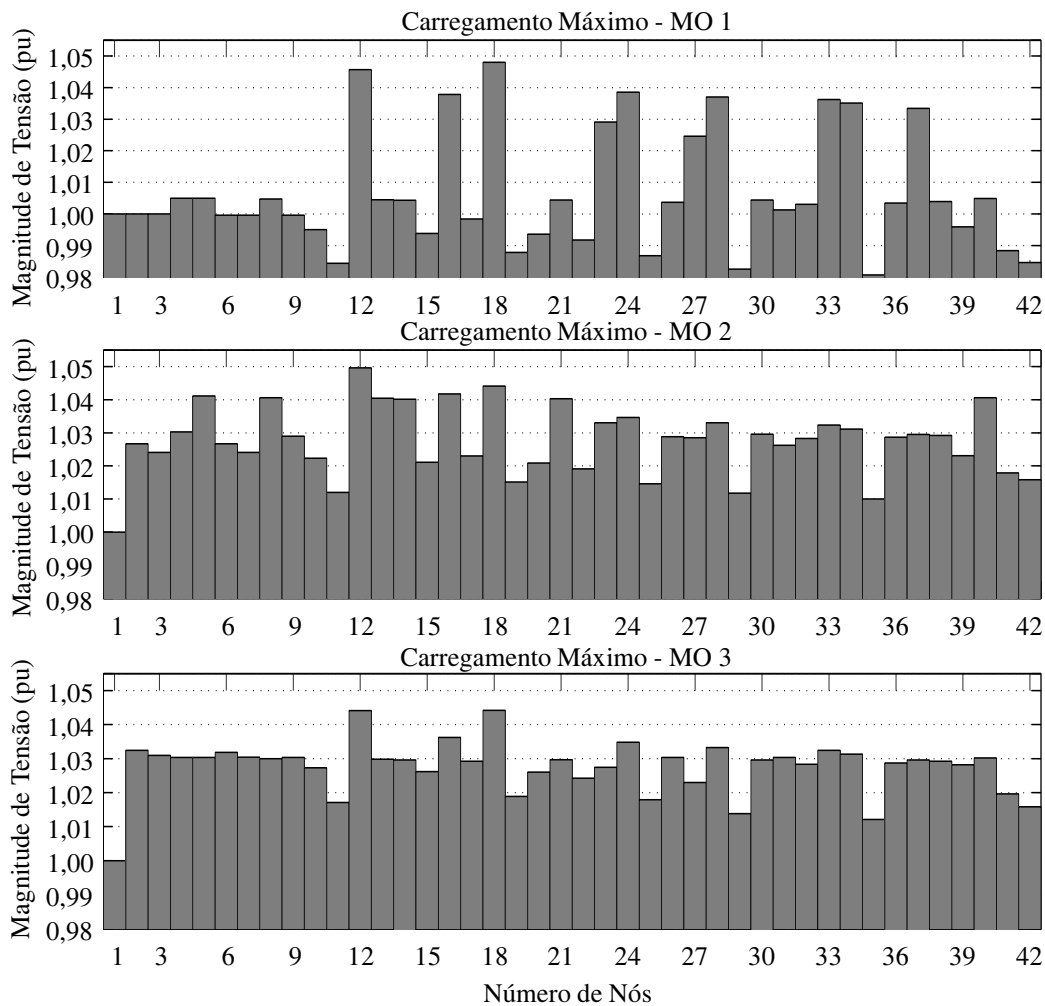
Fonte: Elaboração do autor

capacitores dos BCS alocados nos nós 41 e 42 tem uma capacidade de 300 kVar. Para todos os testes considerou-se $\overline{\Delta}^{bcc} = 4$. Para simplificar a notação, o BC alocado no nó i será denotado por BC- i .

O sistema possui quatro RTs; cujos taps ajustáveis dos RTs localizados nos circuitos 1–4 e 1–5 possuem 4 passos, com uma porcentagem de regulação de $\pm 5\%$ e os taps ajustáveis dos RTs localizados nos circuitos 11–12 e 17–18 possuem 32 passos, com uma porcentagem de regulação de $\pm 10\%$. Para todos os testes foi considerado $\overline{\Delta}^{nt} = 3$.

Para avaliar a precisão dos resultados obtidos com o modelo proposto, inicialmente as configurações das posições de tap dos reguladores de tensão (RTs), o número de módulos de BCs ligados e a potência dos GDs foram obtidas utilizando o problema de PLIM proposto. Em seguida, estas informações foram utilizadas para calcular o ponto de operação através do modelo não linear inteiro misto (NLIM) apresentado pelas equações (47)-(56), (60)-(61) e (63)-(74), o que equivale a resolver um problema de Fluxo de Carga (FC), conforme apresentado na Seção

Figura 33 - Perfil de tensão para carregamento máximo - MOs 1, 2 e 3



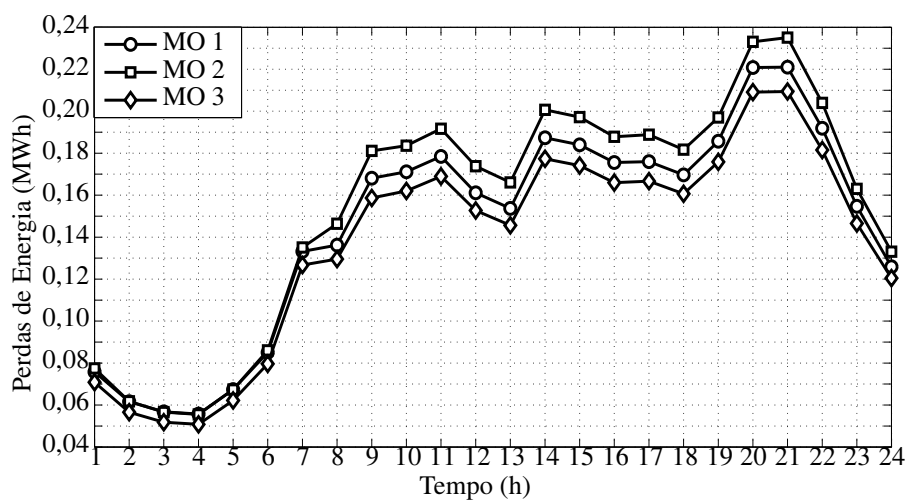
Fonte: Elaboração do autor

2.2. Dessa forma, a solução do modelo linear inteiro misto (LIM) foi comparada com a solução do problema de FC.

As Figuras 32 e 33 apresentam os perfis da magnitude de tensão do sistema, para três MOs, nos carregamentos mínimo e máximo, respectivamente. Nota-se que, nos MOs 2 e 3, em geral, as magnitudes de tensões, para ambos carregamentos, são mais elevadas; porém abaixo da máxima magnitude de tensão do sistema.

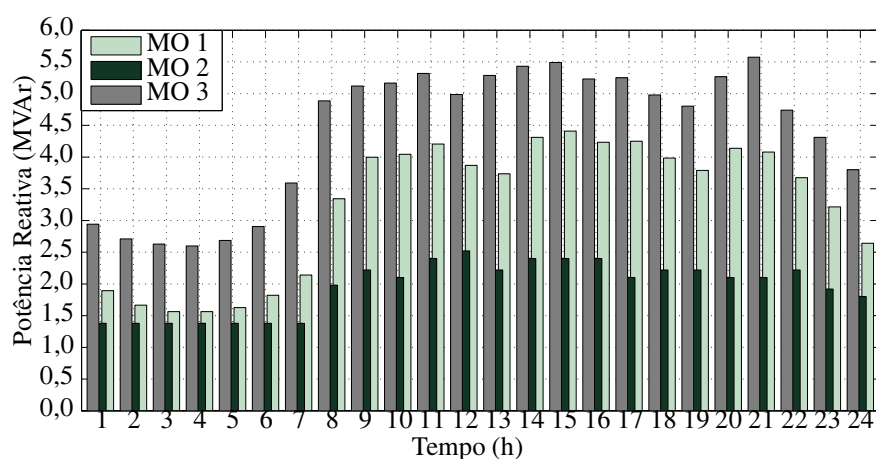
A Figura 34 mostra as perdas de energia no sistema durante o período de análise, considerando os três MOs. As perdas de energia totais do sistema nos MOs 1, 2 e 3 são 3,497 MWh, 3,704 MWh e 3,303 MWh, respectivamente. A menor perda de energia ocorre no MO 3, o que claramente é esperado, pois neste modo de operação nenhuma restrição de operação dos GDs foi adicionada no modelo proposto. Quanto aos MOs 1 e 2, as perdas de energia no sistema é menor no MO 1, o que pode ser justificado devido a contribuição de potência reativa pelos GDs

Figura 34 - Perdas de energia do sistema - MOs 1, 2 e 3



Fonte: Elaboração do autor

Figura 35 - Contribuição total de potência reativa dos GDs e BCs - MOs 1, 2 e 3



Fonte: Elaboração do autor

(tentando manter constante a magnitude de tensão terminal, conforme é mostrada na Tabela 12 e na Figura 35).

Tabela 12 - Resultados de FP e carregamento dos GDs - MO 1

Tempo (h)	Fator de Potência dos GDs		Carregamento dos GDs (%)	
	GD-2	GD-3	GD-2	GD-3
1	0,981	0,987	25,35	29,45
2	0,984	0,990	23,17	27,04
3	0,992	0,991	22,72	26,25

Tabela 12 - Resultados de FP e carregamento dos GDs - MO 1

(continua)

Tempo (h)	Fator de Potência dos GDs		Carregamento dos GDs (%)	
	GD-2	GD-3	GD-2	GD-3
4	0,991	0,991	22,21	25,87
5	0,987	0,991	25,73	28,04
6	0,985	0,990	28,83	30,58
7	0,988	0,997	39,29	44,79
8	0,973	0,992	39,30	44,57
9	0,975	0,993	43,68	51,23
10	0,974	0,987	44,47	51,14
11	0,978	0,986	44,99	53,71
12	0,975	0,989	43,21	48,78
13	0,975	0,991	43,10	46,30
14	0,977	0,985	45,83	55,14
15	0,978	0,985	45,50	55,07
16	0,974	0,986	44,26	52,68
17	0,974	0,987	44,66	52,62
18	0,974	0,989	43,15	48,44
19	0,970	0,982	41,47	48,08
20	0,972	0,980	44,08	52,27
21	0,967	0,981	44,82	50,47
22	0,969	0,984	41,47	44,95
23	0,971	0,978	36,85	39,97
24	0,984	0,980	33,95	36,27

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 13 - Resultados de carregamento dos GDs - MO 2

Tempo (h)	Carregamento dos GDs (%)		Tempo (h)	Carregamento dos GDs (%)	
	GD-1	GD-2		GD-1	GD-2
1	29,56	33,26	13	47,31	50,42
2	27,37	30,71	14	46,41	59,35
3	26,62	29,87	15	49,71	59,27
4	26,41	29,47	16	48,47	56,84

Tabela 13 - Resultados de carregamento dos GDs - MO 2

(conclusão)

Tempo (h)	Carregamento dos GDs (%)		Tempo (h)	Carregamento dos GDs (%)	
	GD-1	GD-2		GD-1	GD-2
5	29,97	31,67	17	48,87	56,80
6	33,03	34,30	18	47,35	52,93
7	44,15	48,43	19	45,67	52,47
8	43,52	48,45	20	49,41	56,48
9	47,90	57,47	21	50,78	54,69
10	48,68	56,10	22	45,66	51,81
11	49,20	57,92	23	41,05	44,18
12	47,42	52,98	24	37,17	40,48

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 14 - Resultados de FP e carregamento dos GDs - MO 3

(continua)

Tempo (h)	Fator de Potência dos GDs		Carregamento dos GDs (%)	
	GD-2	GD-3	GD-2	GD-3
1	0,962	0,965	29,56	33,25
2	0,963	0,967	27,37	30,71
3	0,964	0,967	26,61	29,86
4	0,964	0,968	26,41	29,46
5	0,969	0,970	29,93	31,66
6	0,967	0,983	33,03	34,29
7	0,975	0,979	43,49	48,53
8	0,956	0,966	43,50	48,55
9	0,960	0,976	47,87	55,10
10	0,960	0,976	48,66	55,24
11	0,960	0,975	49,18	57,89
12	0,960	0,977	47,40	52,81
13	0,960	0,965	47,29	50,39
14	0,964	0,974	50,02	59,32
15	0,962	0,973	49,69	59,25
16	0,960	0,975	48,45	56,82

Tabela 14 - Resultados de FP e carregamento dos GDs - MO 3

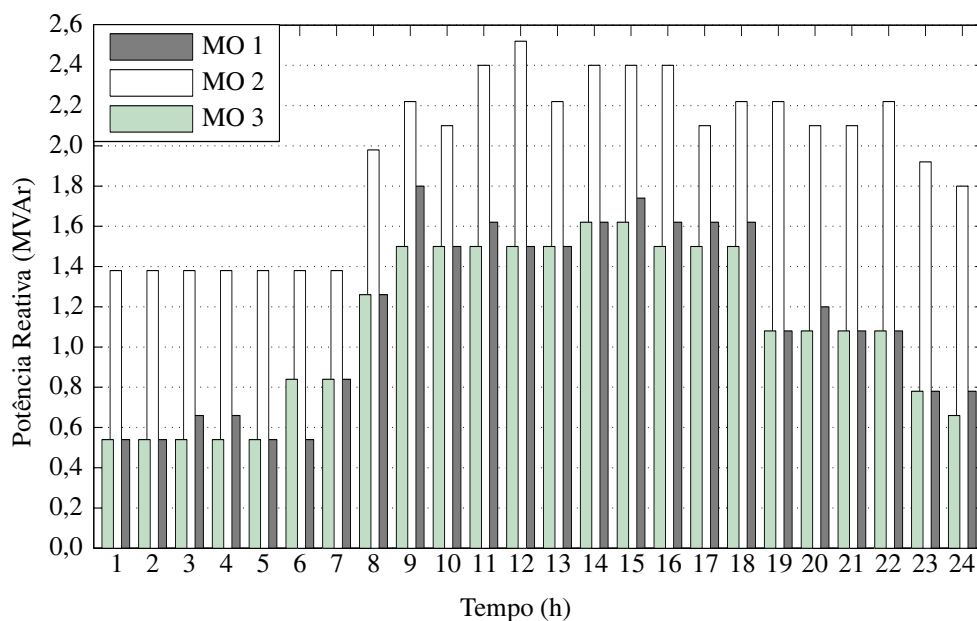
Tempo (h)	(conclusão)			
	Fator de Potência dos GDs		Carregamento dos GDs (%)	
	GD-2	GD-3	GD-2	GD-3
17	0,960	0,975	48,85	56,78
18	0,960	0,977	47,33	52,51
19	0,954	0,968	43,11	52,27
20	0,951	0,966	47,01	56,46
21	0,951	0,955	47,99	54,75
22	0,952	0,969	43,53	49,43
23	0,956	0,960	41,03	44,25
24	0,957	0,962	37,16	40,46

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

No nível de carregamento leve há uma preocupação em relação ao aumento da magnitude de tensão no SD, pois toda a energia gerada não consumida poderá fluir em direção à subestação, o que confirma o fluxo reverso quando há GDs conectados no sistema. Sendo assim, devido ao aumento da magnitude de tensão no sistema, os GDs devem limitar a geração e a injeção de potência ativa nos SD (FREITAS et al., 2005). Neste trabalho, nenhum dos MOs considerados fixa a geração de potência ativa dos GDs. Consequentemente, esta geração varia conforme a demanda de carga do sistema em cada período, o que evita a ocorrência de fluxo reverso de energia em direção à subestação. As Tabelas 12, 13 e 14 mostram que às 4 horas (período de carregamento mínimo) os GDs apresentam menor carregamento, em todos os MOs.

Em relação à operação dos módulos de capacitores dos BCs, as Tabelas 15, 16 e 17 apresentam o percentual exigido da capacidade máxima de cada BC. Verifica-se que, de um modo geral, no MO 3 ocorrem poucas variações do número de módulos de capacitores em operação; O BC-38 está injetando no sistema no máximo 50% de sua capacidade no MO 1, no MO 2 está desligado até às 8 horas e, a partir das 9 horas, opera com apenas 25% de sua capacidade, e no MO 3 está desligado até às 7 horas e nas demais horas do dia opera com 25% de sua capacidade; o BC-39 injeta no mínimo 50% de sua capacidade nos MOs 1 e 3 e no MO 2 está operando com sua máxima capacidade ao longo do dia; o BC-40 opera com no máximo 25% de sua capacidade no MO 2, apresentando várias alterações do número de módulos de capacitores em operação e nos MOs 1 e 3 injetam no sistema 25% de sua capacidade entre 9 e 23 horas e mantém-se desligado nas demais horas do dia; o BC-41 opera, no MO 2, com 25% a 75% de sua capacidade, apresentando muitas variações do número de módulos de capacitores em operação e nos MOs 1 e 3 apresenta comportamento parecido; o BC-42 opera com no mínimo 50% de

Figura 36 - Contribuição total de potência reativa dos BCs - MOs 1, 2 e 3



Fonte: Elaboração do autor

sua capacidade no MO 2, apresentando várias alterações do número de módulos de capacitores em operação e nos MOs 1 e 3 injetam no sistema 50% de sua capacidade entre 8 e 18 horas e 25% nas demais horas do dia. A Figura 36 mostra, para cada hora do dia, a contribuição total de potência reativa pelos BCs, nos três MOs. Observa-se que esta contribuição é semelhante nos MOs 1 e 3, em que no MO 1 os BCs injetam no sistema uma quantidade ligeiramente maior de reativos em relação ao MO 3. No entanto, no MO 2 a contribuição de potência reativa pelos BCs é significativamente maior em relação aos outros MOs, o que é justificado pela ausência de reativos injetados no sistema por parte dos GDs.

Tabela 15 - Configuração dos BCs - MO 1

(continua)

Tempo (h)	Módulos de Capacitores Ativos (%)				
	BC-38	BC-39	BC-40	BC-41	BC-42
1	0	50	0	0	25
2	0	50	0	0	25
3	0	75	0	0	25
4	0	75	0	0	25
5	0	50	0	0	25
6	0	50	0	0	25
7	0	50	0	25	25
8	25	50	0	25	50

Tabela 15 - Configuração dos BCs - MO 1

(conclusão)

Tempo (h)	Módulos de Capacitores Ativos (%)				
	BC-38	BC-39	BC-40	BC-41	BC-42
9	25	75	25	50	50
10	25	75	25	25	50
11	25	100	25	25	50
12	25	75	25	25	50
13	25	75	25	25	50
14	25	100	25	25	50
15	50	100	25	25	50
16	50	75	25	25	50
17	50	75	25	25	50
18	50	75	25	25	50
19	25	50	25	25	25
20	25	75	25	25	25
21	25	50	25	25	25
22	25	50	25	25	25
23	25	50	25	0	25
24	25	75	0	0	25

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 16 - Configuração dos BCs - MO 2

(continua)

Tempo (h)	Módulos de Capacitores Ativos (%)				
	BC-38	BC-39	BC-40	BC-41	BC-42
1	0	100	0	25	50
2	0	100	0	25	50
3	0	100	0	25	50
4	0	100	0	25	50
5	0	100	0	25	50
6	0	100	0	25	50
7	0	100	0	25	50
8	25	100	0	50	75
9	25	100	25	50	75

Tabela 16 - Configuração dos BCs - MO 2

(conclusão)

Tempo (h)	Módulos de Capacitores Ativos (%)				
	BC-38	BC-39	BC-40	BC-41	BC-42
10	25	100	0	50	75
11	25	100	0	50	100
12	25	100	25	50	75
13	25	100	25	50	75
14	25	100	0	75	100
15	25	100	0	50	100
16	25	100	0	75	75
17	25	100	0	50	75
18	25	100	25	50	75
19	25	100	25	50	75
20	25	100	0	50	75
21	25	100	0	50	75
22	25	100	25	50	75
23	0	100	25	0	50
24	25	100	0	50	50

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 17 - Configuração dos BCs - MO 3

(continua)

Tempo (h)	Módulos de Capacitores Ativos (%)				
	BC-38	BC-39	BC-40	BC-41	BC-42
1	0	50	0	0	25
2	0	50	0	0	25
3	0	50	0	0	25
4	0	50	0	0	25
5	0	50	0	0	25
6	0	50	0	25	25
7	0	50	0	25	25
8	25	50	0	25	50
9	25	75	25	25	50
10	25	75	25	25	50

Tabela 17 - Configuração dos BCs - MO 3

(conclusão)

Tempo (h)	Módulos de Capacitores Ativos (%)				
	BC-38	BC-39	BC-40	BC-41	BC-42
11	25	75	25	25	50
12	25	75	25	25	50
13	25	75	25	25	50
14	25	100	25	25	50
15	25	100	25	25	50
16	25	75	25	25	50
17	25	75	25	25	50
18	25	75	25	25	50
19	25	50	25	25	25
20	25	50	25	25	25
21	25	50	25	25	25
22	25	50	25	25	25
23	25	50	25	0	25
24	25	50	0	0	25

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Nas Tabelas 18, 19 e 20 são mostradas as configurações dos taps dos RTs em cada hora do dia. Pode-se observar que nos MOs 1 e 3 ocorrem poucas mudanças de tap enquanto várias mudanças acontecem no MO 2. Os taps do RT localizado no circuito 1 – 4 são iguais a zero no MO 1 e iguais a 1 nos MOs 2 e 3. Os taps do RT localizado no circuito 1 – 5 são iguais a zero no MO 1, iguais a 1 no MO 3 e alterna seu valor entre 1 e 2 no MO 2; os taps do RT localizado no circuito 11 – 12 varia entre 9 e 11 no MO 1, alterna seu valor entre 4 e 7 no MO 2 e, no MO 3 é constante igual a 7 das 19 às 22 horas e nas demais horas do dia é constante igual a 4; os taps do RT localizado no circuito 17 – 18 é constante igual a 7 até às 7 horas e, a partir daí, permanece constante igual a 9 no MO 1, no MO 2 varia de 1 a 4 e no MO 3 é constante igual a 2 em todo período do dia.

Tabela 18 - Configuração dos taps dos RTs - MO 1

(continua)

Tempo (h)	Tap dos RTs (pu)			
	RT 1-4	RT 1-5	RT 11-12	RT 17-18
1	0	0	9	7

Tabela 18 - Configuração dos taps dos RTs - MO 1

(conclusão)

Tempo (h)	Tap dos RTs (pu)			
	RT 1-4	RT 1-5	RT 11-12	RT 17-18
2	0	0	9	7
3	0	0	9	7
4	0	0	9	7
5	0	0	9	7
6	0	0	9	7
7	0	0	9	7
8	0	0	9	9
9	0	0	11	9
10	0	0	11	9
11	0	0	11	9
12	0	0	11	9
13	0	0	11	9
14	0	0	11	9
15	0	0	11	9
16	0	0	11	9
17	0	0	11	9
18	0	0	11	9
19	0	0	11	9
20	0	0	10	9
21	0	0	10	9
22	0	0	11	9
23	0	0	11	9
24	0	0	11	9

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 19 - Configuração dos taps dos RTs - MO 2

(continua)

Tempo (h)	Tap dos RTs (pu)			
	RT 1-4	RT 1-5	RT 11-12	RT 17-18
1	1	1	4	2
2	1	1	4	2

Tabela 19 - Configuração dos taps dos RTs - MO 2

(conclusão)

Tempo (h)	Tap dos RTs (pu)			
	RT 1-4	RT 1-5	RT 11-12	RT 17-18
3	1	1	4	2
4	1	1	4	2
5	1	1	4	2
6	1	1	4	2
7	1	1	7	1
8	1	1	7	3
9	1	1	7	4
10	1	2	4	4
11	1	2	4	4
12	1	1	7	2
13	1	1	7	4
14	1	2	7	4
15	1	2	4	4
16	1	2	4	4
17	1	2	4	4
18	1	1	7	4
19	1	1	7	4
20	1	2	7	4
21	1	2	7	4
22	1	1	7	2
23	1	1	7	4
24	1	1	7	4

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 20 - Configuração dos taps dos RTs - MO 3

(continua)

Tempo (h)	Tap dos RTs (pu)			
	RT 1-4	RT 1-5	RT 11-12	RT 17-18
1	1	1	4	2
2	1	1	4	2
3	1	1	4	2

Tabela 20 - Configuração dos taps dos RTs - MO 3

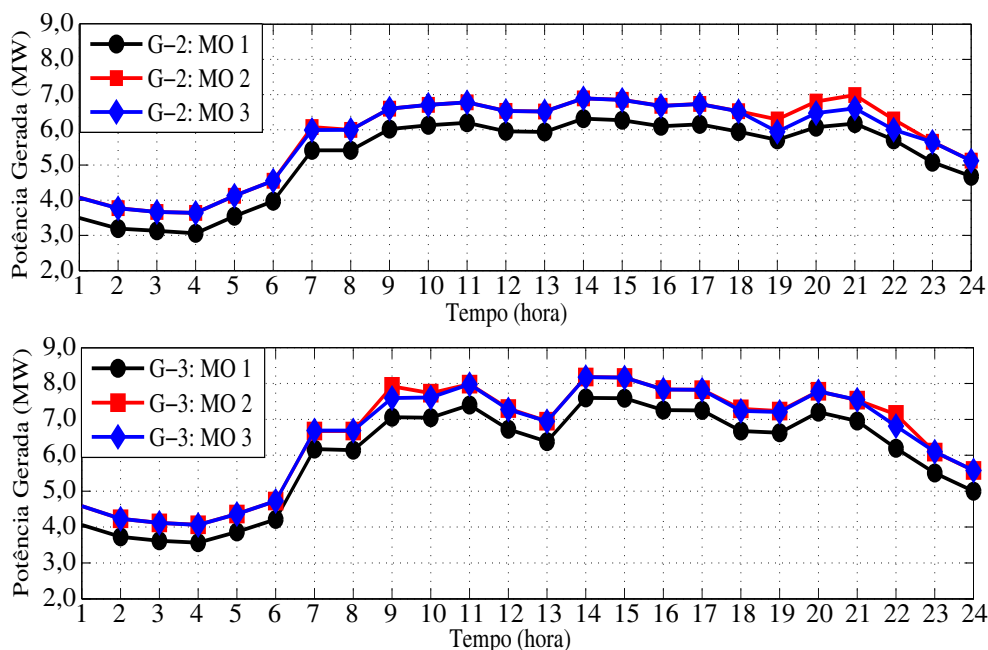
Tempo (h)	(conclusão)			
	Tap dos RTs (pu)			
	RT 1-4	RT 1-5	RT 11-12	RT 17-18
4	1	1	4	2
5	1	1	4	2
6	1	1	4	2
7	1	1	4	2
8	1	1	4	2
9	1	1	4	2
10	1	1	4	2
11	1	1	4	2
12	1	1	4	2
13	1	1	4	2
14	1	1	4	2
15	1	1	4	2
16	1	1	4	2
17	1	1	4	2
18	1	1	4	2
19	1	1	7	2
20	1	1	7	2
21	1	1	7	2
22	1	1	7	2
23	1	1	4	2
24	1	1	4	2

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

A Figura 37 mostra a potência ativa gerada pelos GDs nos três MOs. Nota-se que independentemente do MO, o fornecimento de potência ativa não está próximo ao seu valor máximo (13,872 MW) e o comportamento da potência gerada de cada GD é semelhante, em particular, a contribuição de potência ativa dos GDs é menor no MO 1 e nos MOs 2 e 3 é praticamente igual, o que também pode ser observado nas Tabelas 12, 13 e 14. Nota-se também que em todos os MOs os GDs operam de acordo com a variação da demanda, em que o GD-3 tem maior contribuição de potência ativa, o que pode ser justificado pela sua localização no sistema.

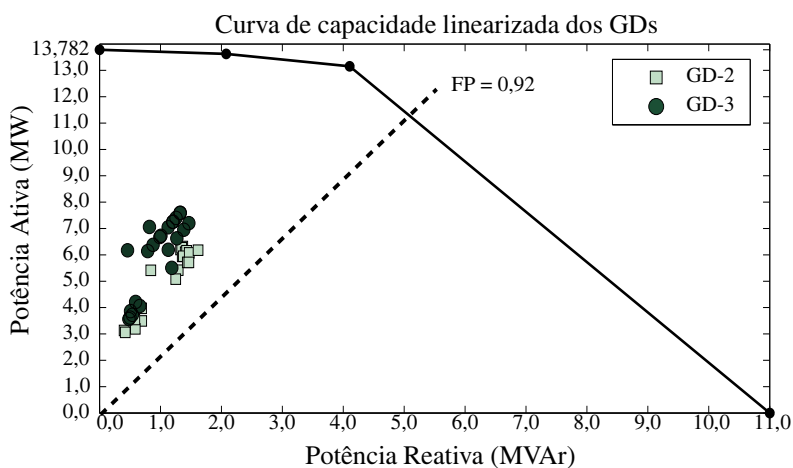
Nas Figuras 38 e 39 são mostrados os pontos de operação dos GDs nos MOs 1 e 3 para o período de análise de 24 horas. Nota-se que os GDs estão gerando potência reativa em todo o

Figura 37 - Potência gerada pelos GDs - MOs 1, 2 e 3



Fonte: Elaboração do autor

Figura 38 - Pontos de operação dos GDs - MO 1 no período de 24 horas

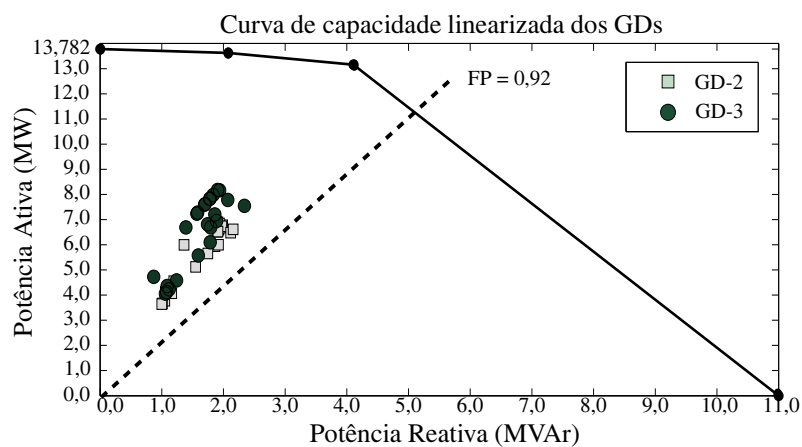


Fonte: Elaboração do autor

período de análise. Pela localização dos GDs no sistema, pode-se observar que o GD-3 opera, em geral, com um maior FP comparado com o GD-2, mas ambos os GDs operam com FP bem acima do FP mínimo de 0,92. Quanto ao MO 2, os pontos de operação dos GDs pertencem ao eixo das ordenadas, pois os GDs operam com FP igual a 1,0. Em outras palavras, os GDs não geram e não absorvem reativos.

Na Figura 40 são mostrados, para cada MO, o erro relativo das perdas de energia e o valor do máximo erro relativo da magnitude de tensão do sistema, comparando os resultados do modelo proposto e do FC. Nota-se que para as perdas de energia determinadas nos MOs 1,

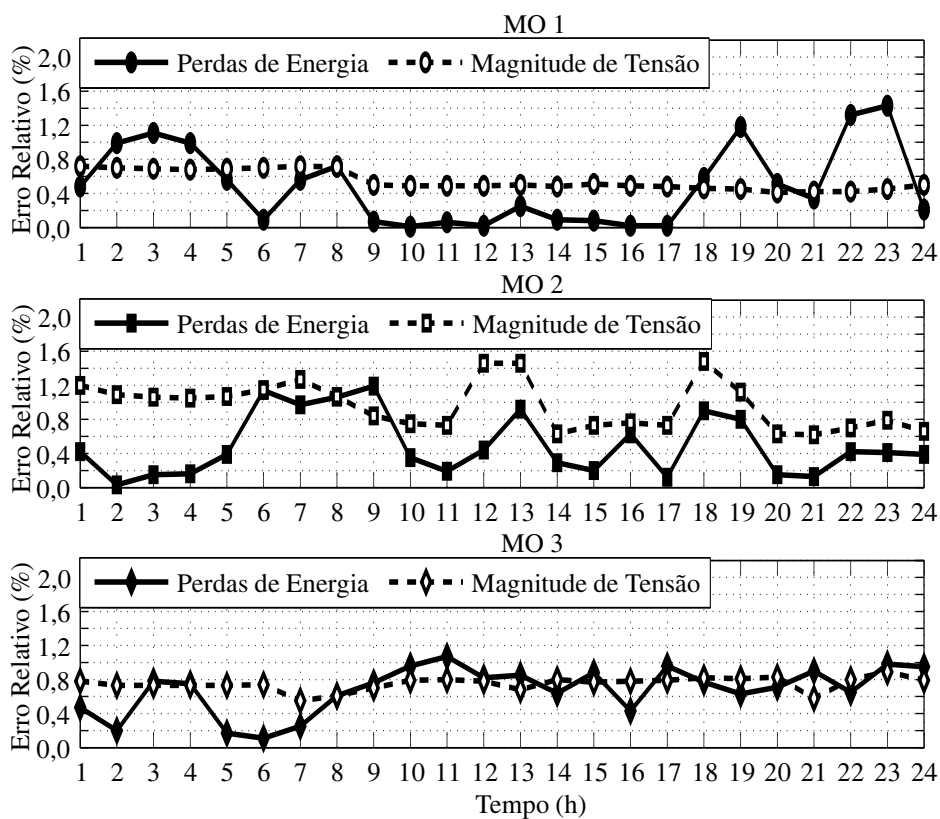
Figura 39 - Pontos de operação dos GDs - MO 3 no período de 24 horas



Fonte: Elaboração do autor

2 e 3, os máximos erros são aproximadamente iguais a 1,4%, 1,2% e 1,0%, respectivamente, enquanto que para as magnitudes de tensão, são aproximadamente iguais a 0,8%, 1,4% e 0,8%, respectivamente. Isto mostra a boa precisão do modelo proposto.

Figura 40 - Erro relativo entre os resultados do modelo proposto e do FC



Fonte: Elaboração do autor

3.9 CARACTERÍSTICAS COMPUTACIONAIS DO PROBLEMA DE POSD RADIAIS

A Tabela 21 apresenta as características computacionais do problema de POSD radiais (modelos NLIM e LIM), considerando o número de variáveis discretas (binárias e inteiras), o número de variáveis contínuas, o número de restrições (igualdade e desigualdade) e a ordem de complexidade de cada característica.

Tabela 21 - Características computacionais do problema de POSD radiais

Modelo de PNLIM	Quantidade	Ordem de Complexidade
variáveis binárias	0	0
variáveis inteiras	$ \Omega_c^{bc} \Omega_d + \Omega_c^{rt} \Omega_d $	$ \Omega_d $
variáveis contínuas	$8 \Omega_c \Omega_d + (4 + 2 \Omega^{gd}) \Omega_d + \Omega_c^{bc} + \Omega_c $	$ \Omega_c \Omega_d $
restrições de igualdade	$5 \Omega_c \Omega_d + (2 + \Omega_c^{bc} + 3 \Omega_c^{rt}) \Omega_d $	$ \Omega_c \Omega_d $
restrições de desigualdade	$(1 + 7 \Omega^{gd} + 2 \Omega_c^{bc} + 2 \Omega_c^{rt}) \Omega_d $ $+ 2 \Omega_c \Omega_d - \Omega_c^{bc} - \Omega_c^{rt} $	$ \Omega_c \Omega_d $
Modelo de PLIM	Quantidade	Ordem de Complexidade
variáveis binárias	$(\Omega_c^{rt} + S) \Omega_d + S \Omega_c \Omega_d $	$ \Omega_c \Omega_d $
variáveis inteiras	$(\Omega_c^{bc} + \Omega_c^{rt}) \Omega_d $	$ \Omega_c \Omega_d $
variáveis contínuas	$(2(R + S) + 10) \Omega_c \Omega_d + (4 + 2S + 2 \Omega^{gd}) \Omega_d $ $+ \Omega_c^{bc} + \Omega_c $	$ \Omega_c \Omega_d $
restrições de igualdade	$11 \Omega_c \Omega_d + (\Omega_c^{bc} + 3 \Omega_c^{rt} + 2) \Omega_d $	$ \Omega_c \Omega_d $
restrições de desigualdade	$(1 + 7 \Omega^{gd} + 2 \Omega_c^{bc} + 4 \Omega_c^{rt} + 2S \Omega_c^{rt} + S) \Omega_d $ $+ (5S + 2) \Omega_c \Omega_d - \Omega_c^{bc} - \Omega_c^{rt} $	$ \Omega_c \Omega_d $

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Da Tabela 21, nota-se que houve um aumento no número de variáveis binárias, contínuas e no número de restrições de desigualdade.

3.10 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Foi apresentada uma formulação LIM para o problema de POSD radiais. O modelo proposto define a geração de potências ativa e reativa dos GDs, o número de módulos de capacitores em operação e o número de passos do tap do RT de modo a minimizar o custo diário das perdas de energia do sistema.

O PORP do sistema foi modelado por meio de expressões lineares. O uso de um modelo de PLIM convexa garante a convergência para a solução ótima usando ferramentas de otimização clássica existentes. Um sistema teste de 42 nós foi utilizado para mostrar a eficiência do modelo matemático. Foi considerado o número de discretizações $S = 8$ e o número de linearizações por partes $R = 20$, o que foi suficiente para gerar boa precisão nos resultados obtidos, além de um baixo esforço computacional, como mostrado no Capítulo 2.

Diante dos resultados apresentados, observa-se que no MO 3 há uma maior redução nas perdas de energia no sistema e a maior perda de energia ocorre no MO 2. Além disso, no MO 1 as magnitudes de tensões estão mais próximas de 1,0 pu, conforme (FREITAS et al., 2005a, 2005b), os quais também afirmam que neste MO os GDs podem contribuir para que as magnitudes de tensões fiquem dentro dos limites admissíveis. No entanto, nos MOs 2 e 3 as magnitudes de tensões apresentam-se mais próxima do limite máximo permitido. Os resultados também mostram que o MO 3 apresenta um número menor de mudanças de módulos de capacitores em operação dos BCs e nos taps dos RTs. Os trabalhos de Viawan e Karlsson (2008) e Kojovic (2002) mostram que o número de mudanças de taps dos RTs no MO 1 é menor do que no MO 2, o que está de acordo com os resultados apresentados neste capítulo.

Os resultados apresentados nas Tabelas 12 e 14 mostram que, em todo o período de análise, o FP dos GDs é maior do que o limite mínimo de 0,92, quando estes operam segundo os MOs 1 e 3.

Os resultados apresentados mostram que do ponto de vista da concessionária, é mais interessante que os GDs operem baseado no MO 3 para ter uma maior redução nas perdas de energia no sistema. Claramente este resultado é esperado, pois o modelo proposto não contém a restrição adicional do modo de operação dos GDs. Se a escolha do MO deve ser tomada entre os MOs 1 e 2, o MO 1 apresenta menores perdas de energia, em contrapartida, no MO 2 a contribuição de potência ativa por parte dos GDs é maior. Portanto, a tomada de decisão do MO mais viável pode depender de um acordo entre a concessionária e os proprietários dos GDs.

Adicionalmente, após um período de tempo significativo, o solver comercial KNITRO (BYRD; NOCEDAL; WALTZ, 2006) não encontrou nenhuma solução factível usando o modelo NLIM; isto ocorreu devido à complexidade do problema NLIM apresentado na Seção 3.5. No entanto, o modelo LIM encontra uma solução ótima com um tempo de processamento de 5352,31 s, 6873,47 s e 4769,40 s, considerando os MOs 1, 2 e 3, respectivamente. Dessa forma, pode-se afirmar que o método proposto de representar o problema usando um modelo LIM é eficiente, considerando que as técnicas de otimização clássicas podem garantir a solução ótima para esse tipo de problema.

4 ALOCAÇÃO ÓTIMA DE BANCOS DE CAPACITORES E REGULADORES DE TENSÃO EM UM SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA RADIAL

Neste capítulo apresenta-se um modelo matemático não linear inteiro misto (NLIM) para o problema da alocação ótima de bancos de capacitores (BCs) (fixos e chaveados) e reguladores de tensão (RTs) em um sistema de distribuição de energia elétrica (SD) radial. O problema será modelado como um problema de programação linear inteira mista (PLIM) equivalente. As variáveis inteiras de decisão representam a alocação de BCs (localização, número de módulos de capacitores instalados em um nó, número de módulos de capacitores operando em um nó), a alocação de RTs (localização, tipo de regulador, número de passos do tap do RT). O objetivo é minimizar custos do investimento total anual e das perdas de energia. O modelo proposto foi testado nos sistemas de 70 nós (BARAN; WU, 1989b) e 136 nós (MANTOVANI; CASARI; ROMERO, 2000), cujos dados são apresentados nos Apêndices B.2 e B.3, respectivamente. Em ambos os sistemas, serão considerados três testes (alocação de BCs, alocação de RTs e alocação de BCs e RTs) para que seja analisado o perfil da magnitude de tensão nos nós e os custos do investimento total anual e das perdas de energia. Por fim, será apresentada e analisada a curva de Pareto do custo total em função do máximo desvio da magnitude de tensão, considerando a alocação de apenas BCs e a alocação conjunta de BCs e RTs.

4.1 INTRODUÇÃO

Um dos principais objetivos de um SD é a regulação da tensão. Os limites de magnitude de tensão são impostos pela agência reguladora de eletricidade de cada país para garantir uma prestação de serviços de qualidade aos consumidores. Para assegurar essa qualidade, utilizam-se alguns dispositivos, dentre eles, BCs e RTs. Assim, as concessionárias são obrigadas a manter um perfil de tensão adequado no SD e isso requer investimentos em dispositivos apropriados que devem ser economicamente viáveis.

A instalação de BCs e RTs em um SD é uma prática essencial para garantir uma alimentação adequada. É necessário o desenvolvimento de ferramentas computacionais para apoiar na tomada de decisão feita pelos especialistas, visto que este é um problema complexo com variáveis inteiras mistas e restrições não lineares.

Nos sistemas de energia elétrica a maior percentagem de perdas ocorre nos SD, o que acarreta altos custos de operação. Alocação de BCs e RTs é uma das medidas que podem ser tomadas para melhorar o desempenho do SD (FRANCO; ROMERO, 2010).

A instalação de capacitores em um SD é importante para fornecer potência reativa, melhorar o perfil de tensão, corrigir o FP e minimizar as perdas (MEKHAMER et al., 2002). Portanto, a localização, o tamanho e o número de equipamentos instalados no sistema devem ser identificados, a fim de garantir um serviço de qualidade. Dentre os trabalhos dedicados à alocação de capacitores, destacam-se Baran e Wu (1989b), Boone e Chiang (1993), Sundahararajan e Pahwa (1994) e Gallego, Monticelli e Romero (2001). O problema de alocação de capacitores é comumente modelado como um problema de programação não linear inteira mista (PNLIM) (BARAN; WU, 1989b; SEGURA; ROMERO; RIDER, 2010; SILVA et al., 2008), em que a função objetivo é, normalmente, minimizar os custos dos investimentos mais os custos das perdas de energia.

Os capacitores podem ser fixos ou chaveados. Os capacitores fixos são formados por um ou mais módulos de capacitores e permanecem em operação no sistema elétrico de forma permanente para todos os níveis de carga. Em outro caso, os capacitores chaveados são formados por um ou mais módulos de capacitores e podem ser parcialmente ou totalmente chaveado em cada nível de demanda. Devido ao sistema de controle dos BCs chaveados, seus custos são maiores em relação aos BCs fixos, e com a flexibilidade de aumentar ou diminuir a injeção de reativos no sistema, conforme a demanda de cargas, eles podem contribuir de forma mais significativa para diminuir as perdas de energia.

A instalação de RTs em um SD também é importante para controle do perfil de tensão e, na literatura especializada poucos trabalhos abordam o assunto, dentre os quais cita-se Safigianni e Salis (2000), Mendoza et al. (2007) e Alves (2012). A maioria dos RTs contém uma chave que permite uma porcentagem de regulação de $\pm R\%$ respeitando a magnitude de tensão de referência e o número máximo de passos $2n\overline{f}$.

Uma ação integrada entre alocação de BCs e RTs pode ser uma alternativa mais viável quando o propósito é reduzir as perdas de energia e melhorar o perfil de tensão do SD. Este tipo de problema é apresentado por Szuvovivski (2008) e Franco e Romero (2010). De acordo com Franco e Romero (2010), devido à complexidade do problema, determinado pela quantidade de possíveis configurações de capacitores (fixos ou chaveados), reguladores nos diferentes nós do sistema, e considerando suas variações frente às cargas (número de bancos ativos ou ajuste de taps), as técnicas de otimização, chamadas de metaheurísticas, são as indicadas para resolver o problema. Neste trabalho, o problema da alocação ótima de BCs e RTs em um SD radial é modelado como um problema de PLIM. O objetivo é minimizar custos do investimento total anual e das perdas de energia. O modelo proposto foi testado nos sistemas testes de 70 nós (BARAN; WU, 1989b) e 136 nós (MANTOVANI; CASARI; ROMERO, 2000). Ambos os modelos foram implementados na linguagem de modelagem matemática AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003) e resolvidos usando o solver comercial CPLEX (ILOG, 2008) (chamado com suas opções padrões).

4.2 O PROBLEMA DA ALOCAÇÃO ÓTIMA DE BCs E RTs EM UM SD RADIAL

4.2.1 Modelagem dos BCs

Sejam n_i^{mod} o número de módulos de capacitores instalados no nó i e \bar{n}_b^{mod} o número máximo de módulos de capacitores que podem ser instalados em um nó do sistema. Assim, a equação (117) deve ser satisfeita.

$$n_i^{mod} \leq \bar{n}_b^{mod} q_i^{bc} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (117)$$

em que q_i^{bc} é uma variável binária associada à alocação de um BC no nó i .

Se $n_{i,d}^{mod}$ representa o número de módulos de capacitores operando no nó i , no nível de demanda d , então, deve-se adicionar no modelo a equação (118).

$$0 \leq n_{i,d}^{mod} \leq n_i^{mod} \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (118)$$

Seja \bar{n}^{bc} o número máximo de BCs que podem ser instalados no sistema. Portanto, o modelo deve conter a equação (119).

$$\sum_{i \in \Omega_N} q_i^{bc} \leq \bar{n}^{bc} \quad (119)$$

4.2.2 Modelagem dos RTs

Neste capítulo, assume-se que cada RT do tipo r tem uma porcentagem de regulação de $R\%$ e um número máximo de passos $2\bar{n}t$. Decidiu-se pela instalação deste tipo de regulador, cuja regulação é ilustrada na Figura 41. O custo de instalação do RT, ou custo fixo, será denotado por c_r^{rt} .

Considerando que em um circuito aloca-se no máximo 1 RT, o modelo matemático pode ser representado pelas equações (120)-(125).

$$V_{j,d} = t_{ij,d} \tilde{V}_{j,d} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (120)$$

$$t_{ij,d} = 1 + R\% \frac{nt_{ij,d}}{\bar{n}t} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (121)$$

$$-\bar{n}t \sum_{r \in \Omega_r} v_{ij,r} \leq nt_{ij,d} \leq \bar{n}t \sum_{r \in \Omega_r} v_{ij,r} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (122)$$

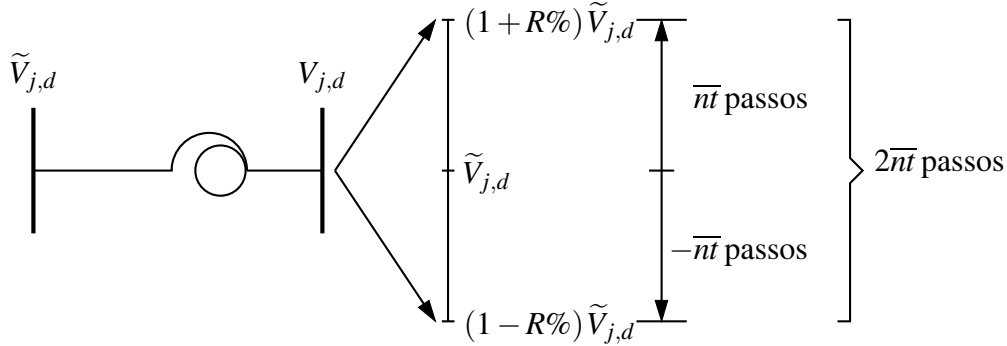
$$\sum_{r \in \Omega_r} v_{ij,r} \leq 1 \quad \forall ij \in \Omega_c \quad (123)$$

$$nt_{ij,d} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (124)$$

$$v_{ij,r} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_r \quad (125)$$

em que a variável binária $v_{ij,r}$ associa-se à alocação de RT do tipo r , no circuito ij . Se $v_{ij,r} = 0$, então $nt_{ij,d} = 0$ e, portanto, $V_{j,d}^{sqr} = \tilde{V}_{j,d}$.

Figura 41 - Regulação de Tensão dos RTs



Fonte: Adaptado de Alves (2012)

Se \bar{n}^{rv} define o número máximo de RTs que podem ser instalados no sistema, então a equação (126) deve ser adicionada no modelo.

$$\sum_{ij \in \Omega_c} \sum_{r \in \Omega_r} v_{ij,r} \leq \bar{n}^{rv} \quad (126)$$

4.2.3 Restrições de Magnitudes de Tensão e Corrente

Para cada nó i e cada nível de demanda d , o quadrado da magnitude de tensão deve satisfazer os limites mínimo e máximo permitidos e, portanto, considera-se a equação (127).

$$\underline{V}^2 \leq V_{i,d}^{sqr} \leq \overline{V}^2 \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (127)$$

Por fim, em se tratando dos limites permitidos para a magnitude do fluxo de corrente nos circuitos que forem alocados RTs, devem-se considerar a máxima corrente do circuito e do RT. Logo, obtém-se a equação (128).

$$0 \leq I_{ij,d}^{sqr} \leq \bar{I}_{ij}^2 \left(1 - \sum_{r \in \Omega_r} v_{ij,r} \right) + \sum_{r \in \Omega_r} \left(\min \left\{ (\bar{I}_r)^2, \bar{I}_{ij}^2 \right\} v_{ij,r} \right) \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (128)$$

em que \bar{I}_r representa o limite máximo da magnitude de corrente do RT do tipo r . Se no circuito ij não é alocado RT, isto é, se $\sum_{r \in \Omega_r} v_{ij,r} = 0$, então o limite superior de $I_{ij,d}^{sqr}$ é dado por \bar{I}_{ij}^2 , caso contrário, o limite superior de $I_{ij,d}^{sqr}$ é dado por $\min \left\{ (\bar{I}_r)^2, \bar{I}_{ij}^2 \right\}$.

4.3 FORMULAÇÃO NLIM PARA O PROBLEMA DA ALOCAÇÃO ÓTIMA DE BCs E RTs EM UM SD RADIAL

O problema de alocação ótima de BCs e RTs em um SD radiais pode ser modelado como um problema de PNLIM como segue:

$$\min \kappa_c \sum_{i \in \Omega_N} \left(c^{bc} q_i^{bc} + c^{ch} q_i^{ch} + c^{mod} n_i^{mod} \right) + \kappa_r \sum_{ij \in \Omega_c} \sum_{r \in \Omega_r} (c_r^{rt} v_{ij,r}) + \sum_{d \in \Omega_d} \left(\alpha_d \tau_l c_d^{ls} \sum_{ij \in \Omega_c} R_{ij} I_{ij,d}^{sqr} \right) \quad (129)$$

s.a. (117) – (119), (122) – (123), (126) – (128).

$$\sum_{ji \in \Omega_c} P_{ji,d} - \sum_{ij \in \Omega_c} \left(P_{ij,d} + R_{ij} I_{ij,d}^{sqr} \right) + P_{i,d}^S = P_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (130)$$

$$\sum_{ji \in \Omega_c} Q_{ji,d} - \sum_{ij \in \Omega_c} \left(Q_{ij,d} + X_{ij} I_{ij,d}^{sqr} \right) + Q_{i,d}^S + Q^{mod} n_{i,d}^{mod} = Q_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (131)$$

$$V_{i,d}^{sqr} - 2 \left(R_{ij} P_{ij,d} + X_{ij} Q_{ij,d} \right) - Z_{ij}^2 I_{ij,d}^{sqr} - \tilde{V}_{j,d}^{sqr} = 0 \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (132)$$

$$\tilde{V}_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{sqr} = P_{ij,d}^2 + Q_{ij,d}^2 \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (133)$$

$$V_{j,d}^{sqr} = t_{ij,d}^{sqr} \tilde{V}_{j,d}^{sqr} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (134)$$

$$t_{ij,d}^{sqr} = 1 + 2R\% \frac{nt_{ij,d}}{nt} + (R\%)^2 \left(\frac{nt_{ij,d}}{nt} \right)^2 \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (135)$$

$$\left| n_{i,d}^{mod} - n_{i,d-1}^{mod} \right| \leq \bar{n}_b^{mod} q_i^{ch} \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d |d| > 1 \quad (136)$$

$$n_i^{mod} \text{ inteiro} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (137)$$

$$n_{i,d}^{mod} \text{ inteiro} \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (138)$$

$$nt_{ij,d} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (139)$$

$$q_i^{bc} \text{ binário} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (140)$$

$$q_i^{ch} \text{ binário} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (141)$$

$$v_{ij,r} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall r \in \Omega_r \quad (142)$$

em que as variáveis $I_{ij,d}^{sqr}$, $V_{i,d}^{sqr}$, $\tilde{V}_{j,d}^{sqr}$ e $t_{ij,d}^{sqr}$ são usadas para representar $I_{ij,d}^2$, $V_{i,d}^2$, $\tilde{V}_{j,d}^2$ e $t_{ij,d}^2$, respectivamente. A função objetivo (129) representa os custos do investimento total anual e das perdas de energia. A primeira e a segunda partes representam, respectivamente, o custo de investimentos na alocação de BCs e RTs e a terceira parte representa o custo anual das perdas de energia ativa. As equações (130) e (131) representam as equações de balanço de potências ativa e reativa, respectivamente. Em particular, na equação de balanço de potência reativa, considera-se a alocação de BCs. As equações (132) e (133) representam, respectivamente, a equação de queda de tensão entre dois nós consecutivos e a equação da magnitude de corrente. As equações (134)-(135) são uma extensão de (120)-(121). A equação (136) representa que o

número de módulos de capacitores em operação do BC chaveado ($q_i^{ch} = 1$) pode ser diferente em cada nível de demanda, e este número é igual em todos os níveis de demanda para os BCs fixos ($q_i^{ch} = 0$). As equações (117)-(119) representam as restrições de alocação de BCs. As equações (122) e (123) representam, respectivamente, os limites do número de passos do tap do RT e o número máximo de RTs que podem ser instalados em um nó do sistema. O número máximo de RTs que podem ser instalados no sistema é representado pela equação (126). A equação (127) representa as restrições do quadrado da magnitude de tensão nos nós, enquanto que a equação (128) representa os limites do quadrado da magnitude do fluxo de corrente nos circuitos. A equação (137) representa o número inteiro de módulos de capacitores instalados no nó i e a equação (138) representa o número inteiro de módulos de capacitores operando no nó i , no nível de demanda d . A equação (139) denota o número inteiro de passos do tap do RT alocado no circuito ij , em cada nível de demanda. As equações (140) e (141) representam, respectivamente, a natureza binária das variáveis de decisão associadas à alocação de capacitores (fixos ou chaveados) e do controlador automático nos BCs chaveados. A variável binária associada à alocação de RT do tipo r , no circuito ij , é representada em (142).

No modelo proposto, as variáveis binárias de investimentos q_i^{bc} , q_i^{ch} e $v_{ij,r}$ são variáveis de decisão, e uma operação factível do SD depende dos seus valores. As demais variáveis representam o estado de operação em regime permanente de uma solução factível. Para uma proposta factível de investimento definida através de valores específicos de q_i^{bc} , q_i^{ch} e $v_{ij,r}$, são possíveis vários estados de operação.

As restrições (133)-(135) são não lineares, pois possuem termos quadráticos e/ou produto de duas variáveis. Com o objetivo de poder utilizar ferramentas de otimização de PLIM, é desejável obter expressões lineares para estas restrições.

4.4 LINEARIZAÇÕES

A linearização da equação (133) é apresentada na Seção 3.6 e representada pelas equações (143)-(158).

$$\left(\underline{V}^2 + \frac{1}{2}\overline{\Delta}^V\right)I_{ij,d}^{sqr} + \sum_{s=1}^S P_{j,d,s}^c = \frac{5}{6}\overline{\Delta}_{ij}^S \Delta_{ij,d,1}^P + \sum_{r=2}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,d,r}^P + \frac{5}{6}\overline{\Delta}_{ij}^S \Delta_{ij,d,1}^Q + \sum_{r=2}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,d,r}^Q \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (143)$$

$$\underline{V}^2 + \sum_{s=1}^S x_{j,d,s} \overline{\Delta}^V \leq \tilde{V}_{j,d}^{sqr} \leq \underline{V}^2 + \overline{\Delta}^V + \sum_{s=1}^S x_{j,d,s} \overline{\Delta}^V \quad \forall j \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (144)$$

$$x_{j,d,s} \leq x_{j,d,s-1} \quad \forall j \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d, s = 2 \dots S \quad (145)$$

$$0 \leq \overline{\Delta}^V I_{ij,d}^{sqr} - P_{j,d,s}^c \leq \overline{\Delta}^V \tilde{T}_{ij}^2 (1 - x_{j,d,s}) \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \quad (146)$$

$$0 \leq P_{j,d,s}^c \leq \overline{\Delta}^V \tilde{T}_{ij}^2 x_{j,d,s} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \quad (147)$$

$$P_{ij,d}^+ - P_{ij,d}^- = P_{ij,d} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (148)$$

$$P_{ij,d}^+ + P_{ij,d}^- = \sum_{r=1}^R \Delta_{ij,d,r}^P \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (149)$$

$$Q_{ij,d}^+ - Q_{ij,d}^- = Q_{ij,d} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (150)$$

$$Q_{ij,d}^+ + Q_{ij,d}^- = \sum_{r=1}^R \Delta_{ij,d,r}^Q \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (151)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,d,r}^P \leq \overline{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d, r = 1 \dots R \quad (152)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,d,r}^Q \leq \overline{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d, r = 1 \dots R \quad (153)$$

$$0 \leq P_{ij,d}^+ \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (154)$$

$$0 \leq P_{ij,d}^- \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (155)$$

$$0 \leq Q_{ij,d}^+ \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (156)$$

$$0 \leq Q_{ij,d}^- \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (157)$$

$$x_{j,d,s} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \quad (158)$$

A linearização da equação (134) pode ser obtida de modo análogo ao apresentado na Seção 3.6 e é representada pelas equações (144)-(145), (158) e (159)-(161).

$$V_{j,d}^{sqr} = t_{ij,d}^{sqr} \left(\underline{V}^2 + \frac{1}{2} \overline{\Delta}^V \right) + \sum_{s=1}^S V_{j,d,s}^c \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (159)$$

$$(1 - R\%)^2 \overline{\Delta}^V (1 - x_{j,d,s}) \leq t_{ij,d}^{sqr} \overline{\Delta}^V - V_{j,d,s}^c \leq (1 + R\%)^2 \overline{\Delta}^V (1 - x_{j,d,s}) \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \quad (160)$$

$$(1 - R\%)^2 \overline{\Delta}^V x_{j,d,s} \leq V_{j,d,s}^c \leq (1 + R\%)^2 \overline{\Delta}^V x_{j,d,s} \quad \forall j \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \quad (161)$$

A linearização da equação (135) também pode ser obtida de modo análogo ao apresentado na Seção 3.6 e é representada pelas equações (162)-(167).

$$t_{ij,d}^{sqr} = 1 + 2R\% \frac{nt_{ij,d}}{\overline{nt}} + (R\%)^2 \frac{0,750}{\overline{nt}} \left(nt_{ij,d}^+ + nt_{ij,d}^- \right) \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (162)$$

$$nt_{ij,d}^+ - nt_{ij,d}^- = nt_{ij,d} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (163)$$

$$0 \leq nt_{ij,d}^+ \leq \overline{nt} (1 - b_{ij,d}) \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (164)$$

$$0 \leq nt_{ij,d}^- \leq \overline{nt} b_{ij,d} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (165)$$

$$nt_{ij,d} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (166)$$

$$b_{ij,d} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (167)$$

em que $nt_{ij,d}^+$ e $nt_{ij,d}^-$ são variáveis auxiliares não negativas usadas para obter $|nt_{ij,d}|$ e $b_{ij,d}$ é uma variável binária que define a região de operação dos taps. Se $b_{ij,d} = 0$, então $nt_{ij,d} = nt_{ij,d}^+$, caso contrário, $nt_{ij,d} = -nt_{ij,d}^-$.

4.5 FORMULAÇÃO LIM PARA O PROBLEMA DA ALOCAÇÃO ÓTIMA DE BCs E RTs EM UM SD RADIAL

O problema de alocação ótima de BCs e RTs em um SD radiais pode ser formulado como um problema de PLIM, como segue:

$$\min \kappa_c \sum_{i \in \Omega_N} \left(c^{bc} q_i^{bc} + c^{ch} q_i^{ch} + c^{mod} n_i^{mod} \right) + \kappa_r \sum_{ij \in \Omega_c} \sum_{r \in \Omega_r} (c_r^{rt} v_{ij,r}) + \sum_{d \in \Omega_d} \left(\alpha_d \tau_l c_d^{ls} \sum_{ij \in \Omega_c} R_{ij} I_{ij,d}^{sqr} \right) \quad (168)$$

s.a. (117) – (119), (122) – (123), (126) – (128), (143) – (157), (159) – (165).

$$\sum_{ji \in \Omega_c} P_{ji,d} - \sum_{ij \in \Omega_c} \left(P_{ij,d} + R_{ij} I_{ij,d}^{sqr} \right) + P_{i,d}^S = P_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (169)$$

$$\sum_{ji \in \Omega_c} Q_{ji,d} - \sum_{ij \in \Omega_c} \left(Q_{ij,d} + X_{ij} I_{ij,d}^{sqr} \right) + Q_{i,d}^S + Q^{mod} n_{i,d}^{mod} = Q_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (170)$$

$$V_{i,d}^{sqr} - 2 \left(R_{ij} P_{ij,d} + X_{ij} Q_{ij,d} \right) - Z_{ij}^2 I_{ij,d}^{sqr} - \tilde{V}_{j,d}^{sqr} = 0 \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (171)$$

$$\left| n_{i,d}^{mod} - n_{i,d-1}^{mod} \right| \leq \bar{n}_b^{mod} q_i^{ch} \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d |d > 1 \quad (172)$$

$$n_i^{mod} \text{ inteiro} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (173)$$

$$n_{i,d}^{mod} \text{ inteiro} \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (174)$$

$$n_{ij,d} \text{ inteiro} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (175)$$

$$q_i^{bc} \text{ binário} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (176)$$

$$q_i^{ch} \text{ binário} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (177)$$

$$x_{j,d,s} \text{ binário} \quad \forall j \in \Omega_N, \quad \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \quad (178)$$

$$b_{ij,d} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (179)$$

$$v_{ij,r} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall r \in \Omega_r \quad (180)$$

A função objetivo é representada pela equação (168) e as restrições são representadas pelas equações (117)-(119), (122)-(123), (126)-(128), (143)-(157), (159)-(165) e (169)-(180). As equações (143)-(157) e (178) representam a linearização da equação (133). As equações (144)-(145), (159)-(161) e (178) representam a linearização da equação (134) e as equações (162)-(165), (175) e (179) representam a linearização da equação (135).

4.6 UMA ABORDAGEM MULTIOBJETIVA PARA O PROBLEMA DA ALOCAÇÃO ÓTIMA DE BCs E RTs EM UM SD RADIAL

O problema de alocação ótima de BCs e RTs em um SD radial também pode ser modelado como um problema de otimização multiobjetiva com dois diferentes objetivos: um associado com o custo anual total, descrito por (129), e o outro associado com o máximo desvio da mag-

nitude de tensão, como mostrado no problema (181).

$$\min |\overline{\Delta V}| \quad (181)$$

em que

$$\overline{\Delta V} = 100 \max_{\forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d} \left\{ 1 - \sqrt{V_{i,d}^{sqr} / \overline{V}} \right\}$$

Seja Γ o modelo matemático que representa o problema de alocação ótima de BCs e RTs. Para cada valor da magnitude de tensão mínima \underline{V} fixado, se o problema Γ é factível, uma solução é encontrada. Tomando-se sucessivos valores apropriados para \underline{V} , obtém-se um subconjunto discreto de pontos que pertencem a fronteira de Pareto, como descrito nos seguintes passos:

1. Seja $it = 1$ e defina um valor para a magnitude de tensão mínima \underline{V}_{it} .
2. Resolva o problema Γ para obter a it -ésima solução da fronteira de Pareto. Se o problema é factível, vá ao passo 3, caso contrário, Pare.
3. Faça $it = it + 1$ e $\underline{V}_{it} = \underline{V}_{it-1} + 0,001$ pu e retorne ao passo 2.

O problema abordado nesta seção é um problema de otimização multiobjetivo, portanto, não existe somente uma solução ótima para o problema e sim uma coleção de possíveis soluções eficientes, influenciadas pelos pesos considerados para cada um dos critérios de otimização, cabendo ao operador optar pela execução daquela que mais se adapte às suas preferências e prioridades.

Um problema de otimização multiobjetivo consiste em determinar um vetor de variáveis de decisão que otimiza uma função vetorial, cujos elementos representam os índices de desempenho a serem otimizados. A solução que minimiza um índice provavelmente não minimiza os outros índices, sendo assim, necessário introduzir o conceito de Otimalidade de Pareto. Segundo esse conceito, uma solução viável para um problema de programação multiobjetivo é uma solução de Pareto, se não existir outra solução que irá produzir uma melhora em um objetivo sem causar uma degradação em pelo menos um dos outros objetivos (LIN, 1976).

4.7 TESTES E RESULTADOS

Os sistemas de 70 nós (BARAN; WU, 1989b) e 136 nós (MANTOVANI; CASARI; ROMERO, 2000) foram utilizados para testar a metodologia proposta. Os dados destes sistemas são apresentados nos Apêndices B.2 e B.3, respectivamente. A Tabela 22 mostra os valores de algumas constantes que foram consideradas nos dois sistemas.

Tabela 22 - Valores de algumas constantes

Q^{mod}	300 kVAr	\underline{V}	depende do caso
c^{mod}	US\$ 900,00	\overline{V}	1,0 pu
c^{bc}	US\$ 1000,00	κ_c	1,0
c^{ch}	US\$ 300,00	κ_r	1,0
\overline{n}_b^{mod}	4	τ_l	1,0
\overline{n}^{bc}	4	c_d^{ls}	0,06 US\$/kWh
\overline{n}^{rv}	2	S	4
$R\%$	0,1	R	20
$2\overline{nl}$	32		

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Nota-se que fatores de recuperação de capital κ_c e κ_r foram considerados iguais a 1 (neste problema, esta escolha deve-se ao fato de que os custos de instalação dos BCs e dos RTs foram considerados para um mesmo período, a saber, um ano. Em outras palavras, já foram utilizados, implicitamente, fatores de recuperação de capital para definir os custos de instalação destes equipamentos).

Para os sistemas, os seguintes testes foram considerados:

AC: alocação de BCs

ART: alocação de RTs

ACRT: alocação de BCs e RTs

O objetivo do estudo é minimizar custos do investimento total anual e das perdas de energia. O modelo proposto foi implementado na linguagem de modelagem matemática AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003) e resolvido usando o solver comercial CPLEX (ILOG, 2008) (chamado com suas opções padrões).

4.7.1 Sistema Teste de 70 Nós

O sistema teste de 70 nós é um SD de 12,66 kV, alimentado por uma subestação de 60 MVA. A tensão da subestação foi fixada em 1,0 pu e uma tensão mínima de 0,95 pu. As demandas de potências ativa e reativa são mostradas no Apêndice B.2. O período de análise foi de 8.760 horas (1 ano), sendo que as demandas máxima, média e mínima têm uma duração de 1000, 6760 e 1000 horas, respectivamente. Para o teste, todos os RTs foram considerados idênticos, com uma corrente máxima $\overline{I}_r = 200$ A e um custo c^{rt} igual a US\$ 10000,00.

A Tabela 23 mostra o resumo dos resultados obtidos incluindo o estado inicial (EI). Nota-se que em todos os testes a magnitude mínima de tensão do sistema em todos os níveis de demanda é maior que 0,95 pu, e as perdas de potência ativa em todos os níveis de demanda são menores que no EI. No teste AC, 1 BC fixo e 3 BCs chaveados são alocados; no teste ART, 2 RTs são alocados; e no teste ACRT, 1 BC chaveado e 1 RT são alocados. Nota-se que o custo total do teste ACRT (US\$ 44 958) é menor que os custos totais dos testes AC (US\$ 46 050) e ART (US\$ 63 870), mostrando que a metodologia proposta (instalação conjunta de BCs e RTs) pode ser mais apropriada em um SD.

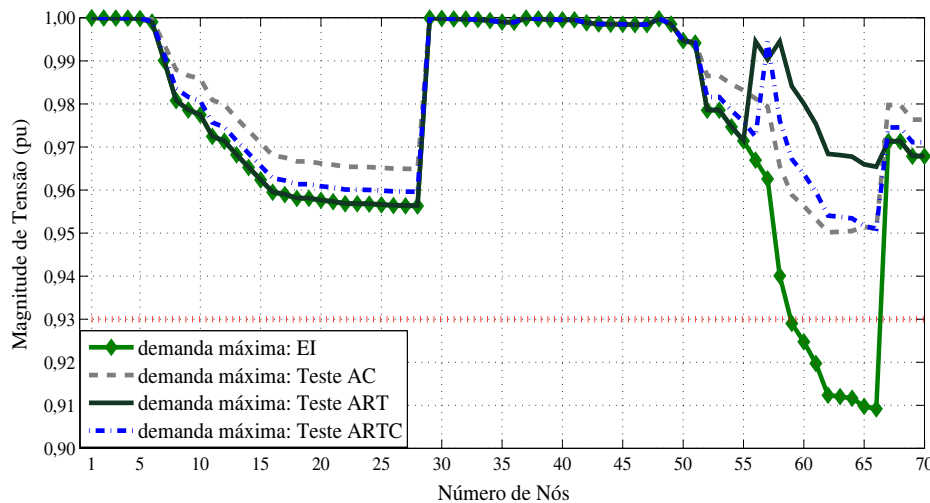
Tabela 23 - Resumo dos resultados do sistema de 70 nós

Teste			EI	AC			ART		ACRT
Custo das perdas (US\$)			45 202	34 350			43 870		30 958
Custo do investimento (US\$)			-	11 700			20 000		14 000
Custo Total			45 202	46 050			63 870		44 958
Capacitores (kVAr)	Nó		-	57	62	65	-		62
	Demanda	max	-	300	1200	1200	-		900
		med	-	300	600	0	-		900
		min	-	300	300	0	-		300
RTs (tap)	Circuito		-	-	-	-	55-56	57-58	56-57
	Demanda	max	-	-	-	-	2	2	2
		med	-	-	-	-	1	1	1
		min	-	-	-	-	0	1	0
Perdas (kW)	Demanda	max	224,79	209,27			213,52		155,50
		med	75,52	51,82			73,94		51,40
		min	18,05	12,93			17,85		13,00
$\underline{V_i}$ (pu)	Demanda	max	0,9092	0,9510			0,9564		0,9510
		med	0,9476	0,9587			0,9744		0,9765
		min	0,9744	0,9807			0,9874		0,9794
Tempo (s)			-	626,22			56,50		5751,59

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

A Figura 42 apresenta o perfil da magnitude de tensão do sistema teste de 70 nós, considerando o sistema no estado inicial e os três testes analisados na Tabela 23. Foi considerado apenas o nível de demanda máxima. Nota-se que para o sistema no EI, apenas o trecho que liga os nós 59 a 66 (ver trecho no diagrama unifilar apresentado na Figura 10) apresenta magnitude

Figura 42 - Perfil da magnitude de tensão do sistema teste de 70 nós: Resultados dos testes apresentados na Tabela 23 - Demanda máxima



Fonte: Elaboração do autor

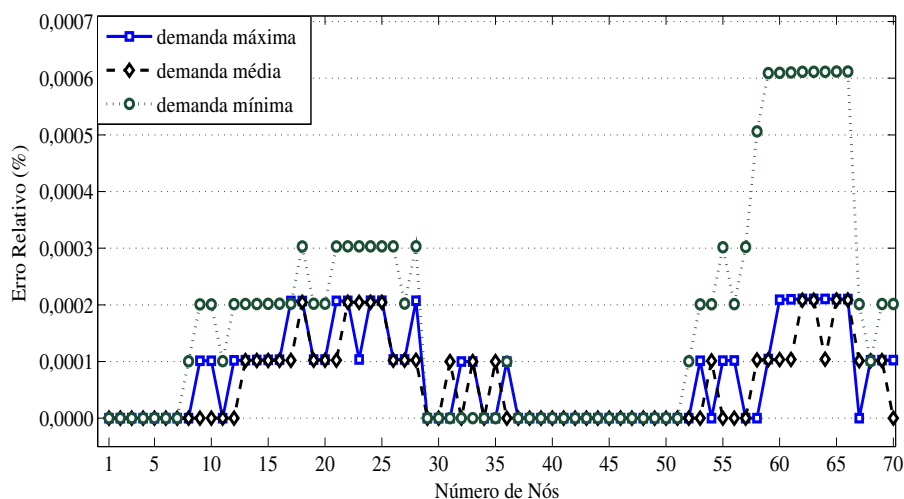
de tensão abaixo de 0,93 pu, violando a magnitude de tensão mínima recomendada pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL). Nos demais testes, este problema é contornado em função da alocação de BCs e/ou RTs. Em particular, exceto no trecho em que ocorre a violação de tensão, o perfil da magnitude de tensão do sistema no EI é idêntico ao Teste ART, em que a instalação de RTs neste trecho elevou consideravelmente a tensão. A instalação de BCs e RTs no sistema, contribui no aumento da magnitude de tensão em trechos diretamente relacionados aos nós em que estes equipamentos foram alocados, conforme é mostrado na Figura 42.

Para avaliar a precisão dos resultados obtidos com a metodologia proposta, um programa de Fluxo de Carga (FC) foi executado, a cada teste analisado. Os erros relativos das magnitudes de tensões nodais são mostrados nas Figuras 43, 44 e 45.

Os erros relativos das magnitudes de tensões, aplicando o teste AC, são praticamente nulos, conforme mostra na Figura 43. Analisando a Figura 44, nota-se que os erros relativos, aplicando o teste ART, são praticamente iguais a zero, exceto nos nós 56 a 66. Os resultados apresentados na Tabela 23 mostram que nos circuitos 55 – 56 e 57 – 58 foram alocados RTs, elevando a magnitude de tensão no trecho que liga os nós 56 a 66, conforme pode ser observado na Figura 10. Assim, os erros relativos obtidos nestes nós devem-se aos erros com a linearização de $t_{ij,d}^{sqr}$ apresentada na Seção 3.6. Análises análogas sobre os erros relativos das magnitudes de tensões nodais determinadas no teste ART podem ser consideradas no teste ACRT, conforme mostra os resultados apresentados na Figura 45.

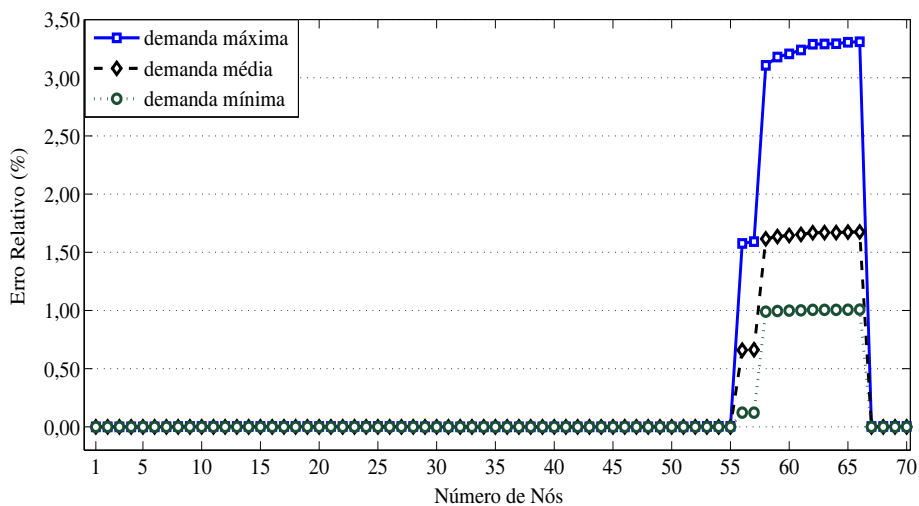
Quanto às perdas anuais de energia, os valores obtidos nos testes AC, ART e ACRT são 572 503,200 kWh, 731 204,400 kWh e 515 964,000 kWh, respectivamente. Os valores ao aplicar um FC são 572 507,567 kWh, 731 182,633 kWh e 515 956,800 kWh, nesta ordem. Assim,

Figura 43 - Erro relativo das magnitudes de tensão - Sistema de 70 nós:
Teste AC x FC



Fonte: Elaboração do autor

Figura 44 - Erro relativo das magnitudes de tensão - Sistema de 70 nós:
Teste ART x FC

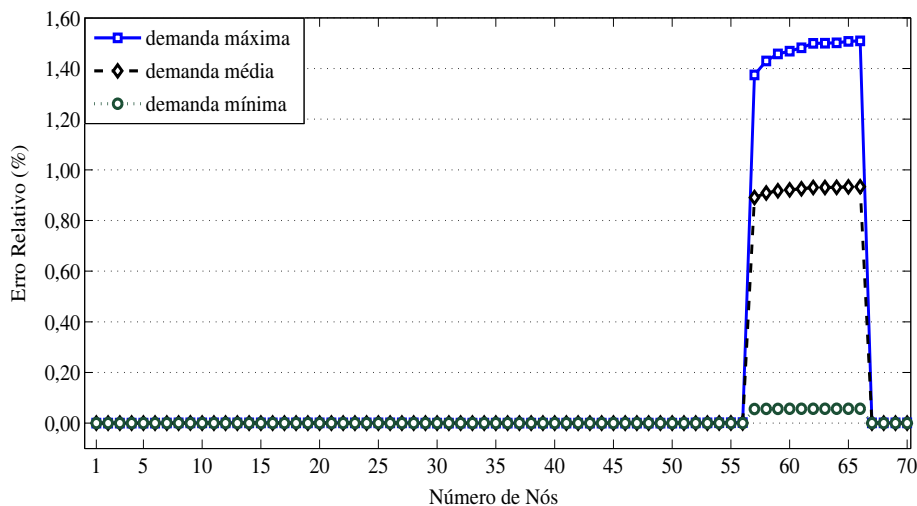


Fonte: Elaboração do autor

os erros relativos das perdas anuais de energia considerando o ponto de operação do modelo linear inteiro misto (LIM) comparado com o ponto de operação do modelo NLIM (equivalente a um FC) são 0,000763%, 0,002977% e 0,001395% considerando os testes AC, ART e ACRT, respectivamente.

As fronteiras de Pareto para os testes AC e ACRT são apresentadas na Figura 46. É importante ressaltar que o tamanho 0,001 do incremento associado a V_{it} , citado no algoritmo, é suficiente para a tomada de decisão da solução escolhida para o problema representado pelo modelo Γ . Para facilitar a leitura, as soluções são ligadas por linhas. Nota-se que usando AC

Figura 45 - Erro relativo das magnitudes de tensão - Sistema de 70 nós:
Teste ACRT x FC



Fonte: Elaboração do autor

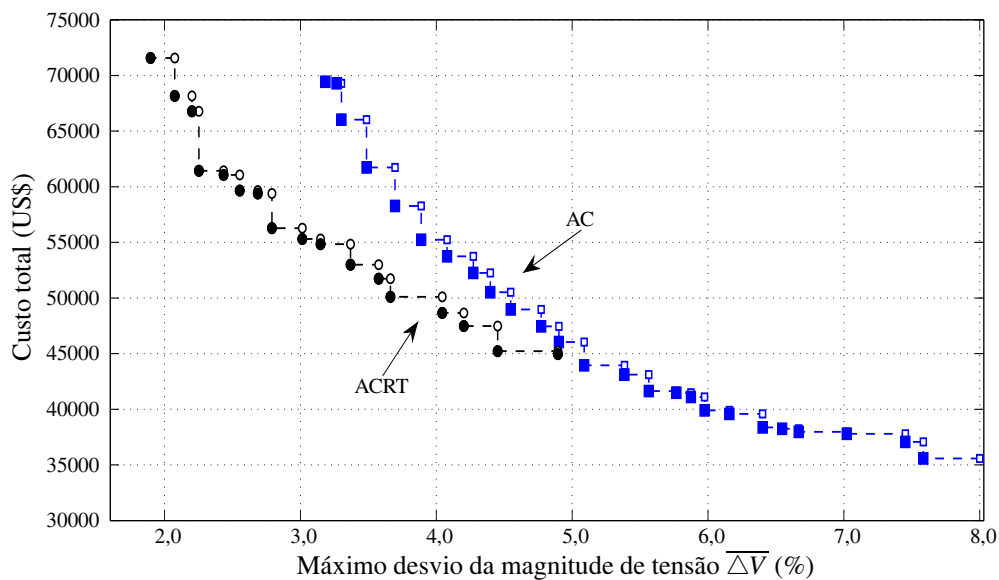
é possível obter um mínimo $\overline{\Delta V}$ de até 3,09% e usando ACRT é possível obter um mínimo $\overline{\Delta V}$ de até 1,95%. No teste ACRT, é necessário apenas alocar BCs se o desvio máximo $\overline{\Delta V}$ permitido for maior ou igual a 5,10%.

Com o objetivo de melhorar o perfil de tensão em um SD, os trabalhos encontrados na literatura especializada, em geral, discutem o problema de alocação de BCs e, uma alternativa secundária é dada através da alocação de RTs. Poucos trabalhos discutem uma proposta de alocar, simultaneamente, os dois tipos de equipamentos. Num problema de otimização multi-objetivo, normalmente os objetivos são conflitantes, e não existe uma única solução que seja ótima simultaneamente para todos os objetivos. Se a magnitude de tensão mínima no sistema deve ser maior ou igual a 0,95 pu, os gráficos da Figura 46 mostram que uma proposta de alocar ambos os equipamentos pode ser mais viável.

4.7.2 Sistema Teste de 136 Nós

O sistema teste de 136 nós é um SD de 13,80 kV. A tensão da subestação foi fixada em 1,0 pu e uma tensão mínima de 0,94 pu. O período de análise foi de 8760 horas (1 ano), sendo considerado apenas um nível de demanda. As demandas de potências ativa e reativa foram consideradas multiplicando a demanda máxima apresentada no Apêndice B.3 pelo fator 1,5. Para o teste, todos os RTs foram considerados idênticos, com uma corrente máxima $\bar{I}_r = 400\text{A}$ e um custo c^{rt} igual a US\$ 20000,00.

Figura 46 - Fronteira de Pareto para o sistema de 70 nós: Testes ACRT e AC



Fonte: Elaboração do autor

Tabela 24 - Resumo dos resultados do sistema de 136 nós

Teste		EI	AC				ART	ACRT			
Custo das perdas (US\$)		586 712	516 701				567 215	516 701			
Custo do investimento (US\$)		-	16 600				40 000	16 600			
Custo Total		586 712	533 301				607 215	533 301			
Capacitores	Nó	-	32	105	106	108	-	32	105	106	108
	kVAr	-	1200	900	1200	900	-	1200	900	1200	900
		-									
RTs	circuito (tap)	-	-	-	-	-	102-104 8	104-105 6	não alocou		
Perdas de Potência (kW)		1116,27	983,07				1079,18	983,07			
Tensão Mínima $\underline{V_i}$ (pu)		0,8637	0,9418				0,9464	0,9418			
Tempo (s)		1,61	740,85				7,87	856,43			

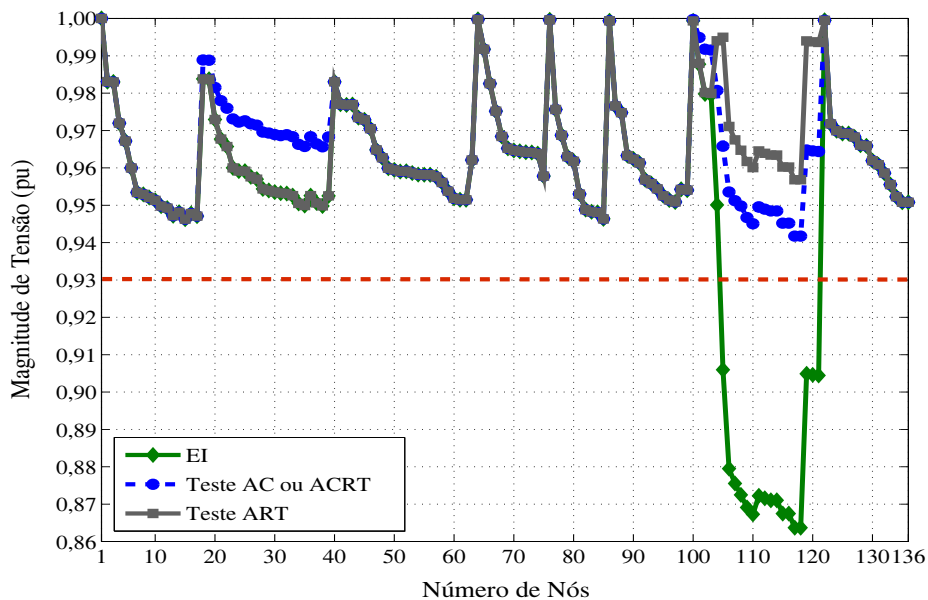
Fonte: Dados da pesquisa do autor.

A Tabela 24 mostra o resumo dos resultados obtidos incluindo o estado inicial (EI). Nota-se que em todos os testes a magnitude mínima de tensão do sistema é maior que 0,94 pu, e as perdas de potência ativa em todos os níveis de demanda são menores que no EI. Os testes AC

e ACRT apresentam a mesma solução, com um custo total igual a US\$ 533 301, inferior em relação ao custo total apresentado no teste ART, a saber, US\$ 607 215.

A Figura 47 apresenta o perfil da magnitude de tensão do sistema teste de 136 nós, considerando o sistema no estado inicial e os três testes analisados na Tabela 24. Nota-se que considerando o sistema no EI, alguns nós apresentam magnitude de tensão abaixo de 0,93 pu. O conjunto destes nós forma uma parte do sistema, conforme pode ser verificado na Figura 12. Nos demais testes, este problema é contornado em função da alocação de BCs ou RTs. Os testes AC e ACRT apresentam mesma solução, alocando apenas BCs nos nós 32, 105, 106 e 108. A instalação de um BC no nó 32 elevou a magnitude de tensão na parte, do sistema, constituída pelos nós 18 a 32, contribuindo assim para diminuir as perdas de energia. A instalação dos outros BCs deve-se principalmente para corrigir a magnitude de tensão que se encontrava abaixo de 0,93 pu. Analisando o Teste ART, nota-se que a instalação dos dois RTs foi suficiente para corrigir a magnitude de tensão nos nós em que esta apresentava-se abaixo de 0,93 pu.

Figura 47 - Perfil da magnitude de tensão do sistema teste de 136 nós: Resultados dos testes apresentados na Tabela 24



Fonte: Elaboração do autor

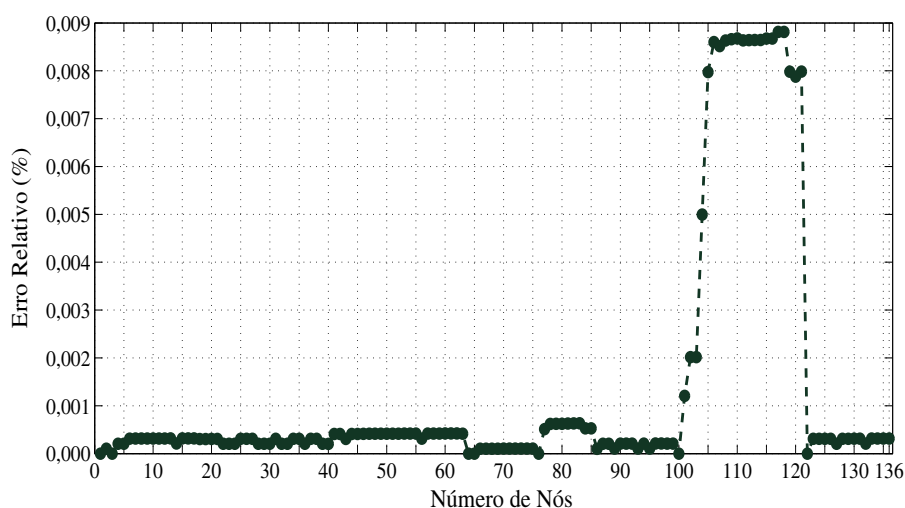
Para avaliar a precisão dos resultados obtidos com a metodologia proposta, um programa de FC foi executado, a cada teste analisado. Os erros relativos das magnitudes de tensões nodais são mostrados nas Figuras 48 e 49.

Os erros relativos das magnitudes de tensões, aplicando o teste AC, são inferiores a 0,009%, conforme mostrado na Figura 48. Analisando a Figura 49, nota-se que os erros relativos, aplicando o teste ART, são praticamente iguais a zero, exceto na parte do sistema composto pelos

nós 104 a 121, cujas magnitudes de tensão foram elevadas com a presença de RTs.

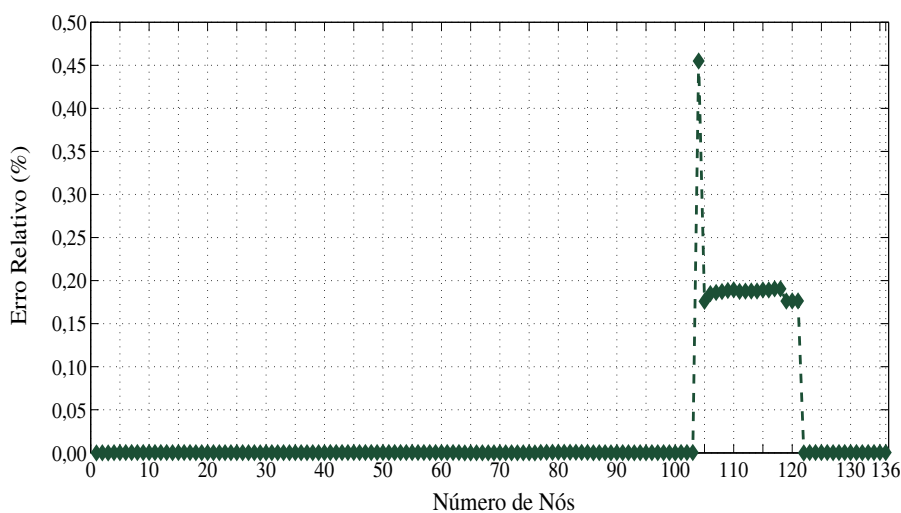
Quanto às perdas anuais de energia, os valores obtidos nos testes AC, ART e ACRT são 8 611 693,200 kWh, 9 453 581,760 kWh e 8 611 693,200 kWh, respectivamente. Os valores ao aplicar um FC são 8 633 720,003 kWh, 9 447 388,440 kWh e 8 633 720,003 kWh, nesta ordem. Assim, os erros relativos das perdas anuais de energia considerando o ponto de operação do modelo LIM comparado com o ponto de operação do modelo NLIM (equivalente a um FC) são 0,255%, 0,066% e 0,255% considerando os testes AC, ART e ACRT, respectivamente.

Figura 48 - Erro relativo das magnitudes de tensão - Sistema de 136 nós: Testes AC ou ACRT x FC



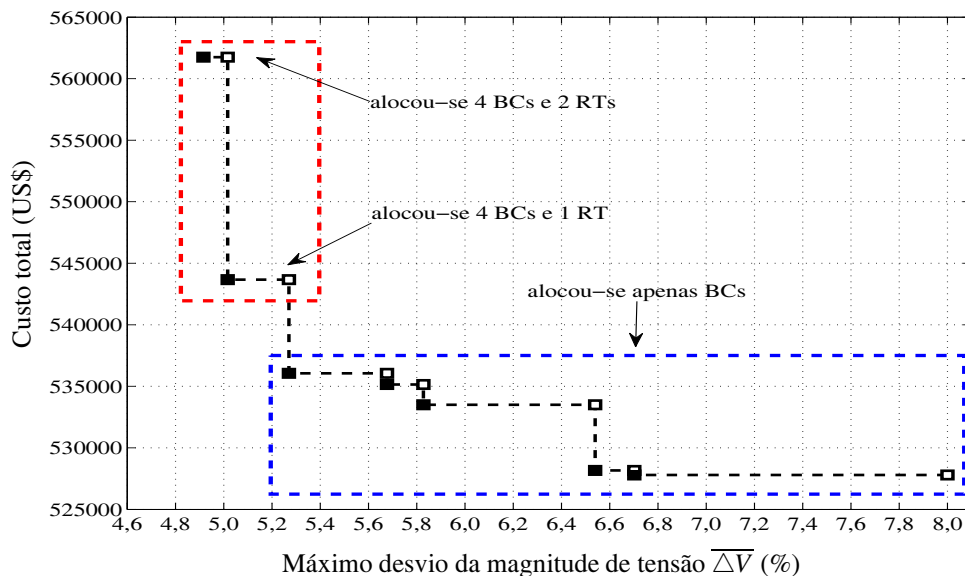
Fonte: Elaboração do autor

Figura 49 - Erro relativo das magnitudes de tensão - Sistema de 136 nós: Teste ART x FC



Fonte: Elaboração do autor

Figura 50 - Fronteira de Pareto para o sistema de 136 nós: Teste ACRT



Fonte: Elaboração do autor

Em particular, exceto no trecho em que ocorre a violação de tensão, o perfil da magnitude de tensão do sistema no EI é idêntico ao Teste ART, em que a instalação de RTs neste trecho elevou consideravelmente a tensão. A instalação de BCs e RTs no sistema, contribui no aumento da magnitude de tensão em trechos diretamente relacionados aos nós em que estes equipamentos foram alocados, conforme é mostrado na Figura 47.

A fronteira de Pareto para o teste ACRT é mostrada na Figura 50. Nota-se que a fronteira de Pareto para o teste AC é obtida considerando parte da fronteira de Pareto do teste ACRT, conforme destacado pelas linhas tracejadas em azul. No teste AC é possível obter um mínimo $\overline{\Delta V}$ de até 5,27% e usando ACRT é possível obter um mínimo $\overline{\Delta V}$ de até 4,92%. No teste ACRT, é necessário apenas alocar BCs se o desvio máximo $\overline{\Delta V}$ permitido for maior ou igual a 5,27%.

A Figura 50 mostra que para qualquer que seja o valor do máximo desvio de tensão, não é possível obter duas soluções (uma alocando apenas BCs e outra alocando, simultaneamente, BCs e RTs). Por exemplo, para que se obtenha um desvio máximo de 5,0%, é necessário alocar BCs e RTs. Pode-se concluir desse teste que uma ação conjunta de alocar BCs e RTs no SD, pode ser necessária dependendo do máximo desvio da magnitude de tensão desejada.

4.8 CARACTERÍSTICAS COMPUTACIONAIS DO PROBLEMA DA ALOCAÇÃO ÓTIMA DE BCs E RTs EM UM SD RADIAL

A Tabela 25 apresenta as características computacionais do problema da alocação ótima de BCs e RTs em um SD radial (modelos NLIM e LIM), considerando o número de variáveis dis-

cretas (binárias e inteiras), o número de variáveis contínuas, o número de restrições (igualdade e desigualdade) e a ordem de complexidade de cada característica.

Tabela 25 - Características computacionais do problema de alocação ótima de BCs e RTs em um SD radial

Modelo de PNLIM	Quantidade	Ordem de Complexidade
variáveis binárias	$(\Omega_r + 2) \Omega_c + 2$	$ \Omega_c $
variáveis inteiras	$2 \Omega_c \Omega_d + \Omega_c + \Omega_d + 1$	$ \Omega_c \Omega_d $
variáveis contínuas	$8 \Omega_c \Omega_d + 4 \Omega_d $	$ \Omega_c \Omega_d $
restrições de igualdade	$6 \Omega_c \Omega_d + 2 \Omega_d $	$ \Omega_c \Omega_d $
restrições de desigualdade	$5 \Omega_c \Omega_d + 3 \Omega_d + \Omega_c + 2$	$ \Omega_c \Omega_d $
Modelo de PLIM	Quantidade	Ordem de Complexidade
variáveis binárias	$(S + 1) \Omega_c \Omega_d + S \Omega_d + (\Omega_r + 2) \Omega_c + 2$	$ \Omega_c \Omega_d $
variáveis inteiras	$2 \Omega_c \Omega_d + \Omega_c + \Omega_d + 1$	$ \Omega_c \Omega_d $
variáveis contínuas	$(2S + 2R) \Omega_c \Omega_d + 11 \Omega_c \Omega_d + (R + 4) \Omega_d $	$ \Omega_c \Omega_d $
restrições de igualdade	$11 \Omega_c \Omega_d + 2 \Omega_d $	$ \Omega_c \Omega_d $
restrições de desigualdade	$(5S + 2R) \Omega_c \Omega_d + 7 \Omega_c \Omega_d + (2S + 3) \Omega_d $	$ \Omega_c \Omega_d $
	$ \Omega_c + 4$	$ \Omega_c \Omega_d $

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Da Tabela 25, nota-se que houve um aumento no número de variáveis binárias, contínuas e no número de restrições de igualdade e desigualdade.

4.9 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Foi apresentado um modelo matemático NLIM da operação em regime permanente da alocação ótima de BCs e RTs em um SD radial, em que a função objetivo é minimizar custos do investimento total anual e das perdas de energia. O problema foi modelado como um problema de PLIM equivalente, implementado na linguagem de modelagem matemática AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003) e resolvido usando o solver comercial CPLEX (ILOG, 2008). O uso de um modelo de PLIM convexa garante a convergência para a solução ótima usando ferramentas de otimização clássica existentes.

A fim de validar a metodologia proposta, foram utilizados um sistema teste de 70 nós (BARAN; WU, 1989b) e um sistema de 136 nós (MANTOVANI; CASARI; ROMERO, 2000), cujos

dados são apresentados nos Apêndices B.2 e B.3, respectivamente. Os resultados encontrados apresentam boa precisão em comparação com o FC.

Considerando o sistema de 70 nós, os resultados dos testes propostos, apresentados na Tabela 23, mostram que todos os testes apresentaram redução nas perdas de energia. Para os três testes, foi considerado a mínima magnitude de tensão igual a 0,95 pu. Assim, as violações das magnitudes de tensões foram eliminadas, e o menor custo foi obtido no Teste ACRT. Em se tratando do sistema de 136 nós, a Tabela 24 mostra que os testes apresentaram redução nas perdas de energia. Em particular, os testes AC e ACRT apresentaram mesma solução. Para os três testes, foi considerado a mínima magnitude de tensão igual a 0,94 pu.

Uma heurística foi aplicada a fim de obter um conjunto de soluções não dominantes de acordo com os custos de investimento totais e o máximo desvio na magnitude de tensão. O estudo de alocação de BCs e RTs, mostrou que, dependendo do máximo desvio de tensão desejado, uma ação conjunta destes equipamentos pode ser mais interessante para a concessionária, quando comparada à alocação de BCs ou RTs, separadamente. Isto vai depender das características do sistema analisado.

5 PLANEJAMENTO A CURTO PRAZO DA EXPANSÃO DOS SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA RADIAIS

Neste capítulo apresenta-se um modelo matemático de PNLIM para o problema de planejamento a curto prazo da expansão (PCPE) dos sistemas de distribuição de energia elétrica (SD) radiais. O problema será modelado como um problema de programação linear inteira mista (PLIM) equivalente. As variáveis inteiras de decisão representam o recondutoramento de circuitos existentes, a construção de novos circuitos, a alocação de bancos de capacitores (BCs) (localização, número de módulos de capacitores instalados em um nó e número de módulos de capacitores operando em um nó) e a alocação de RTs (localização). O objetivo é minimizar os custos anuais do sistema correspondentes aos investimentos e as perdas de energia.

5.1 INTRODUÇÃO

Ao longo dos anos, pesquisadores de todo o mundo têm contribuído significativamente para a otimização do problema de planejamento da distribuição com vários modelos matemáticos e estratégias de solução (GANGULY; SAHOO; DAS, 2013).

O desenvolvimento de modelos matemáticos de otimização e técnicas de solução para o problema do planejamento da expansão dos SD é de grande importância para as empresas distribuidoras devido ao crescimento da demanda de energia elétrica e a necessidade de atender os consumidores com qualidade de fornecimento de energia, altos índices de confiabilidade e custos competitivos. Assim, altos custos de investimentos e de operação, somados ao fato que o SD é o que se conecta diretamente com os consumidores, ressaltam a importância do planejamento da expansão destes sistemas. Ferramentas computacionais desenvolvidas a partir de técnicas de otimização e heurísticas adotadas no processo de planejamento, podem acarretar ganhos substanciais nos custos de expansão e operação. Desta forma, torna-se importante para os departamentos de planejamento das empresas do setor elétrico de distribuição o desenvolvimento destas ferramentas computacionais para análise e planejamento que contemplem a confiabilidade e a qualidade do fornecimento de energia elétrica de maneira econômica, levando-se em consideração o montante dos investimentos a serem aplicados nos projetos de planejamento dos SD (COSSI, 2008).

Os SD devem ser adequadamente planejados para permitir uma operação eficiente e confiável (LAVORATO; RIDER; ROMERO, 2012). O principal objetivo de um SD é prover um serviço confiável e de baixo custo para os consumidores enquanto assegura que a qualidade da energia encontra-se dentro dos critérios estabelecidos pela ANEEL. Para que este objetivo

seja atingido, deve-se planejar adequadamente o SD e, assim, avaliar vários aspectos: custo de instalação de novos equipamentos, qualidade de serviço, confiabilidade do SD e minimização das perdas (GÖNEM, 1986).

Gönem (1986, citado por LAVORATO, 2010) afirma que o problema de planejamento nos SD pode ser genericamente estabelecido da seguinte forma: seja um SD atendendo um número fixo de consumidores (nós de consumo). O crescimento da demanda impõe a necessidade da expansão do sistema: construção de novos circuitos e/ou troca das linhas existentes por outras de maior capacidade, construção de subestações e ampliação das existentes, assim como a instalação de BCs e RTs. Minimizar os custos relacionados com estes investimentos e com a operação do sistema, satisfazendo um conjunto de restrições operacionais, físicas e financeiras constituem o problema de planejamento.

O planejamento da distribuição tem sido resolvido através de distintas técnicas de solução, como algoritmos heurísticos, técnicas de otimização clássicas como programação linear e inteira e nos últimos anos foram usadas também metaheurísticas. Estas técnicas de solução mostram diferentes desempenhos segundo a natureza do modelo e a dimensão do sistema a resolver (FRANCO, 2012). Em particular, um modelo de planejamento de expansão de distribuição através da PLIM é proposto por Aoki et al. (1990).

Na literatura especializada, o problema de PCPE dos SD radiais é modelado como um problema de PNLIM e a formulação inclui variáveis de decisão, inteiras e contínuas. Diversas abordagens têm sido usadas para resolver este tipo de problema. Neste trabalho será aplicado um modelo matemático de PLIM para encontrar, a partir de um conjunto de condutores, capacitores e RTs, a melhor seleção destes equipamentos disponíveis, suas localizações e ajustes, para que o SD opere a um mínimo custo, satisfazendo as restrições de operação. Linearizações são feitas para representar adequadamente a operação em regime permanente do SD radial.

No planejamento do SD, o problema de seleção de tamanho de condutores realiza, a partir de um conjunto disponível, a seleção do tamanho do condutor em cada circuito do SD, minimizando o custo de investimento e as perdas de energia sujeitos às restrições de operação em regime permanente. Diversos parâmetros são levados em conta para modelar este problema: vida do condutor, taxa de desconto, custos de instalação do condutor e o tipo de circuito (aéreo ou subterrâneo) (ANDERS et al., 1993). Vários trabalhos têm considerado a seleção de condutores, dentre eles, Ponnavaikko e Rao (1982), Tram e Wall (1988), Anders et al. (1993), Mandal e Pahwa (2002), Mendoza et al. (2006) e Franco, Romero e Gallego (2010).

O problema de recondutoramento é considerado parte do problema de planejamento do SD e tem como objetivo alterar os condutores dos circuitos existentes para outros tipos de condutores. As principais razões para que num determinado sistema seja aplicado o recondutoramento são: 1) quando ocorrem excessivas perdas de energia no SD existente, 2) quando a máxima capacidade de corrente em circuitos existentes é violada, 3) quando as magnitudes de tensão no

sistema violam o limite mínimo permitido (LEE, 1997). Entretanto, dois componentes compõem o custo na instalação de um novo condutor: custo de investimento inicial e custo das perdas de energia durante sua vida útil. Se a instalação de um condutor com maior capacidade de corrente aumenta o custo de investimento, por outro lado, diminui as perdas de energia. Sendo assim, a escolha de um mínimo de seção transversal resulta em um mínimo custo de investimento, em contrapartida, os custos das perdas de energia durante a vida do condutor pode ser bastante substancial (ANDERS et al., 1993).

O modelo proposto foi testado nos SD de 54 nós (MIRANDA; RANITO; PROENÇA, 1994) e 201 nós (RAMÍREZ-ROSADO; BERNAL-AUGUSTÍN, 1998), implementado na linguagem de modelagem matemática AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003) e resolvido usando o solver comercial CPLEX (ILOG, 2008).

5.2 HIPÓTESES

No problema proposto consideram-se as seguintes situações: a) construções de novos circuitos; b) recondutoramento dos circuitos existentes; c) alocação de BCs e d) alocação de RTs. Outras considerações podem ser adicionadas neste tipo de problema, tais como, construção de novas subestações e repotenciação das subestações existentes. As seguintes hipóteses são consideradas:

1. Cada tipo de condutor tem as seguintes características: i) resistência por unidade de comprimento; ii) reatância por unidade de comprimento; iii) máxima capacidade de magnitude de corrente; iv) custo de construção, por quilômetro;
2. Todos os RTs possuem o mesmo percentual de variação de tensão, associado ao tap, e o mesmo número máximo de passos;
3. Os módulos de capacitores são idênticos e podem ser agrupados em bancos e sendo possível a instalação de controladores automáticos que possibilitem o chaveamento dos módulos.

5.2.1 Modelagem dos Bancos de Capacitores

Neste capítulo cada módulo de capacitores possui a mesma capacidade Q^{mod} e tem um custo c^{mod} . Também, cada BC tem um custo fixo de instalação c^{bc} . Em particular, os BCs chaveados têm um custo adicional c^{ch} devido ao controlador automático.

Se $n_{i,d}^{mod}$ representa o número de módulos de capacitores operando no nó i , no nível de demanda d , então n_i^{mod} , o número de módulos de capacitores alocados no nó i , é definido

usando (182).

$$0 \leq n_{i,d}^{mod} \leq n_i^{mod} \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (182)$$

Denota-se por \bar{n}_b^{mod} o número máximo de módulos de capacitores que podem ser instalados em um nó do sistema. Assim, (183) deve ser satisfeita.

$$n_i^{mod} \leq \bar{n}_b^{mod} q_i^{bc} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (183)$$

em que q_i^{bc} é uma variável binária associada à alocação de um BC no nó i .

A fim de definir se o BC alocado no nó i é chaveado ou fixo, deve-se considerar no modelo a equação (184).

$$\left| n_{i,d}^{mod} - n_{i,d-1}^{mod} \right| \leq \bar{n}_b^{mod} q_i^{ch} \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d | d > 1 \quad (184)$$

Nota-se que a variável binária q_i^{ch} define o tipo de BC alocado no nó i . Se $q_i^{ch} = 1$, ele é chaveado, caso contrário, é fixo.

Seja \bar{n}^{bc} o número máximo de BCs que podem ser alocados no sistema. Portanto, o modelo deve conter a equação (185).

$$\sum_{i \in \Omega_N} q_i^{bc} \leq \bar{n}^{bc} \quad (185)$$

5.2.2 Modelagem dos Reguladores de Tensão

Assume-se que cada RT tem uma porcentagem máxima de variação de tensão igual a $R\%$ e um custo de instalação, ou custo fixo, c^{rt} .

Considerando-se o tap do RT contínuo e que em um circuito aloca-se no máximo um RT, o modelo matemático pode ser representado por (186)-(187).

$$(1 - R\%)^2 \tilde{V}_{j,d}^{sqr} \leq V_{j,d}^{sqr} \leq (1 + R\%)^2 \tilde{V}_{j,d}^{sqr} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (186)$$

$$\left| V_{j,d}^{sqr} - \tilde{V}_{j,d}^{sqr} \right| \leq \left(\bar{V}^2 - \underline{V}^2 \right) v_{ij} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (187)$$

em que a variável binária v_{ij} associa-se à alocação de um RT no circuito ij . Se $v_{ij} = 0$, segue que $\tilde{V}_{j,d}^{sqr} = V_{j,d}^{sqr}$.

Se \bar{n}^{rt} define o número máximo de RTs que podem ser instalados no sistema, então (188) deve ser adicionada no modelo.

$$\sum_{ij \in \Omega_c} v_{ij} \leq \bar{n}^{rt} \quad (188)$$

A escolha de considerar o tap contínuo e desprezar o modelo matemático dos RTs, conforme capítulos anteriores, deve-se às seguintes observações:

- Complexidade do modelo proposto;
- O problema não é um problema de operação, logo não é necessário uma formulação tão exata;
- A posição de alocação dos RTs é importante;
- Os erros são pequenos comparados com os erros estimados para demandas futuras.

5.3 FORMULAÇÃO NLIM PARA O PROBLEMA DE PCPE DOS SD RADIAIS

O problema de PCPE dos SD radiais pode ser modelado como um problema de PNLIM, como segue:

$$\min \kappa_a \sum_{ij \in \Omega_c} \sum_{a \in \Omega_a} c_{lij,a} l_{ij} y_{ij,a} + \kappa_c \sum_{i \in \Omega_N} \left(c^{bc} q_i^{bc} + c^{sw} q_i^{sw} + c^{mod} n_i^{mod} \right) + \kappa_r \sum_{ij \in \Omega_c} \left(c^{rt} v_{ij} \right) + \sum_{d \in \Omega_d} \alpha_d \tau_l c_d^{ls} \sum_{ij \in \Omega_c} \sum_{a \in \Omega_a} R_{alij} I_{ij,a,d}^{sqr} \quad (189)$$

s.a. (182) – (188)

$$\sum_{ki \in \Omega_c} \sum_{a \in \Omega_a} P_{ki,a,d} - \sum_{ij \in \Omega_c} \sum_{a \in \Omega_a} \left(P_{ij,a,d} + R_{alij} I_{ij,a,d}^{sqr} \right) + P_{i,d}^S = P_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (190)$$

$$\sum_{ki \in \Omega_c} \sum_{a \in \Omega_a} Q_{ki,a,d} - \sum_{ij \in \Omega_c} \sum_{a \in \Omega_a} \left(Q_{ij,a,d} + X_{alij} I_{ij,a,d}^{sqr} \right) + Q_{i,d}^S + Q^{mod} n_{i,d}^{mod} = Q_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (191)$$

$$V_{i,d}^{sqr} - 2 \sum_{a \in \Omega_a} \left(R_{alij} P_{ij,a,d} + X_{alij} Q_{ij,a,d} \right) - \sum_{a \in \Omega_a} Z_a^2 l_{ij}^2 I_{ij,a,d}^{sqr} - \tilde{V}_{j,d}^{sqr} = 0 \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (192)$$

$$\tilde{V}_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{sqr} = P_{ij,d}'^2 + Q_{ij,d}'^2 \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (193)$$

$$\underline{V}^2 \leq V_{i,d}^{sqr} \leq \bar{V}^2 \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (194)$$

$$0 \leq I_{ij,a,d}^{sqr} \leq \bar{I}_a^2 y_{ij,a} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall a \in \Omega_a, \forall d \in \Omega_d \quad (195)$$

$$|P_{ij,a,d}| \leq \bar{V} \bar{I}_a y_{ij,a} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall a \in \Omega_a, \forall d \in \Omega_d \quad (196)$$

$$|Q_{ij,a,d}| \leq \bar{V} \bar{I}_a y_{ij,a} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall a \in \Omega_a, \forall d \in \Omega_d \quad (197)$$

$$\sum_{a \in \Omega_a} y_{ij,a} = 1 \quad \forall ij \in \Omega_c \quad (198)$$

$$I_{ij,d}^{sqr} = \sum_{a \in \Omega_a} I_{ij,a,d}^{sqr} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (199)$$

$$P_{ij,d}' = \sum_{a \in \Omega_a} P_{ij,a,d} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (200)$$

$$Q'_{ij,d} = \sum_{a \in \Omega_a} Q_{ij,a,d} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (201)$$

$$n_{i,d}^{mod} \text{ inteiro} \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (202)$$

$$y_{ij,a} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall a \in \Omega_a \quad (203)$$

$$q_i^{bc} \text{ binário} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (204)$$

$$q_i^{ch} \text{ binário} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (205)$$

$$v_{ij} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_c \quad (206)$$

em que $I'^{sqr}_{ij,d}$ é definida na equação (199). A função objetivo (189) representa os custos do investimento total anual e das perdas de energia. A primeira parte representa o custo de investimentos de construção e recondutoramento dos circuitos, a segunda representa o custo de investimentos na alocação de capacitores, a terceira representa o custo de investimentos na alocação de RTs e a quarta representa o custo anual das perdas de energia. A equação (190) representa o balanço de potência ativa. A equação (191) representa o balanço de potência reativa, considerando a presença de capacitores. As equações (192) e (193) representam a queda de tensão e o cálculo da magnitude de corrente, respectivamente. A restrição (194) representa as restrições do quadrado da magnitude de tensão nos nós, enquanto que (195) representa os limites do quadrado da magnitude de corrente nos circuitos. As restrições (196) e (197) representam, respectivamente, os limites do fluxo de potências ativa e reativa nos circuitos. A equação (198) garante que cada circuito é construído usando somente um tipo de condutor. As equações (199), (200) e (201) definem as variáveis $I'^{sqr}_{ij,d}$, $P'_{ij,d}$ e $Q'_{ij,d}$, respectivamente. A natureza inteira de $n_{i,d}^{mod}$ e a binária de $y_{ij,a}$, q_i^{bc} , q_i^{ch} , v_{ij} é representada em (202), (203)-(206), respectivamente. As equações (182)-(185) representam o modelo matemático dos BCs e (186)-(188) representam o modelo matemático dos RTs. No problema (182)-(206) as variáveis binárias de investimentos $y_{ij,a}$, q_i^{bc} , q_i^{ch} e v_{ij} são variáveis de decisão, e uma operação factível do SD depende dos seus valores. As demais variáveis representam o estado de operação em regime permanente de uma solução factível. Para uma proposta factível de investimento definida através de valores específicos de $y_{ij,a}$, q_i^{bc} , q_i^{ch} e v_{ij} , são possíveis vários estados de operação.

Nota-se que no modelo definido pelas equações (182)-(206), apenas a equação (193) é não linear. A próxima seção apresenta uma linearização para esta equação.

5.4 LINEARIZAÇÕES

Nesta seção será apresentado de forma rápida a linearização da equação (193). Uma discussão mais minuciosa é apresentada na Seção 2.3. Na linearização do membro esquerdo da equação (193), discretiza-se $\tilde{V}_{j,d}^{sqr}$ usando as variáveis binárias $x_{j,d,s} \forall s = 1 \dots S$, em que $x_{j,d,s} = 1$ se, e somente se, $\tilde{V}_{j,d}^{sqr}$ é maior que $\underline{V}^2 + s\overline{\Delta}^V$, como ilustrado na Figura 2. Esta condição é modelada nas equações (207)-(209) mostrando como as variáveis $x_{j,d,s}$ são calculadas.

$$\underline{V}^2 + \sum_{s=1}^S x_{j,d,s} \overline{\Delta}^V \leq \tilde{V}_{j,d}^{sqr} \leq \underline{V}^2 + \overline{\Delta}^V + \sum_{s=1}^S x_{j,d,s} \overline{\Delta}^V \quad \forall j \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (207)$$

$$x_{j,d,s} \leq x_{j,d,s-1} \quad \forall j \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d, s = 2 \dots S \quad (208)$$

$$x_{j,d,s} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \quad (209)$$

A partir da discretização de $\tilde{V}_{j,d}^{sqr}$, definida nas equações (207)-(209), determina-se produto $\tilde{V}_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{tsqr}$ usando as equações (210)-(212).

$$\tilde{V}_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{tsqr} = \left(\underline{V}^2 + \frac{1}{2} \overline{\Delta}^V \right) I_{ij,d}^{tsqr} + \sum_{s=1}^S P_{j,d,s}^c \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (210)$$

$$0 \leq \overline{\Delta}^V I_{ij,d}^{tsqr} - P_{j,d,s}^c \leq \overline{\Delta}^V \bar{I}^2 (1 - x_{j,d,s}) \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \quad (211)$$

$$0 \leq P_{j,d,s}^c \leq \overline{\Delta}^V \bar{I}^2 x_{j,d,s} \quad \forall j \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \quad (212)$$

em que

$$\bar{I} = \max \{ \bar{I}_a; a \in \Omega_a \}$$

A equação (210) é a aproximação linear do produto $\tilde{V}_{j,d}^{sqr} I_{ij,d}^{tsqr}$ e as equações (208), (209), (211) e (212) definem os valores de $P_{j,d,s}^c$. Se $x_{j,d,s} = 0$, então $P_{j,d,s}^c = 0$, caso contrário, $P_{j,d,s}^c = \overline{\Delta}^V I_{ij,d}^{tsqr}$. Em ambos os casos, tem-se $0 \leq I_{ij,d}^{tsqr} \leq \bar{I}^2$.

Uma linearização do membro direito da equação (193) pode ser obtida de modo análogo ao apresentado em (GONÇALVES; ALVES; RIDER, 2012), conforme mostrada nas equações (213)-(223).

$$P_{ij,d}'^2 + Q_{ij,d}'^2 = \frac{5}{6} \overline{\Delta}_{ij}^S \Delta_{ij,d,1}^P + \sum_{r=2}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,d,r}^P + \frac{5}{6} \overline{\Delta}_{ij}^S \Delta_{ij,d,1}^Q + \sum_{r=2}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,d,r}^Q \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (213)$$

$$P_{ij,d}^+ - P_{ij,d}^- = P_{ij,d}' \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (214)$$

$$P_{ij,d}^+ + P_{ij,d}^- = \sum_{r=1}^R \Delta_{ij,d,r}^P \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (215)$$

$$Q_{ij,d}^+ - Q_{ij,d}^- = Q_{ij,d}' \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (216)$$

$$Q_{ij,d}^+ + Q_{ij,d}^- = \sum_{r=1}^R \Delta_{ij,d,r}^Q \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (217)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,d,r}^P \leq \overline{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d, r = 1 \dots R \quad (218)$$

$$0 \leq \Delta_{ij,d,r}^Q \leq \overline{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d, r = 1 \dots R \quad (219)$$

$$0 \leq P_{ij,d}^+ \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (220)$$

$$0 \leq P_{ij,d}^- \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (221)$$

$$0 \leq Q_{ij,d}^+ \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (222)$$

$$0 \leq Q_{ij,d}^- \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (223)$$

em que

$$\overline{\Delta}_{ij}^S = \frac{\overline{VI}}{R} \quad \forall ij \in \Omega_c$$

$$m_{ij,r}^S = (2r-1) \overline{\Delta}_{ij}^S \quad \forall ij \in \Omega_c, r = 2 \dots R$$

são parâmetros constantes; As expressões representadas por $\frac{5}{6} \overline{\Delta}_{ij}^S \Delta_{ij,d,1}^P + \sum_{r=2}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,d,r}^P$ e $\frac{5}{6} \overline{\Delta}_{ij}^S \Delta_{ij,d,1}^Q + \sum_{r=2}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,d,r}^Q$ são aproximações lineares de $P_{ij,d}'^2$ e $Q_{ij,d}'^2$, respectivamente. $P_{ij,d}^+$ e $P_{ij,d}^-$ são variáveis auxiliares não negativas usadas para obter $|P_{ij,d}'|$, como mostrado em (215); $Q_{ij,d}^+$ e $Q_{ij,d}^-$ são variáveis auxiliares não negativas usadas para obter $|Q_{ij,d}'|$, como mostrado em (217). As equações (215) e (217) afirmam que $|P_{ij,d}|$ e $|Q_{ij,d}|$ são iguais a soma do valor de cada bloco da linearização, respectivamente. As equações (218) e (219) definem, respectivamente, os limites da contribuição de cada bloco de $P_{ij,d}'^2$ e $Q_{ij,d}'^2$.

5.5 FORMULAÇÃO LIM PARA O PROBLEMA DE PCPE DOS SD RADIAIS

O problema de PCPE dos SD radiais pode ser modelado como um problema de PLIM como segue:

$$\begin{aligned} \min \kappa_a \sum_{ij \in \Omega_c} \sum_{a \in \Omega_a} c_{ij,a} l_{ij} y_{ij,a} + \kappa_c \sum_{i \in \Omega_N} \left(c^{bc} q_i^{bc} + c^{ch} q_i^{ch} + c^{mod} n_i^{mod} \right) + \kappa_r \sum_{ij \in \Omega_c} \left(c^{rt} v_{ij} \right) + \\ \sum_{d \in \Omega_d} \alpha_d \tau_l c_d^{ls} \sum_{ij \in \Omega_c} \sum_{a \in \Omega_a} R_a l_{ij} I_{ij,a,d}^{sqr} \end{aligned} \quad (224)$$

s.a. (182) – (188), (207) – (208), (211) – (212), (214) – (223).

$$\sum_{ki \in \Omega_c} \sum_{a \in \Omega_a} P_{ki,a,d} - \sum_{ij \in \Omega_c} \sum_{a \in \Omega_a} \left(P_{ij,a,d} + R_a l_{ij} I_{ij,a,d}^{sqr} \right) + P_{i,d}^S = P_{i,d}^D \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (225)$$

$$\begin{aligned} \sum_{ki \in \Omega_c} \sum_{a \in \Omega_a} Q_{ki,a,d} - \sum_{ij \in \Omega_c} \sum_{a \in \Omega_a} \left(Q_{ij,a,d} + X_a l_{ij} I_{ij,a,d}^{sqr} \right) + Q_{i,d}^S + Q^{mod} n_{i,d}^{mod} = Q_{i,d}^D \\ \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \end{aligned} \quad (226)$$

$$\begin{aligned} V_{i,d}^{sqr} - 2 \sum_{a \in \Omega_a} \left(R_a l_{ij} P_{ij,a,d} + X_a l_{ij} Q_{ij,a,d} \right) - \sum_{a \in \Omega_a} Z_a^2 I_{ij,a,d}^{sqr} - \tilde{V}_{j,d}^{sqr} = 0 \\ \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \end{aligned} \quad (227)$$

$$\left(V^2 + \frac{1}{2} \overline{\Delta}^V \right) I_{ij,d}^{sqr} + \sum_{s=1}^S P_{j,d,s}^c = \frac{5}{6} \overline{\Delta}_{ij}^S \Delta_{ij,d,1}^P + \sum_{r=2}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,d,r}^P +$$

$$\frac{5}{6} \bar{\Delta}_{ij}^S \Delta_{ij,d,1}^Q + \sum_{r=2}^R m_{ij,r}^S \Delta_{ij,d,r}^Q \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (228)$$

$$\underline{V}^2 \leq V_{i,d}^{sqr} \leq \bar{V}^2 \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (229)$$

$$0 \leq I_{ij,a,d}^{sqr} \leq \bar{I}_a^2 y_{ij,a} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall a \in \Omega_a, \forall d \in \Omega_d \quad (230)$$

$$|P_{ij,a,d}| \leq \bar{V} \bar{I}_a y_{ij,a} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall a \in \Omega_a, \forall d \in \Omega_d \quad (231)$$

$$|Q_{ij,a,d}| \leq \bar{V} \bar{I}_a y_{ij,a} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall a \in \Omega_a, \forall d \in \Omega_d \quad (232)$$

$$\sum_{a \in \Omega_a} y_{ij,a} = 1 \quad \forall ij \in \Omega_c \quad (233)$$

$$I_{ij,d}^{sqr} = \sum_{a \in \Omega_a} I_{ij,a,d}^{sqr} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (234)$$

$$P'_{ij,d} = \sum_{a \in \Omega_a} P_{ij,a,d} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (235)$$

$$Q'_{ij,d} = \sum_{a \in \Omega_a} Q_{ij,a,d} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall d \in \Omega_d \quad (236)$$

$$n_{i,d}^{mod} \text{ inteiro} \quad \forall i \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d \quad (237)$$

$$x_{j,d,s} \text{ binário} \quad \forall j \in \Omega_N, \forall d \in \Omega_d, s = 1 \dots S \quad (238)$$

$$y_{ij,a} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_c, \forall a \in \Omega_a \quad (239)$$

$$q_i^{bc} \text{ binário} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (240)$$

$$q_i^{ch} \text{ binário} \quad \forall i \in \Omega_N \quad (241)$$

$$v_{ij} \text{ binário} \quad \forall ij \in \Omega_c \quad (242)$$

As equações (207)-(208), (211)-(212), (214)-(223) representam a linearização da equação (193).

5.6 TESTES E RESULTADOS

Um sistema teste de 54 nós e um SD real de 201 nós foram utilizados para testar a metodologia proposta. As magnitudes de tensão máxima e das subestações foram fixadas em 1,0 pu. A Tabela 26 apresenta os valores de alguns parâmetros utilizados em ambos os testes. Nota-se que os fatores de recuperação de capital κ_a , κ_c e κ_r foram considerados iguais a 1 (justificativa análoga à considerada para o problema apresentado no Capítulo 4). Os custos do recondutoramento são mostrados na Tabela 27, em que M representa um valor suficientemente grande para que não ocorra o recondutoramento de um condutor para outro de menor capacidade máxima de magnitude de corrente. Nesta tabela, os elementos da primeira linha (condutor do tipo $b = 0$) representam o custo de construção de um circuito utilizando um condutor do tipo a . As características técnicas dos quatro tipos de condutores usados são mostradas na Tabela 28. Para os testes, todos os RTs foram considerados idênticos.

Tabela 26 - Valores de alguns parâmetros

Q^{mod}	300 kVAr	\underline{V}	depende do teste
c^{mod}	US\$ 900,00	\overline{V}	1,0 pu
c^{bc}	US\$ 1000,00	κ_c	1,0
c^{ch}	US\$ 300,00	κ_r	1,0
c^{rt}	US\$ 20000,00	κ_a	1,0
c_d^{ls}	0,06 US\$/kWh	τ_l	1,0
\overline{n}_b^{mod}	4	R	depende do teste
\overline{n}^{bc}	depende do teste	S	depende do teste
\overline{n}^{rv}	2		

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 27 - Custo anualizado de
recondutoramento do
condutor do tipo b
para condutor do tipo a
(10^3 US\$/Km)

		para tipo a			
		1	2	3	4
tipo b	0	5,0	6,0	7,0	8,0
	1	0,0	5,8	6,8	7,8
	2	M	0,0	6,8	7,8
	3	M	M	0,0	7,8
	4	M	M	M	0,0

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 28 - Características técnicas dos tipos de condutores

tipo de condutor	R_a (Ω /Km)	X_a (Ω /Km)	\overline{I}_a (A)
1	0,3655	0,2520	150
2	0,2921	0,2466	250
3	0,2359	0,2402	350
4	0,1932	0,2279	450

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

O objetivo do estudo é fazer uma análise comparativa considerando quatro casos distintos para cada sistema, em que a função objetivo é minimizar os custos do investimento total anual

e das perdas de energia. Os quatro casos são definidos como segue:

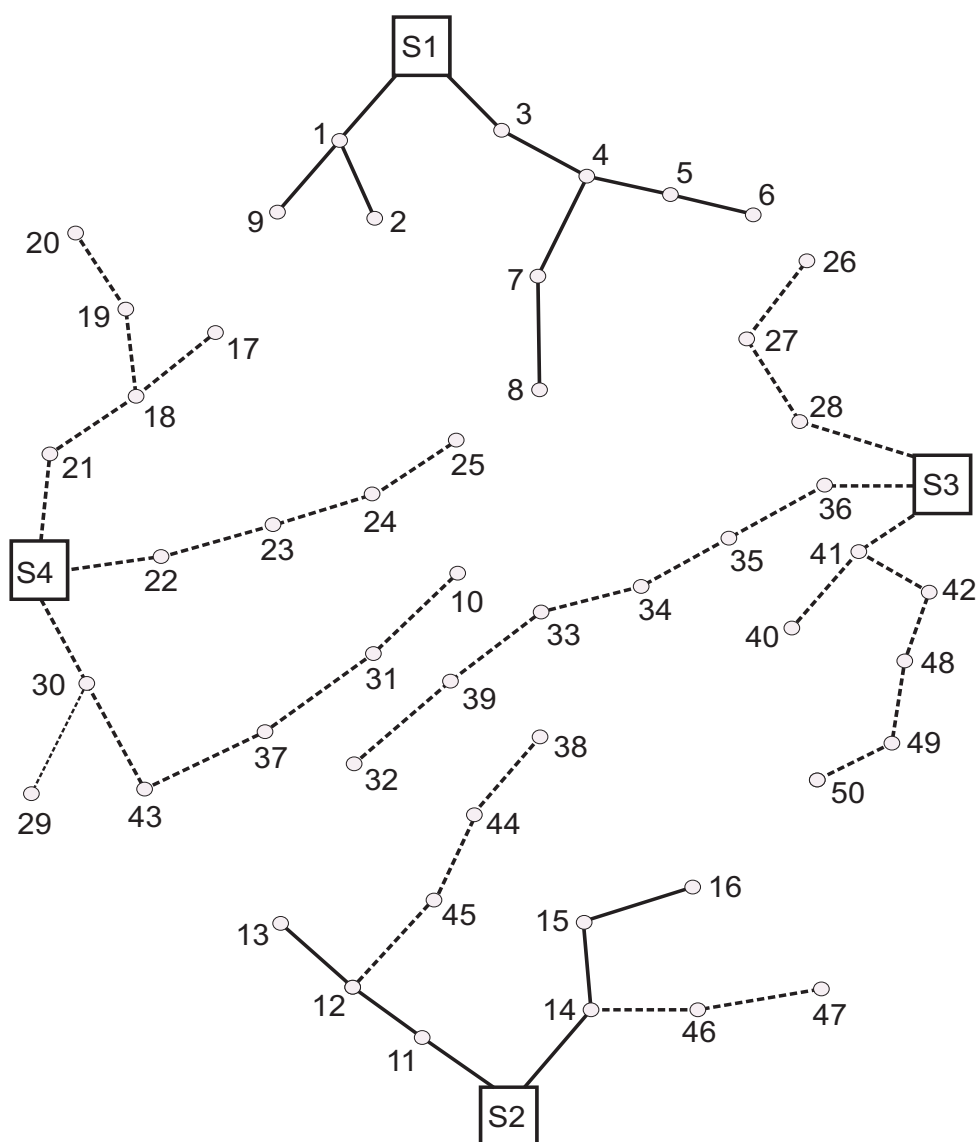
Caso 1: $\underline{V} = 0,92$, recondutoramento e construção de novos circuitos;

Caso 2: $\underline{V} = 0,92$, recondutoramento, construção de novos circuitos, alocação de BCs e alocação de RTs;

Caso 3: $\underline{V} = 0,95$, recondutoramento e construção de novos circuitos;

Caso 4: $\underline{V} = 0,95$, recondutoramento, construção de novos circuitos, alocação de BCs e alocação de RTs.

Figura 51 - Sistema teste de 54 nós



5.6.1 Sistema de Distribuição de 54 Nós

O SD de 54 nós é baseado em Miranda, Ranito e Proença (1994), cuja topologia é representada na Figura 51 e os dados são mostrados na Tabela 29. Ele é um SD de 15 kV e possui 4 subestações que alimentam 50 nós de carga. Na Tabela 29, os nós 51, 52, 53 e 54 representam as subestações S1, S2, S3 e S4, respectivamente. O sistema de 54 nós tem 15 circuitos existentes (2 circuitos com condutores do tipo 2 e 13 circuitos com condutores do tipo 1) e 35 circuitos a construir. Para o teste, foram considerados três níveis de demanda, os quais são obtidos multiplicando as demandas de potências ativa e reativa apresentadas na Tabela 29 pelos fatores 1,150 (demanda máxima), 0,460 (demanda média) e 0,345 (demanda mínima), com respectivas durações de 1000, 6760 e 1000 horas. O número R de linearizações por partes é igual a 40 e o número S de discretizações é igual a 4. Os valores dos demais parâmetros

Tabela 29 - Dados e resultados do sistema de distribuição de 54 nós

(continua)

				Caso 1	Caso 2	Caso 4		
Circuito	l_{ij}	t_{ij}	Tipo de	Tipo de	Tipo de	P_j^D	Q_j^D	
i	j	(Km)	condutor	condutor	condutor	(kW)	(kVAr)	
51	1	1,756	2	4	2	2	3622,50	2012,50
1	2	1,950	1	1	1	1	1293,75	718,75
51	3	1,363	2	4	4	4	603,75	335,42
3	4	1,950	1	4	4	4	948,75	527,08
4	5	1,950	1	1	1	1	2242,50	1245,83
5	6	1,563	1	1	1	1	603,75	335,42
4	7	1,563	1	1	1	1	862,50	479,17
7	8	1,950	1	1	1	1	1638,75	910,42
1	9	2,144	1	1	1	1	1035,00	575,00
31	10	1,950	0	4	1	1	2501,25	1389,58
52	11	1,756	1	4	4	4	258,75	143,75
11	12	1,950	1	4	4	4	1552,50	862,50
12	13	2,731	1	1	1	1	948,75	527,08
52	14	2,344	1	4	4	4	862,50	479,17
14	15	2,344	1	1	1	1	1207,50	670,83
15	16	1,756	1	1	1	1	1638,75	910,42
18	17	2,538	0	1	1	1	603,75	335,42
21	18	1,950	0	2	2	2	1035,00	575,00
18	19	1,563	0	1	1	1	1207,50	670,83
19	20	1,950	0	1	1	1	690,00	383,33

Tabela 29 - Dados e resultados do sistema de distribuição de 54 nós

							(conclusão)	
Circuito		l_{ij}	t_{ij}	Tipo de	Tipo de	Tipo de	P_j^D	Q_j^D
i	j	(Km)		condutor	condutor	condutor	(kW)	(kVAr)
54	21	1,563	0	4	4	4	1552,50	862,50
54	22	2,344	0	1	1	1	948,75	527,08
22	23	2,144	0	1	1	1	862,50	479,17
23	24	1,756	0	1	1	1	431,25	239,58
24	25	1,363	0	1	1	1	776,25	431,25
27	26	2,144	0	1	1	1	1035,00	575,00
28	27	1,950	0	1	1	1	1293,75	718,75
53	28	1,950	0	1	1	1	603,75	335,42
30	29	1,950	0	1	1	1	1207,50	670,83
54	30	1,756	0	4	4	4	2242,50	1245,83
37	31	2,338	0	4	1	1	603,75	335,42
39	32	2,538	0	1	1	1	1466,25	814,58
34	33	1,169	0	4	4	4	2501,25	1389,58
35	34	1,363	0	4	4	4	1035,00	575,00
36	35	1,363	0	4	4	4	776,25	431,25
53	36	1,563	0	4	4	4	258,75	143,75
43	37	1,563	0	4	4	4	1811,25	1006,25
44	38	1,950	0	1	1	1	948,75	527,08
33	39	1,756	0	1	1	1	862,50	479,17
41	40	1,563	0	1	1	1	1207,50	670,83
53	41	1,950	0	4	4	4	776,25	431,25
41	42	2,344	0	1	1	1	1035,00	575,00
30	43	2,538	0	4	4	4	1121,25	622,92
45	44	1,363	0	1	1	1	1207,50	670,83
12	45	1,563	0	1	1	3	690,00	383,33
14	46	2,144	0	1	1	1	1552,50	862,50
46	47	1,950	0	1	1	1	862,50	479,17
42	48	1,563	0	1	1	1	690,00	383,33
48	49	2,344	0	1	1	1	431,25	239,58
49	50	1,363	0	1	1	1	690,00	383,33

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Para o Caso 1, o custo total é de US\$ 852 240,73 com um custo anualizado de recondução e construção de novos circuitos igual a US\$ 471 763,75 e um custo das perdas anuais de energia de US\$ 380 476,98. Estes resultados são mostrados na Tabela 30. O modelo proposto selecionou 11 circuitos com condutores do tipo 4, 1 circuito com condutor do tipo 2 e 23 circuitos com condutores do tipo 1 e reconduziu 6 circuitos (4 circuitos com condutores iniciais tipo 1 e 2 circuitos com condutores iniciais tipo 2) para condutores tipo 4, como mostrado na quinta coluna da Tabela 29. Neste Caso, o máximo erro absoluto das magnitudes de tensão nos níveis de demanda máxima, média e mínima foram $6 \cdot 10^{-6}$, $1 \cdot 10^{-6}$ e $1 \cdot 10^{-6}$, respectivamente. Os resultados das perdas de potência ativa em cada nível de demanda com seus respectivos erros relativos são mostrados na Tabela 31. O modelo linear inteiro misto (LIM) proposto é resolvido com um tempo computacional de 73 013,74 segundos.

Para o Caso 2, o custo total é de US\$ 824 791,83 com um custo anualizado de recondução e construção de novos circuitos e de alocação de BCs iguais a US\$ 445 202,50 e US\$ 13 200,00, respectivamente. O custo das perdas anuais de energia foi de US\$ 366 389,33. O modelo proposto selecionou 9 circuitos com condutores do tipo 4, 1 circuito com condutor do tipo 2, 25 circuitos com condutores do tipo 1 e reconduziu 5 circuitos (4 circuitos com condutores iniciais tipo 1 e 1 circuito com condutor inicial tipo 2) para condutores tipo 4, como mostrado na sexta coluna da Tabela 29. Foram alocados 3 BCs (2 BCs fixos nos nós 1 e 39 e 1 BC chaveado no nó 10) e não foi alocado RT, conforme mostrado na Tabela 30. Neste Caso, o máximo erro absoluto das magnitudes de tensão nos níveis de demanda máxima, média e mínima foram $10 \cdot 10^{-6}$, $1 \cdot 10^{-6}$ e $1 \cdot 10^{-6}$, respectivamente. Os resultados das perdas de potência ativa em cada nível de demanda com seus respectivos erros relativos são mostrados na Tabela 32. O modelo LIM proposto é resolvido com um tempo computacional de 98 075,92 segundos.

Para o Caso 3, o solver CPLEX não encontrou uma solução factível.

Para o Caso 4, o custo total é de US\$ 845 987,29 com um custo anualizado de recondução e construção de novos circuitos, de alocação de BCs e alocação de RTs iguais a US\$ 448 327,50, US\$ 13 200,00 e US\$ 20 000,00, respectivamente. O custo das perdas anuais de energia foi de US\$ 364 459,79. O modelo proposto selecionou 9 circuitos com condutores do tipo 4, 1 circuito com condutor do tipo 3, 1 circuito com condutor do tipo 2, 1 circuito com condutor do tipo 3 e 23 circuitos com condutores do tipo 1 e reconduziu 5 circuitos (4 circuitos com condutores iniciais tipo 1 e 1 circuito com condutor inicial tipo 2) para condutores tipo 4, como mostrado na sétima coluna da Tabela 29. Foram alocados 3 BCs (2 BCs fixos nos nós 10 e 33 e 1 BC chaveado no nó 32) e 1 RT no circuito 30 – 43, conforme mostrado na Tabela 30. Neste Caso, o máximo erro absoluto das magnitudes de tensão nos níveis de demanda máxima, média e mínima são $4 \cdot 10^{-6}$, $2 \cdot 10^{-6}$ e $1 \cdot 10^{-6}$, respectivamente. Os resultados das perdas de potência ativa em cada nível de demanda com seus respectivos erros relativos são mostrados na Tabela 33. O modelo LIM proposto é resolvido com um tempo computacional de 114 085,58

segundos.

Tabela 30 - Resumo dos resultados do sistema de distribuição de 54 nós: Casos 1, 2 e 4

Casos			1	2			4		
Custo total			852 240,73	824 791,83			845 987,29		
Custo das perdas (US\$)			380 476,98	366 389,33			364 460,79		
Custo de investimento dos condutores (US\$)			471 763,75	445 202,50			448 327,50		
Custo de investimento dos RTs (US\$)			-	-			20 000,00		
Custo de investimento dos BCs (US\$)			-	13 200,00			13 200,00		
Regulador de tensão			-	-			circuito 30 - 43		
Capacitores (kVAr)	Nó		-	1	10	39	10	32	33
	Nível de demanda	máx	-	1200	1200	900	900	1200	1200
		méd		1200	900	900	900	300	1200
		mín		1200	900	900	900	0	1200
Perdas (kW)	Nível de demanda	máx	1803,566	1764,678			1744,532		
		méd	273,433	259,407			259,432		
		mín	152,798	145,624			146,302		
V_i (pu)	Nível de demanda	máx	0,920882	0,924034			0,950958		
		méd	0,972606	0,975576			0,980930		
		mín	0,977466	0,984248			0,985760		
Time (s)			73 013,74	98 075,92			114 085,58		

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Da Tabela 30, os custos de investimentos do recondutoramento e construção de novos circuitos e das perdas de energia são menores no Caso 2 comparado ao Caso 1. Isto deve-se à inclusão dos BCs, os quais contribuem para a escolha de condutores de menor custo, além de diminuir as perdas de energia ativa no sistema.

No Caso 4, a mínima magnitude de tensão foi elevada a 0,95 pu e, em consequência disso, houve a necessidade do sistema alocar um RT.

Tabela 31 - Comparação das perdas de potência ativa do sistema de 54 nós - Modelo LIM x FC: Caso 1

	Perdas de potência ativa (kW)		
	demanda		
	máx	méd	mín
Modelo LIM	1803,566	273,433	152,798
Modelo NLIM	1806,361	273,137	152,286
Erro Relativo (%)	0,15	0,11	0,34

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 32 - Comparação das perdas de potência ativa do sistema de 54 nós - Modelo LIM x FC: Caso 2

	Perdas de potência ativa (kW)		
	demanda		
	máx	méd	mín
modelo LIM	1764,678	259,407	145,624
modelo NLIM	1767,778	259,266	144,912
erro relativo (%)	0,18	0,05	0,49

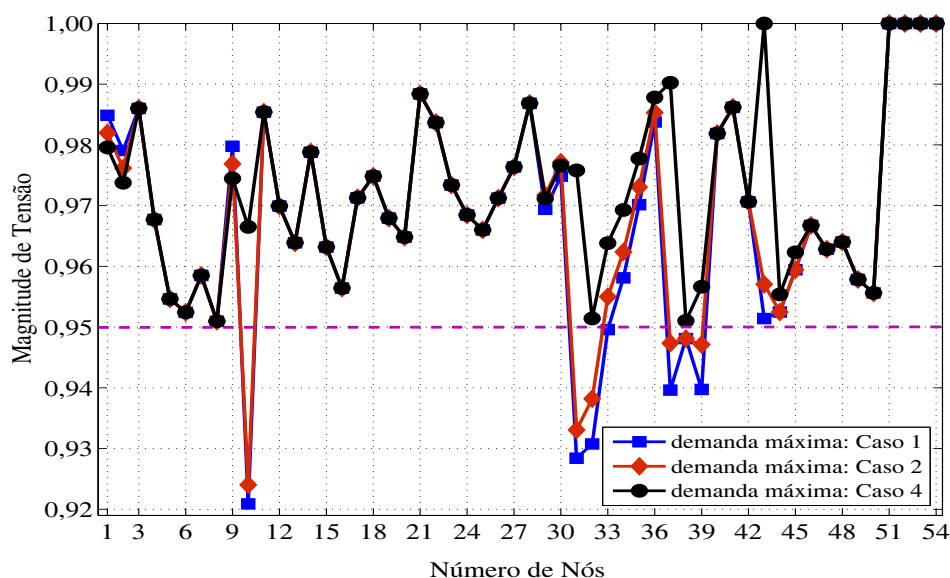
Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 33 - Comparação das perdas de potência ativa do sistema de 54 nós - Modelo LIM x FC: Caso 4

	Perdas de potência ativa (kW)		
	demanda		
	máx	méd	mín
modelo LIM	1744,532	259,432	146,302
modelo NLIM	1740,557	259,363	145,735
erro relativo (%)	0,23	0,03	0,39

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 52 - Magnitude de tensão do sistema teste de 54 nós: Casos 1, 2 e 4



Fonte: Elaboração do autor

A Figura 52 apresenta a magnitude de tensão do sistema no nível de demanda máxima, para os Casos 1, 2 e 4. Nota-se que no Caso 1, apenas nos nós 10, 31, 32, 33, 37, 38 e 39 a magnitude de tensão encontra-se abaixo de 0,95 pu. Considerando o Caso 4, pode-se afirmar que a alocação do BC no nó 10 e a alocação do RT no nó 43, contribuíram para que a magnitude de tensão nos nós 37, 31 e 10 (estes nós formam, nesta ordem, um trecho do sistema, conforme pode ser observado na Figura 51) seja maior ou igual a 0,95 pu. Por outro lado, a alocação dos BCs nos nós 32 e 33, contribuíram para elevar a magnitude de tensão nos nós 32, 33 e 39.

Tabela 34 - Circuitos construídos com tipos diferentes de condutores - Sistema teste de 54 nós: Casos 1, 2 e 4

			Caso 1	Caso 2	Caso 4
Circuito i	j	t_{ij}	Tipo de condutor	Tipo de condutor	Tipo de condutor
51	1	2	4	2	2
31	10	0	4	1	1
37	31	0	4	1	1
12	45	0	1	1	3

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

A Tabela 34 destaca os circuitos construídos com tipos diferentes de condutores. Nota-se que nos circuitos 31 – 10 e 37 – 31, o Caso 1 selecionou condutor do tipo 4 e devido à instalação

de um BC no nó 10, os Casos 2 e 4 selecionaram um condutor do tipo 1, a fim de reduzir o custo de investimento. Mesmo tipo de análise pode ser feita para o circuito 51 – 1 com a instalação de um BC no nó 1. Para o circuito 12 – 45, os Casos 1 e 2 selecionaram um condutor do tipo 1, enquanto que o Caso 4 selecionou um condutor do tipo 3, de maior custo, mas de menor resistência. Isto foi necessário devido à necessidade de elevar a magnitude de tensão no nó 38, a qual nos Casos 1 e 2 apresentam-se abaixo de 0,95 pu, conforme mostrado na Figura 52.

5.6.2 Sistema de Distribuição de 201 Nós

O SD de 201 nós é baseado em Ramírez-Rosado e Bernal-Augustín (1998) e os dados são mostrados na Tabela 35. Ele é um SD de 11,5 kV e possui 1 subestação que alimenta 200 nós de carga. Na Tabela 35, o nó 201 representa a subestação S1. O sistema de 201 nós tem 40 circuitos existentes (20 circuitos com condutores do tipo 1 e 20 circuitos com condutores do tipo 2) e 160 circuitos a construir. Para o teste, foram considerados três níveis de demanda, os quais são obtidos multiplicando as demandas de potências ativa e reativa apresentadas na Tabela 35 pelos fatores 1,0 (demanda máxima), 0,6 (demanda média) e 0,3 (demanda mínima), com respectivas durações de 1000, 6760 e 1000 horas. O número R de linearizações por partes é igual a 40 e o número S de discretizações é igual a 1. Para este teste foi desconsiderado o condutor do tipo 3.

Tabela 35 - Dados e resultados do sistema de distribuição de 201 nós

(continua)

				Caso 1	Caso 2	Caso 4		
Circuito	l_{ij}	t_{ij}		Tipo de	Tipo de	Tipo de	P_j^D	Q_j^D
i	j	(Km)		condutor	condutor	condutor	(kW)	(kVAr)
91	1	1,120	2	4	4	4	10	5
6	2	0,170	0	1	1	1	135	68
12	3	0,186	1	4	4	4	80	60
17	4	0,402	0	2	1	1	50	30
4	5	0,162	0	2	1	1	127	64
5	6	0,132	0	2	1	1	57	29
8	7	0,312	0	1	1	1	92	46
2	8	0,048	0	1	1	1	10	5
10	9	0,192	1	4	1	1	135	68
14	10	0,546	1	4	1	1	23	12
3	11	0,276	1	4	1	1	86	43
1	12	0,132	1	4	4	4	10	5
1	13	0,054	0	1	1	1	75	38
11	14	0,432	1	4	1	1	79	40
13	15	0,324	0	1	1	1	90	40
1	16	0,288	0	2	2	2	10	5

Tabela 35 - Dados e resultados do sistema de distribuição de 201 nós

(continuação)

				Caso 1	Caso 2	Caso 4		
Circuito		l_{ij}	t_{ij}	Tipo de	Tipo de	Tipo de	P_j^D	Q_j^D
i	j	(Km)		condutor	condutor	condutor	(kW)	(kVAr)
16	17	0,384	0	2	2	2	86	43
7	18	0,072	0	1	1	1	33	17
2	19	2,004	0	1	1	1	14	7
56	20	0,708	0	1	1	1	12	10
32	21	0,144	0	1	1	1	216	108
54	22	0,252	0	1	1	1	86	43
53	23	0,240	0	1	1	1	86	43
43	24	0,420	0	1	1	1	86	43
52	25	0,330	0	1	1	1	135	68
55	26	0,312	0	1	1	1	116	58
22	27	0,228	0	1	1	1	90	10
23	28	0,312	0	1	1	1	86	43
25	29	0,180	0	1	1	1	270	135
26	30	0,336	0	1	1	1	86	43
36	31	0,348	0	1	1	1	86	43
83	32	0,138	2	2	2	2	10	5
28	33	0,378	0	1	1	1	134	67
24	34	0,420	0	1	1	1	216	108
27	35	0,300	0	1	1	1	135	68
41	36	0,222	0	1	1	1	86	43
34	37	0,264	0	1	1	1	10	5
48	38	0,288	0	1	1	1	100	60
46	39	0,300	0	1	1	1	107	54
42	40	0,384	0	1	1	1	135	68
45	41	0,084	0	1	1	1	78	39
47	42	0,264	0	1	1	1	64	32
19	43	0,048	0	1	1	1	150	120
35	44	0,432	0	1	1	1	135	68
49	45	0,120	0	1	1	1	135	68
20	46	0,276	0	1	1	1	135	68
49	47	0,240	0	1	1	1	96	48
44	48	0,144	0	1	1	1	86	43
20	49	0,120	0	1	1	1	10	5
19	50	0,288	0	1	1	1	135	68
50	51	0,228	0	1	1	1	135	68
21	52	0,132	0	1	1	1	135	68
50	53	0,180	0	1	1	1	200	120
32	54	0,144	0	1	1	1	47	24
51	55	0,384	0	1	1	1	135	68
124	56	0,300	0	1	1	1	14	7

Tabela 35 - Dados e resultados do sistema de distribuição de 201 nós

(continuação)

				Caso 1	Caso 2	Caso 4		
Circuito		l_{ij}	t_{ij}	Tipo de	Tipo de	Tipo de	P_j^D	Q_j^D
i	j	(Km)		condutor	condutor	condutor	(kW)	(kVAr)
61	57	0,425	0	1	1	1	86	43
69	58	0,176	0	1	1	2	55	28
57	59	0,036	0	1	1	1	10	5
59	60	0,144	0	1	1	1	67	34
63	61	0,198	0	1	1	1	79	40
60	62	0,360	0	1	1	1	135	68
66	63	0,148	0	1	1	1	86	43
70	64	0,234	0	1	1	1	106	53
67	65	0,216	0	1	1	1	134	67
88	66	0,354	0	2	2	4	86	43
66	67	0,283	0	1	1	2	114	57
58	68	0,070	0	1	1	1	58	29
65	69	0,210	0	1	1	1	63	32
62	70	0,074	0	1	1	1	190	95
72	71	0,324	0	1	1	1	134	67
76	72	0,252	0	1	1	1	43	22
71	73	0,072	0	1	1	1	132	66
80	74	0,276	0	1	1	1	54	27
71	75	0,180	0	1	1	1	10	5
58	76	1,272	0	1	1	1	55	28
76	77	0,168	0	1	1	1	49	25
77	78	0,072	0	1	1	1	91	46
72	79	0,240	0	1	1	1	147	74
75	80	0,174	0	1	1	1	36	18
79	81	0,240	0	1	1	1	60	20
78	82	0,792	0	1	1	1	135	68
117	83	0,132	2	2	2	2	3	2
67	84	0,096	0	1	1	1	58	29
10	85	0,144	1	1	1	1	114	57
91	86	0,053	2	2	2	2	23	12
9	87	0,450	1	1	1	1	23	12
87	88	0,264	0	4	2	4	23	12
82	89	0,397	0	1	1	1	6	3
85	90	0,312	0	1	1	1	10	5
201	91	1,277	2	4	4	4	10	5
67	92	0,276	0	1	1	1	23	12
119	93	1,291	2	4	4	4	20	10
111	94	0,108	0	1	1	1	135	68
116	95	0,258	0	1	1	1	129	65
115	96	0,144	0	1	1	1	8	4

Tabela 35 - Dados e resultados do sistema de distribuição de 201 nós

(continuação)

				Caso 1	Caso 2	Caso 4		
Circuito		l_{ij}	t_{ij}	Tipo de	Tipo de	Tipo de	P_j^D	Q_j^D
i	j	(Km)		condutor	condutor	condutor	(kW)	(kVAr)
93	97	0,132	0	1	1	1	71	36
101	98	0,168	0	1	1	1	54	27
100	99	0,192	0	1	1	1	18	9
95	100	0,348	0	1	1	1	86	43
99	101	0,180	0	1	1	1	132	66
109	102	0,252	0	1	1	1	79	40
83	103	0,240	2	2	2	2	86	43
103	104	0,204	1	1	1	1	216	108
110	105	0,216	0	1	1	1	135	68
83	106	0,216	0	1	1	1	61	31
108	107	0,204	1	1	1	1	42	21
83	108	0,156	2	2	2	2	24	12
83	109	0,144	0	1	1	1	80	100
93	110	0,216	0	1	1	1	86	43
114	111	0,132	0	1	1	1	135	68
93	112	0,108	0	1	1	1	42	21
112	113	0,252	0	1	1	1	135	68
113	114	0,156	0	1	1	1	30	15
97	115	0,204	0	1	1	1	71	36
96	116	0,132	0	1	1	1	10	5
121	117	0,660	2	2	2	2	10	5
93	118	0,348	2	2	2	2	10	5
122	119	1,500	2	4	4	4	10	5
118	120	0,042	1	1	1	1	88	44
118	121	0,168	2	2	2	2	274	137
201	122	0,084	2	4	4	4	10	5
157	123	0,336	0	1	1	1	40	30
127	124	0,072	0	1	1	1	80	30
123	125	0,096	0	1	1	1	10	5
123	126	0,096	0	1	1	1	90	50
126	127	0,888	0	1	1	1	150	40
159	128	0,936	1	4	1	1	86	43
140	129	0,192	1	1	1	1	135	68
129	130	0,180	0	1	1	1	69	35
152	131	0,288	0	1	1	1	117	59
156	132	0,372	0	1	1	1	135	68
153	133	0,324	1	1	1	1	86	43
151	134	0,252	0	1	1	1	86	43
131	135	0,492	0	1	1	1	10	5
155	136	0,276	0	1	1	1	94	47

Tabela 35 - Dados e resultados do sistema de distribuição de 201 nós

(continuação)

				Caso 1	Caso 2	Caso 4		
Circuito		l_{ij}	t_{ij}	Tipo de	Tipo de	Tipo de	P_j^D	Q_j^D
i	j	(Km)		condutor	condutor	condutor	(kW)	(kVAr)
154	137	0,348	0	1	1	1	9	5
142	138	0,204	0	1	1	1	135	68
132	139	0,348	0	1	1	1	39	20
128	140	0,132	1	1	1	1	61	31
135	141	0,264	0	1	1	1	170	85
149	142	0,324	0	1	1	1	351	176
136	143	0,312	0	1	1	1	117	59
145	144	0,108	0	1	1	1	22	11
148	145	0,180	0	1	1	1	105	53
141	146	0,348	0	1	1	1	42	21
143	147	0,312	0	1	1	1	92	46
56	148	0,228	0	1	1	1	56	28
147	149	0,072	0	1	1	1	86	43
128	150	0,108	0	1	1	1	135	68
150	151	0,180	0	1	1	1	113	57
140	152	0,300	1	1	1	1	67	34
128	153	0,144	1	1	1	1	86	43
150	154	0,228	0	1	1	1	216	108
153	155	0,132	1	1	1	1	62	31
130	156	0,120	0	1	1	1	135	68
199	157	0,072	0	1	1	1	10	5
189	158	1,200	2	4	4	4	150	80
179	159	0,144	0	4	4	4	50	30
158	160	0,276	0	1	1	1	58	29
182	161	0,276	0	1	1	1	216	108
183	162	0,312	1	1	1	1	11	6
184	163	0,300	0	1	1	1	142	71
163	164	0,108	0	1	1	1	18	9
185	165	0,192	0	4	4	4	41	21
186	166	0,348	2	2	2	2	171	86
187	167	0,300	0	1	1	1	10	5
161	168	0,252	0	1	1	1	10	5
165	169	0,192	0	4	4	4	87	44
162	170	0,264	1	1	1	1	10	5
160	171	0,288	0	1	1	1	30	15
164	172	0,456	0	1	1	1	114	57
169	173	0,120	0	4	4	4	135	68

Tabela 35 - Dados e resultados do sistema de distribuição de 201 nós

							(conclusão)	
				Caso 1	Caso 2	Caso 4		
Circuito	l_{ij}	t_{ij}		Tipo de condutor	Tipo de condutor	Tipo de condutor	P_j^D	Q_j^D
i	j	(Km)					(kW)	(kVAr)
166	174	0,372	2	2	2	2	80	40
178	175	0,216	0	1	1	1	10	5
179	176	0,180	0	1	1	1	135	68
180	177	0,192	0	1	1	1	216	108
159	178	0,228	0	1	1	1	10	5
173	179	0,324	0	4	4	4	86	43
174	180	0,348	2	2	2	2	91	46
158	181	0,336	0	4	4	4	59	30
181	182	0,108	0	1	1	1	135	68
158	183	0,744	2	2	2	2	71	36
160	184	0,432	0	1	1	1	96	48
181	185	0,300	0	4	4	4	91	46
183	186	0,144	2	2	2	2	10	5
171	187	0,300	0	1	1	1	186	93
189	188	0,240	0	1	1	1	10	5
201	189	0,720	2	4	4	4	10	5
196	190	0,036	0	1	1	1	146	73
198	191	0,048	0	1	1	1	23	12
188	192	0,077	0	1	1	1	23	12
137	193	0,042	0	1	1	1	23	12
134	194	0,030	0	1	1	1	23	12
197	195	0,120	0	1	1	1	40	20
198	196	0,228	0	1	1	1	30	10
188	197	0,360	0	1	1	1	200	100
158	198	0,888	0	1	1	1	150	60
118	199	0,252	0	2	1	1	80	40
199	200	0,024	0	1	1	1	58	29

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Para o Caso 1, o custo total é de US\$ 511 371,09 com um custo anualizado de recondução e construção de novos circuitos igual a US\$ 289 566,48. O custo das perdas anuais de energia foi de US\$ 221 804,61. O modelo proposto selecionou 8 circuitos com condutores do tipo 4, 7 circuitos com condutores do tipo 2 e 145 circuitos com condutores do tipo 1 e recondução 14 circuitos (7 circuitos com condutores iniciais tipo 1 e 2 circuitos com condutores iniciais tipo 2) para condutores tipo 4, como mostrado na quinta coluna da Tabela 35. Neste Caso, o máximo erro absoluto das magnitudes de tensão nos níveis de demanda máxima, média e mínima foram $11 \cdot 10^{-6}$, $3 \cdot 10^{-6}$ e $7 \cdot 10^{-6}$, respectivamente. Os resultados das perdas de potência ativa em cada nível de demanda com seus respectivos erros relativos são mostrados

na Tabela 37. O modelo LIM proposto é resolvido com um tempo computacional de 6865,60 segundos.

Para o Caso 2, o custo total é de US\$ 480 540,70 com um custo anualizado de recondução e construção de novos circuitos e de alocação de BCs iguais a US\$ 269 510,88 e US\$ 16 000,00, respectivamente. O custo das perdas anuais de energia foi de US\$ 195 029,82. O modelo proposto selecionou 7 circuitos com condutores do tipo 4, 4 circuitos com condutores do tipo 2, 149 circuitos com condutores do tipo 1 e reconduziu 9 circuitos (2 circuitos com condutores iniciais tipo 1 e 7 circuitos com condutores iniciais tipo 2) para condutores tipo 4, como mostrado na sexta coluna da Tabela 35. Foram alocados 4 BCs (3 BCs fixos nos nós 51, 153 e 157 e 1 BC chaveado no nó 69) e não foi alocado RT, conforme mostrado na Tabela 36. Neste caso, o máximo erro absoluto das magnitudes de tensão nos níveis de demanda máxima, média e mínima foram $10 \cdot 10^{-6}$, $1 \cdot 10^{-6}$ e $1 \cdot 10^{-6}$, respectivamente. Os resultados das perdas de potência ativa em cada nível de demanda com seus respectivos erros relativos são mostrados na Tabela 38. O modelo LIM proposto é resolvido com um tempo computacional de 20 595,99 segundos.

Para o Caso 3, o solver CPLEX não encontrou uma solução factível.

Para o Caso 4, o custo total é de US\$ 481 235,72 com um custo anualizado de recondução e construção de novos circuitos e na alocação de BCs de US\$ 271 206,48 e US\$ 17 200,00, respectivamente. O custo das perdas anuais de energia foi de US\$ 192 829,24. O modelo proposto selecionou 9 circuitos com condutor do tipo 4, 4 circuitos com condutores do tipo 2 e 147 circuitos com condutores do tipo 1 e reconduziu 9 circuitos (2 circuitos com condutores tipo 1 para tipo 4 e 7 circuitos com condutores tipo 2 para tipo 4), como mostrado na sétima coluna da Tabela 35. Neste Caso, o máximo erro absoluto das magnitudes de tensão nos níveis de demanda máxima, média e mínima são $6 \cdot 10^{-6}$, $2 \cdot 10^{-6}$ e $6 \cdot 10^{-6}$, respectivamente. Os resultados das perdas de potência ativa em cada nível de demanda com seus respectivos erros relativos são mostrados na Tabela 39. O modelo LIM proposto é resolvido com um tempo computacional de 23 649,30 segundos.

Da Tabela 36, os custos de investimentos dos recondução e construção de novos circuitos e das perdas de energia são menores no Caso 2 comparado ao Caso 1, o que é devido à instalação de BCs, contribuindo para que o modelo escolha condutores de menor custo, além de diminuir as perdas de energia ativa no sistema.

Em nenhum dos casos considerados o modelo selecionou RTs.

A Figura 53 apresenta a magnitude de tensão do sistema no nível de demanda máxima, considerando os Casos 1, 2 e 4. Nota-se que no Caso 1, apesar de vários nós apresentarem magnitude de tensão abaixo de 0,95 pu, suas magnitudes de tensão apresentam-se acima de 0,92 pu, ou próximas de 0,95 pu devido a baixa demanda de carga nos nós. Consequentemente,

conforme mostrado na Tabela 35, mais de 90% dos circuitos construídos foram com condutores do tipo 1, que possuem menor custo.

Tabela 36 - Resumo dos resultados do sistema de distribuição de 201 nós: Casos 1, 2 e 4

Casos			1	2				4			
Custo total			511 371,09	480 540,70				481 235,72			
Custo das perdas (US\$)			221 804,61	195 029,82				192 829,24			
Custo de investimento dos condutores (US\$)			289 566,48	269 510,88				271 206,48			
Custo de investimento dos BCs (US\$)			-	16 000,00				17 200,00			
Capacitores (kVAr)	Nó		-	51	69	153	157	30	67	123	129
	Nível de demanda	máx	-	600	900	1200	1200	900	1200	1200	900
		méd		600	900	1200	1200	600	900	1200	900
		mín		600	300	1200	1200	300	300	1200	900
Perdas (kW)	Nível de demanda	máx	643,866	575,100				568,983			
		méd	224,533	195,280				193,379			
		mín	56,335	55,106				52,065			
$\underline{V_i}$ (pu)	Nível de demanda	máx	0,937968	0,944765				0,950030			
		méd	0,963703	0,972681				0,972795			
		mín	0,982161	0,986177				0,985116			
Time (s)			6865,60	20 595,99				23 649,30			

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 37 - Comparação das perdas de potência ativa do sistema de 201 nós - Modelo LIM x FC: Caso 1

	Perdas de potência ativa (kW)		
	demanda		
	máx	méd	mín
Modelo LIM	643,866	224,533	56,335
Modelo NLIM	646,118	223,049	54,134
Erro relativo (%)	0,35	0,67	4,07

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 38 - Comparação das perdas de potência ativa do sistema de 201 nós - Modelo LIM x FC: Caso 2

	Perdas de potência ativa (kW)		
	demanda		
	máx	méd	mín
Modelo LIM	575,100	195,280	55,106
Modelo NLIM	574,329	191,913	52,368
Erro relativo (%)	0,13	1,75	5,23

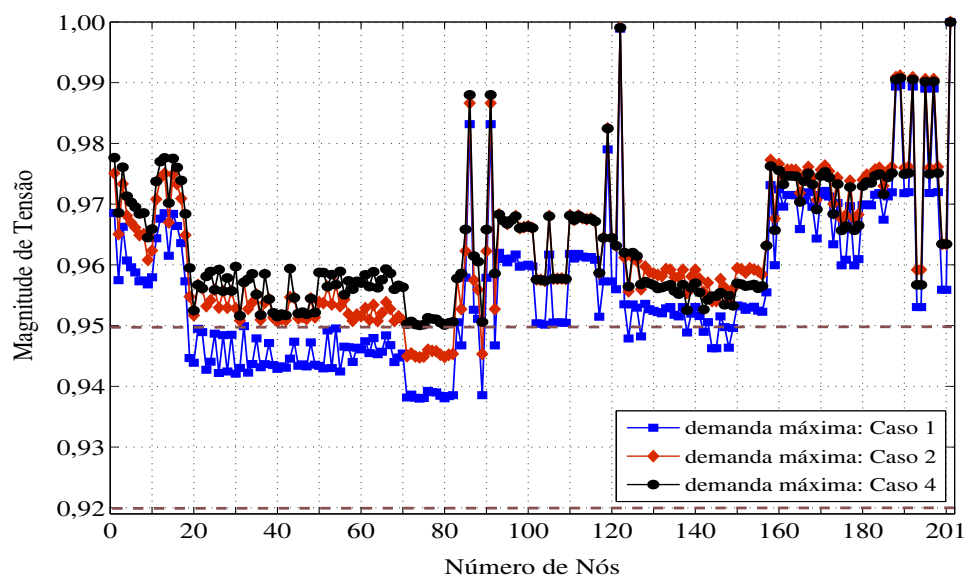
Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 39 - Comparação das perdas de potência ativa do sistema de 201 nós - Modelo LIM x FC: Caso 4

	Perdas de potência ativa (kW)		
	demanda		
	máx	méd	mín
Modelo LIM	568,983	193,379	52,065
Modelo NLIM	570,559	192,835	50,282
Erro relativo (%)	0,28	0,28	3,55

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Figura 53 - Magnitude de tensão do sistema teste de 201 nós: Casos 1, 2 e 4



Fonte: Elaboração do autor

Tabela 40 - Circuitos reconduzidos e novos circuitos com tipos de condutores diferentes para cada caso - Sistema teste de 201 nós: Casos 1, 2 e 4

			Caso 1	Caso 2	Caso 4
Circuito	t_{ij}		Tipo de condutor	Tipo de condutor	Tipo de condutor
i	j				
17	4	0	2	1	1
4	5	0	2	1	1
5	6	0	2	1	1
10	9	1	4	1	1
14	10	1	4	1	1
3	11	1	4	1	1
11	14	1	4	1	1
69	58	0	1	1	2
88	66	0	2	2	4
66	67	0	1	1	2
87	88	0	4	2	4
159	128	1	4	1	1
118	199	0	2	1	1

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

A Tabela 40 destaca os circuitos reconduzidos e novos circuitos com tipos de condutores diferentes para os Casos 1, 2 e 4. Nota-se que em nenhum circuito o Caso 2 selecionou um condutor de maior custo comparado ao Caso 1, pois a magnitude de tensão no Caso 1 satisfaz o limite mínimo de magnitude de tensão considerado no Caso 2. Nos circuitos 69 – 58, 88 – 66 e 66 – 67, o Caso 4 selecionou condutor de maior custo. Isto deve-se à necessidade de elevar a magnitude de tensão nos nós 58, 66 e 67, pois estas encontram-se abaixo de 0,95 pu considerando o Caso 1.

5.7 CARACTERÍSTICAS COMPUTACIONAIS DO PROBLEMA DE PCPE DOS SD RADIAIS

A Tabela 41 apresenta as características computacionais do problema de PCPE dos SD radiais (modelos NLIM e LIM), considerando o número de variáveis discretas (binárias e inteiras), o número de variáveis contínuas, o número de restrições (igualdade e desigualdade) e a ordem de complexidade de cada característica.

Da Tabela 41, nota-se que houve um aumento no número de variáveis binárias, contínuas e

Tabela 41 - Características computacionais do problema de PCPE dos SD radiais

Modelo de PNLIM	Quantidade	Ordem de Complexidade
variáveis binárias	$(3 + \Omega_a) \Omega_c + 2$	$ \Omega_c $
variáveis inteiras	$ \Omega_c \Omega_d + \Omega_d $	$ \Omega_c \Omega_d $
variáveis contínuas	$(7 + 3 \Omega_a) \omega_c \Omega_d + 4 \Omega_d + \omega_c + 1$	$ \omega_c \Omega_d $
restrições de igualdade	$7 \Omega_c \Omega_d + \Omega_c + 2 \Omega_d $	$ \Omega_c \Omega_d $
restrições de desigualdade	$(5 + 3 \Omega_a) \Omega_c \Omega_d + 3 \Omega_d + 2$	$ \Omega_c \Omega_d $
Modelo de PLIM	Quantidade	Ordem de Complexidade
variáveis binárias	$S \Omega_c \Omega_d + S \Omega_d + (3 + \Omega_a) \Omega_c + 2$	$ \Omega_c \Omega_d $
variáveis inteiras	$ \Omega_c \Omega_d + \Omega_d $	$ \Omega_c \Omega_d $
variáveis contínuas	$(2S + 4R) \Omega_c \Omega_d + 10 \Omega_c \Omega_d + (2S + 3) \Omega_d $	$ \Omega_c \Omega_d $
restrições de igualdade	$7 \Omega_c \Omega_d + \Omega_c + 2 \Omega_d $	$ \Omega_c \Omega_d $
restrições de desigualdade	$(3S + R + 3 \Omega_a) \Omega_c \Omega_d + 6 \Omega_c \Omega_d + 5 \Omega_d + 1$	$ \Omega_c \Omega_d $

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

no número de restrições de desigualdade.

5.8 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Foi apresentada uma formulação LIM para o problema de PCPE dos SD radiais. O modelo proposto realiza o recondutoramento de circuitos existentes, a construção e seleção do tipo de condutor dos novos circuitos, a alocação de BCs (localização, número de módulos instalados e número de módulos operando) e a alocação de RTs (localização) com o objetivo de minimizar os custos do investimento total anual e das perdas de energia.

Um sistema teste de 54 nós (MIRANDA; RANITO; PROENÇA, 1994) e um sistema de 201 nós (RAMÍREZ-ROSADO; BERNAL-AUGUSTÍN, 1998) foram utilizados para mostrar a precisão do modelo matemático, assim como também a eficiência da técnica de solução proposta.

Para realizar o planejamento dos sistemas, foi feita uma análise comparativa considerando estes operando segundo os Casos 1, 2, 3 e 4, definidos, respectivamente por; a) $\underline{V} = 0,92$, recondutoramento e construção de novos circuitos; b) $\underline{V} = 0,92$, recondutoramento, construção de novos circuitos, alocação de BCs e alocação de RTs; c) $\underline{V} = 0,95$, recondutoramento e construção de novos circuitos; d) $\underline{V} = 0,95$, recondutoramento, construção de novos circuitos, alocação de BCs e alocação de RTs.

No primeiro sistema teste foi considerado o número de linearizações por partes $R = 40$ e o número de discretizações $S = 4$, enquanto que no segundo sistema, $R = 40$ e $S = 1$. Em ambos

os sistemas, considerou-se $\bar{V} = 1,00$.

Em relação ao RT, ele foi importante no sistema teste de 54 nós quando foi exigido a mínima magnitude de tensão de 0,95 pu. No sistema de 201 nós, em nenhum caso alocou-se RT. Para o sistema teste de 54 nós, foram alocados 3 BCs e 1 RT e no sistema real de 201 nós, foram alocados 4 BCs. Em ambos os sistemas, se a mínima magnitude de tensão é igual for considerada igual a 0,95 pu, o problema não encontra uma solução factível se o planejamento for realizado apenas através do recondutoramento e da construção de novos circuitos (Caso 3).

Analizando os resultados dos dois sistemas, primeiramente, observa-se que o Caso 3 não apresentou solução factível, havendo a necessidade de incluir a alocação de BCs e RTs para satisfazer a mínima magnitude de tensão de 0,95 pu. Pode-se concluir que a inclusão de BCs e RTs é importante para fazer o PCPE dos SD radiais. Principalmente a presença dos BCs, em que independentemente dos casos considerados, estes equipamentos ajudam a melhorar o perfil da magnitude de tensão e diminuir as perdas de energia, além de diminuir o custo total. Portanto, fazer o planejamento com a presença de BCs e RTs mostrou-se uma alternativa interessante para diminuir os custos do investimento total anual e das perdas de energia.

Em cada sistema, o ponto de operação da solução do problema LIM foi comparado com o ponto de operação do modelo NLIM (equivalente a um método de FC), fixando as variáveis discretas. Os resultados mostraram que as perdas de potência ativa em cada nível de demanda e magnitudes de tensão foram calculadas com boa precisão em comparação com o modelo NLIM.

O problema foi modelado como um problema de PLIM, implementado na linguagem de modelagem matemática AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003) e resolvido usando o solver comercial CPLEX (ILOG, 2008). O uso de um modelo de PLIM convexa garante a convergência para a solução ótima usando ferramentas de otimização clássica existentes.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1 CONCLUSÕES

Neste trabalho foram apresentados modelos de PLIM convexa para resolver os seguintes problemas de otimização de SD radiais: a) POSD radiais, considerando a existência de GDs e a presença de BCs e RTs; b) alocação ótima de BCs e RTs; e c) PCPE dos SD radiais.

No Capítulo 2 o PORP de um SD radial foi modelado como um problema de PNL (equivalente a um FC) e, em seguida, um equivalente modelo de PLIM convexa. Este capítulo teve grande importância para o desenvolvimento do trabalho, pois apresentou duas linearizações fundamentais que foram utilizadas nos Capítulos 3, 4 e 5, além de verificar a precisão destas através de simulações. Foi constatado que a precisão dos resultados depende basicamente dos parâmetros R e S , denotados para representar o número de linearizações por partes do quadrado da magnitude do fluxo de potências ativa e reativa e o número de discretizações do quadrado da magnitude de tensão no nós, respectivamente. Os sistemas testes de 34 nós (SEGURA, 2006), 70 nós (BARAN; WU, 1989b), 136 nós (MANTOVANI; CASARI; ROMERO, 2000), 202 nós (CASTRO, 1985) e 400 nós (COSSI, 2008) foram utilizados para validar a metodologia proposta.

No Capítulo 3 foi apresentado o problema de POSD radiais, em que um SD de 42 nós, composto por dois GDs (os tipos de GDs considerados foram os GSs), cinco BCs e quatro RTs, foi utilizado. Neste capítulo foi feita uma análise sobre a influência dos GDs no sistema, considerando estes operando em três modos distintos, a saber, GD operando no modo de tensão terminal constante igual a 1 pu (MO 1), GD operando no modo de FP constante igual a 1 (MO 2) e GD operando livremente (MO 3). Em cada caso determinou-se a geração de potências ativa e reativa dos GDs, o número de módulos de capacitores em operação e o número de passos dos taps dos RTs, com a finalidade de minimizar as perdas diárias de energia. Os resultados mostraram que a menor perda de energia ocorre no MO 3, o que já era esperado em virtude de não considerar a restrição adicional de magnitude de tensão constante ou FP constante. Quanto aos MOs 1 e 2, o MO 1 apresentou menor perda de energia e o MO 2 maior geração de potência ativa nos GDs. Isto gera discussões na tomada de decisão entre a concessionária de energia elétrica e os proprietários destes GDs, pois a primeira pode ter interesse no MO 1, enquanto que os proprietários dos GDs podem ter interesse no MO 2, acarretando assim um acordo entre eles.

O problema de alocação ótima de BCs e RTs em um SD radial foi apresentado no Capítulo 4, em que o objetivo foi minimizar os custos do investimento total anual e das perdas de ener-

gia. Existem poucos trabalhos que estudam a inserção simultânea de BCs e RTs em um SD. Os sistemas de 70 nós (BARAN; WU, 1989b) e 136 nós (MANTOVANI; CASARI; ROMERO, 2000) foram utilizados para validar a metodologia proposta. Neste capítulo foi feita uma análise comparativa entre diferentes estratégias de operação dos SD, considerando três testes. Os testes foram classificados da seguinte maneira: a) Teste AC: alocação de BCs; Teste ART: alocação de RTs e c) Teste ACRT: alocação de BCs e RTs. O objetivo dos testes foi analisar o perfil da magnitude de tensão nos nós e os custos do investimento total anual e das perdas de energia. O Teste ACRT apresentou menor custo de investimentos e maior redução nas perdas de energia. Por fim, foi feita uma abordagem multiobjetiva considerando os Testes AC e ACRT, apresentando a curva de Pareto do custo total anual em função do máximo desvio da magnitude de tensão. Verificou-se que uma integração conjunta entre BCs e RTs pode trazer maiores benefícios para o SD.

O problema de PCPE dos SD radiais foi apresentado no Capítulo 5. O modelo proposto realiza o recondutoramento de circuitos existentes, a construção e seleção do tipo de condutor dos novos circuitos, a alocação de BCs (localização, número de módulos instalados e número de módulos operando) e a alocação de RTs (localização) com o objetivo de minimizar os custos do investimento total anual e das perdas de energia. Um sistema teste de 54 nós (MIRANDA; RANITO; PROENÇA, 1994) e um sistema de 201 nós (RAMÍREZ-ROSADO; BERNAL-AUGUSTÍN, 1998) foram utilizados para mostrar a precisão do modelo matemático, assim como também a eficiência da técnica de solução proposta. Para realizar o planejamento dos sistemas, foi feita uma análise comparativa considerando estes operando segundo os Casos 1, 2, 3 e 4, definidos, respectivamente por; a) $\underline{V} = 0,92$, recondutoramento e construção de novos circuitos; b) $\underline{V} = 0,92$, recondutoramento, construção de novos circuitos, alocação de BCs e alocação de RTs; c) $\underline{V} = 0,95$, recondutoramento e construção de novos circuitos; e d) $\underline{V} = 0,95$, recondutoramento, construção de novos circuitos, alocação de BCs e alocação de RTs. Os resultados mostraram que nos dois sistemas a maioria dos tipos de condutores selecionados para a construção dos circuitos foi condutores do tipo 1. Isto deve-se à demanda das cargas, além da contribuição da instalação de BCs e ou RT, o que alivia o sistema e, consequentemente, pode-se diminuir os custos com a escolha dos condutores tipo 1. Para o sistema teste de 54 nós, foram alocados 3 BCs e 1 RT e no sistema real de 201 nós, foram alocados 4 BCs. Conclui-se que fazer o planejamento com a presença de BCs e RTs é uma alternativa interessante para diminuir os custos do investimento total e das perdas de energia.

Para cada problema analisado nos Capítulos 3, 4 e 5 foi apresentado um modelo matemático de PNLIM e, posteriormente, seguindo as considerações e linearizações apresentadas no Capítulo 2, um modelo de PLIM convexa equivalente. Os modelos de PLIM convexa garantem a convergência para a solução ótima usando ferramentas de otimização clássica existentes.

Em todos os problemas apresentados neste trabalho, o ponto de operação da solução do

modelo LIM convexo foi comparado com o ponto de operação do modelo NLIM (equivalente a um método de FC), fixando as variáveis discretas. O modelo NLIM e o modelo matemático LIM convexo foram implementados na linguagem de modelagem AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003). Uma das vantagens do uso deste software foi a sua simplicidade de utilização. Segundo Lavorato (2010), a principal vantagem dessa escolha deve-se ao fato que o usuário concentra a maior parte do seu trabalho na formulação do problema e na definição da entrada de dados. A linguagem de programação do AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003) é muito próxima daquela que é utilizada para descrever um problema de forma matemática. O ponto de operação do modelo NLIM foi determinado usando o solver comercial KNITRO (BYRD; NOCEDAL; WALTZ, 2006), enquanto que o modelo LIM convexo foi solucionado com o uso do solver comercial CPLEX (ILOG, 2008); ambos solvers foram chamados com suas opções padrões. Um computador com processador Intel Core 2 Duo T5250-1.50 GHz, 667 MHz FSB, 2MB L2 cache com um sistema operacional de 32 Bits foi utilizado para realizar os testes.

6.2 TRABALHOS FUTUROS

Durante o desenvolvimento deste trabalho, foram feitas algumas anotações que seriam relevantes considerar em trabalhos futuros. Destacam-se, basicamente, as seguintes extensões futuras:

- Modelar, por meio de expressões lineares, o problema de POSD radiais, trifásico desequilibrado, considerando a presença de BCs, RTs e GDs.
- Desenvolver um modelo matemático de PLIM para o problema de alocação ótima de BCs e RTs em um SD radial, trifásico desequilibrado.
- Desenvolver um modelo matemático de PLIM para o problema de PCPE dos SD radiais, trifásico desequilibrado.
- Estender o modelo matemático apresentado no Capítulo 5 para resolver o problema de planejamento a longo prazo da expansão dos SD radiais.

REFERÊNCIAS

- ACKERMANN, T.; ANDERSSON, G.; SÖDER, L. Distributed generation: a definition. *Electric Power Systems Research*, Lausanne, v. 57, n. 3, p. 195–204, Apr. 2001.
- ALGUACIL, N.; MOTTO, A.; CONEJO, A. Transmission expansion planning: a mixed-integer lp approach. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 18, n. 3, p. 1070–1077, Aug. 2003.
- ALVES, R. P. *Alocação Ótima de Reguladores de Tensão em Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica Radiais Usando uma Formulação Linear Inteira Mista*. 2012. 97 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2012.
- ANDERS, G. J.; VAINBERG, M.; HORROCKS, D. J.; FOTY, S. M.; MOTLIS, J.; JARNICKI, J. Parameters affecting economic selection of cable sizes. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Toronto, v. 8, n. 4, p. 1661–1667, Oct. 1993.
- AOKI, K.; NARA, K.; SATOH, T.; KITAGAWA, M.; YAMANAKA, K. New approximate optimization method for distribution systems planning. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Toronto, v. 5, n. 1, p. 126–132, Feb. 1990.
- ARAÚJO, R.; MEIRA, P.; ALMEIDA, M. Algorithms for operation planning of electric distribution networks. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, Heidelberg, v. 24, n. 3, p. 377–387, Jun. 2013.
- ARRILLAGA, J.; ARNOLD, C. P.; HARKER, B. J. *Computer Analysis of Power Systems*. New York: John Wiley & Sons, 1990, 1990.
- BARAN, M. E.; WU, F. F. Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Toronto, v. 4, n. 2, p. 1401–1407, May. 1989.
- BARAN, M. E.; WU, F. F. Optimal capacitor placement on radial distribution systems. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Toronto, v. 4, n. 1, p. 725–734, Jan. 1989.
- BÍSCARO, A. A. P. *Proposta de Algoritmos Inteligentes para Localizar Falhas e Monitorar a Qualidade da Energia em Redes de Distribuição de Energia Elétrica*: 2013. 167 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2013.
- BO, W.; KA, L. Analysis of the distributed generation system and the influence on power loss. In: IEEE/POWER AND ENERGY ENGINEERING CONFERENCE (APPEEC) AND EXHIBITION: ASIA AND PACIFIC, 2011, New Orleans. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2011. v. 1, p. 1–4.

BOONE, G.; CHIANG, H. D. Optimal capacitor placement in distribution systems by genetic algorithm. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, Brussels, v. 15, n. 3, p. 155–161, Jun. 1993.

BORGES, C. L. T.; MARTINS, V. F. Multistage expansion planning for active distribution networks under demand and distributed generation uncertainties. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, Brussels, v. 36, n. 1, p. 107–116, Mar. 2012.

BYRD, R. H.; NOCEDAL, J.; WALTZ, R. A. Knitro: an integrad package for nonlinear optimization. In: DI PILLO, G.; ROMA, M. *Large-scale nonlinear optimization*. New York: Springer, 2006. p. 35-59 (Nonconvex optimization and its applications, v. 83). [S.l.], 2006.

CARPINELLI, G.; NOCE, C.; PROTO, D.; VARILONE, P. Voltage regulators and capacitor placement in three-phase distribution systems with non-linear and unbalanced loads. *International Journal of Emerging Electric Power Systems*, v. 7, n. 4, p. 1–17, Nov. 2006.

CASTRO, C. A. *Reconfiguração Automática de Redes de Distribuição de Energia Elétrica*. 1985. 75 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1985.

CESPEDES, R. New method for the analysis of distribution networks. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Toronto, v. 5, n. 1, p. 391–396, Jan. 1990.

CHAPMAN, S. J. *Electric machinery Fundamentals*. New York: McGraw-Hill, 2005.

CHIS, M.; SALAMA, M.; JAYARAM, S. Capacitor placement in distribution systems using heuristic search strategies. *IEE Proceedings of Generation, Transmission and Distribution*, Piscataway, v. 144, n. 3, p. 225–230, May. 1997.

COSSI, A. M. *Planejamento de Redes de Distribuição de Energia Elétrica de Média e Baixa Tensão*: 2008. 233 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2008.

COSTA, J. P.; GONÇALVES, J. L.; AQUINO, C. V.; SOUZA, A. N.; CASTANHO, J. E. C. Construção de curvas de capacidade de geradores síncronos usando matlab. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA - CBA, 2010. *Anais...* Bonito: Sociedade Brasileira de Autômática, 2010.

EL-KHATTAM, W.; HEGAZY, Y.; SALAMA, M. M. A. An integrated distributed generation optimization model for distribution system planning. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 20, n. 2, p. 1158–1165, May. 2005.

FALAGHI, H.; SINGH, C.; HAGHIFAM, M.-R.; RAMEZANI, M. DG integrated multistage distribution system expansion planning. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, Brussels, v. 33, n. 8, p. 1489–1497, Oct. 2012.

FOURER, R.; GAY, D. M.; KERNIGHAN, B. W. *AMPL: A modeling language for mathematical programmin*. 2. ed. Pacific Grove: Brooks/Cole-Thomson Learning, 2003.

FRANCO, J. F. *Estratégia de decomposição aplicada ao problema de planejamento da expansão de sistemas de distribuição*: 2012. 171 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica)

— Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2012.

FRANCO, J. F.; LAVORATO, M.; RIDER, M. J.; ROMERO, R. Optimal allocation of capacitors in radial distribution systems with distributed generation. In: IEEE PES CONFERENCE ON INNOVATIVE SMART GRID TECHNOLOGIES - ISGT LATIN AMERICA, 2011, Medellín. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2011. 6 p.

FRANCO, J. F.; RIDER, M. J.; LAVORATO, M.; ROMERO, R. A mixed-integer LP model for the optimal allocation of voltage regulators and capacitors in radial distribution systems. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, Brussels, v. 48, p. 123–130, Jun. 2013.

FRANCO, J. F.; ROMERO, R. Planejamento da operação de sistemas de distribuição considerando a alocação ótima de capacitores e reguladores de tensão. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE SISTEMAS ELÉTRICOS - SBSE, 3., 2010, Belém. *Anais...* Belém: Universidade Federal do Pará, 2010. 6 p.

FRANCO, J. F.; ROMERO, R.; GALLEGU, R. A. Um método heurístico eficiente para a seleção ótima de condutores e o recondutoramento de alimentadores primários em sistemas de distribuição de energia elétrica. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA - CBA, 2010. *Anais...* Bonito: Sociedade Brasileira de Automática, 2010.

FREITAS, W.; VIEIRA, J. C. M.; MORELATO, A.; SILVA, L. C. P.; COSTA, V. Análise comparativa entre geradores síncronos e geradores de indução com rotor tipo gaiola de esquilo para aplicação em geração distribuída. *Revista Controle e Automação*, v. 16, n. 3, p. 332–344, Abr. 2005.

GALLEGU, R. A.; MONTICELLI, A. J.; ROMERO, R. Optimal capacitor placement in radial distribution networks. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 16, n. 4, p. 630–637, Nov. 2001.

GANGULY, S.; SAHOO, N. C.; DAS, D. Recent advances on power distribution system planning: a state-of-the-art survey. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, Brussels, v. 4, n. 2, p. 165–193, Jun. 2013.

GARCIA, A. V.; MONTICELLI, A. J.; FRANÇA, A. L. M.; TANAREA, M. R.; MURARI, C. A. F. Automatização da distribuição de energia elétrica: Simulação utilizando o fluxo de carga desacoplado rápido. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA - CBA, 1984. *Anais...* Campina Grande: Sociedade Brasileira de Automática, 1984.

GOMES, F.; CARNEIRO S., J.; PEREIRA, J. L. R.; VINAGRE, M.; GARCIA, P.; ARAUJO, L. R. de. A new distribution system reconfiguration approach using optimum power flow and sensitivity analysis for loss reduction. In: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY GENERAL MEETING, 2005, San Francisco. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 5 p, 2005.

GONÇALVES, R. R.; ALVES, R. P.; RIDER, M. J. Um modelo linear inteiro misto para o planejamento da operação de redes de distribuição de energia elétrica. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA - CBA, 2012. *Anais...* Campina Grande: Sociedade Brasileira de Automática, 2012.

GÖNEM, T. *Electric Power Distribution Systems Engineering*. [S.l.]: New York: McGraw-Hill,

1986.

GOSWAMI, S. K.; BASU, S. K. A new algorithm for the reconfiguration of distribution feeders for loss minimization. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Toronto, v. 7, n. 3, p. 1484–1491, Jul. 1992.

GRAINGER, J. J.; CIVANLAR, S. Volt/var control on distribution system with lateral branches using shunt capacitors and voltage regulators part i: The overall problem. *IEEE Trans Power Appl Syst*, PAS - 104, n. 11, p. 3278–3283, Nov. 1985.

GRAINGER, J. J.; CIVANLAR, S. Volt/var control on distribution system with lateral branches using shunt capacitors and voltage regulators part ii: The solution method. *IEEE Trans Power Appl Syst*, PAS - 104, n. 11, p. 3284–3290, Nov. 1985.

GRAINGER, J. J.; CIVANLAR, S. Volt/var control on distribution system with lateral branches using shunt capacitors and voltage regulators part iii: The numerical results. *IEEE Trans Power Appl Syst*, v. 104, n. 11, p. 3291–3297, Nov. 1985.

HAFFNER, S.; PEREIRA, L. A.; GASPERIN, L. V.; BARRETO, L. Alocação de bancos de capacitores em redes de distribuição de energia visando eliminar violações de tensão. *SBA: Controle Automação - Sociedade Brasileira de Automática*, scielo, v. 20, p. 546–563, Dez. 2009.

HASHIMOTO, S. H. M. *Análise e Desenvolvimento de Algoritmos Eficientes de Programação Linear para o Problema de Planejamento de Sistemas de Transmissão a Longo Prazo*: 2005. 163 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2005.

HUANG, Y. C.; YANG, H. T.; HUANG, C. L. Solving the capacitor placement problem in a radial distribution system using tabu search approach. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 11, n. 4, p. 1868–1873, Nov. 1996.

HURLEY, J. D.; BIZE L. N. E MUMMERT, C. R. The adverse effects of excitation system VAR and power factor controller. *IEEE Transaction on Energy Conversion*, v. 14, n. 4, p. 1636–1641, Dec. 1999.

ILOG. *CPLEX Optimization subroutine library guide and reference, version 11.0*. Incline Village: ILOG, 2008.

KOJOVIC, L. Impact of dg on voltage regulation. In: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY SUMMER MEETING, 2002, Chicago. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2002. v. 1, p. 97–102.

KONOPINSKI, R. J.; VIJAYAN, P.; AJJARAPU, V. Extended reactive capability of dfig wind parks for enhanced system performance. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 24, n. 3, p. 1346–1355, Jul. 2009.

LAVORATO, M. *Planejamento Integrado da Expansão de Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica*: 2010. 216 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2010.

- LAVORATO, M.; RIDER, M.; GARCIA, A.; ROMERO, R. A constructive heuristic algorithm for distribution system planning. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 25, n. 3, p. 1734–1742, Aug. 2010.
- LAVORATO, M.; RIDER, M.; ROMERO, R. Imposing radiality constraints in distribution system optimization problems. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 27, n. 1, p. 172–180, Feb. 2012.
- LEE, H. *Power Distribution Planning Reference Book*. [S.l.]: New York: Basel: M. Dekker, 1997.
- LIN, J. G. Multi-objective problems: Pareto-optimal solutions by method of proper equality constraints. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 21, Oct. 1976.
- LOPES, P. J. A. Integration of dispersed generation on distribution networks-impact studies. In: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY WINTER MEETING, 2002, New York. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2002. v. 1, p. 323–328.
- LOTERO, R.; CONTRERAS, J. Distribution system planning with reliability. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Toronto, v. 26, n. 4, p. 2552–2562, Oct. 2011.
- MADRUGA, E. P.; CANHA, L. N. Allocation and integrated configuration of capacitor banks and voltage regulators considering multi-objective variables in smart grid distribution system. In: IEEE/IAS INTERNATIONAL CONFERENCE ON INDUSTRY APPLICATIONS - INDUSCON, 9., 2010, São Paulo. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2010. 6 p.
- MANDAL, S.; PAHWA, A. Optimal selection of conductors for distribution feeders. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 17, n. 1, p. 192–197, Feb. 2002.
- MANTOVANI, J. R. S.; CASARI, F.; ROMERO, R. Reconfiguração de sistemas radiais utilizando o critério de queda de tensão. *SBA: Controle Automação - Sociedade Brasileira de Automática*, v. 11, n. 3, p. 546–563, Dez. 2000.
- MARTINS, V.; BORGES, C. Active distribution network integrated planning incorporating distributed generation and load response uncertainties. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 26, n. 4, p. 2164–2172, Nov. 2011.
- MEDEIROS, M. F.; PIMENTEL, M. C. Localização Ótima de bancos trifásicos de reguladores de tensão em alimentadores radiais de distribuição. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA - CBA, 2002. *Anais...* Natal: Sociedade Brasileira de Automática, 2002.
- MEKHAMER, S. F.; EL-HAWARY, M. E.; SOLIMAN, S. A.; MOUSTAFA, M. A.; MANSOUR, M. M. New heuristic strategies for reactive power compensation of radial distribution feeders. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Toronto, v. 17, n. 4, p. 1128–1135, Oct. 2002.
- MENDOZA, F.; REQUENA, D.; BERNAL-AGUSTIN, J.; DOMINGUEZ-NAVARRO, J. Optimal conductor size selection in radial power distribution systems using evolutionary strategies. In: TRANSMISSION DISTRIBUTION CONFERENCE EXPOSITION: LATIN AMERICA, 2006, Caracas. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2006.

- MENDOZA, J. E.; MORALES, D. A.; LÓPEZ, R. A.; LÓPES, E. A.; VANNIER, J. C.; COELHO, C. A. C. Multiobjective location of automatic voltage regulators in a radial distribution network using a micro genetic algorithm. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 2, n. 1, p. 404–412, Feb. 2007.
- MIRANDA, V.; RANITO, J. V.; PROENÇA, L. M. Genetic algorithms in optimal multistage distribution network planning. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 9, n. 4, p. 1927–1933, Nov. 1994.
- MONTICELLI, A. J. *Fluxos de carga em redes de energia elétrica*. New York: Edgard Blcher, 1983, 1983.
- NADERI, E.; SEIFI, H.; SEPASIAN, M. A dynamic approach for distribution system planning considering distributed generation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Toronto, v. 27, n. 3, p. 1313–1322, Jul. 2012.
- NG, H. N.; SALAMA, M. M. A.; CHIKHANI, A. Y. Classification of capacitor allocation techniques. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Toronto, v. 15, n. 1, p. 387–392, Jan. 2000.
- NILSSON, N. E.; MERCURIO, J. Synchronous generator capability curve testing and evaluation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Toronto, v. 9, n. 1, p. 414–424, Aug. 2002.
- PADILHA, L. N. *Análise Comparativa de Estratégias para Regulação de Tensão em Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica na Presença de Geradores Distribuídos*. 2010. 143 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.
- PARK, J. Y.; SOHN, J. M.; PARK, J. K. Optimal capacitor allocation in a distribution system considering operation costs. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 24, n. 1, p. 462–468, Feb. 2009.
- PEREIRA, C. A. N. *Alocação Ótima de Reguladores de Tensão em Redes de Distribuição de Energia Elétrica*. 2009. 115 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2009.
- PEREIRA, C. A. N.; CASTRO, C. A. Optimal placement of voltage regulators in distribution systems. In: IN: IEEE BUCHAREST POWER TECH CONFERENCE, 2009, Bucharest. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2009. 5 p.
- PIRES, D. F.; MARTINS, A. G.; ANTUNES, C. H. A multiobjective model for var planning in radial distribution networks based on tabu search. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 20, n. 2, p. 1089–1094, May. 2005.
- PIZZALI, L. F. O. *Desempenho de Redes de Distribuição com Geradores Distribuídos*: 2006. 172 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2006.
- PONNAVAIKKO, M.; RAO, K. S. P. An approach to optimal distribution system planning through conductor gradation. *IEEE Trans. Power App Syst.*, PAS 101, n. 6, p. 1735–1742, Jun. 1982.

- QUEZADA, V.; ABBAD, J.; ROMÁN, T. Assessment of energy distribution losses for increasing penetration of distributed generation. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 21, n. 2, p. 533–540, May. 2011.
- QUINTANA, V.; TEMRAZ, H.; HIPEL, K. Two-stage power-system-distribution-planning algorithm. *IEE Proceedings of Generation, Transmission and Distribution*, Piscataway, v. 140, n. 1, p. 17–29, Jan. 1993.
- RAJU, M. R.; MURTHY, K. V. S. R.; RAVINDRA, K. Direct search algorithm for capacitive compensation in radial distribution systems. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, Brussels, v. 42, n. 1, p. 24–30, May. 2012.
- RAMÍREZ-ROSADO, I. J.; BERNAL-AUGUSTÍN, J. L. Genetic algorithms applied to the design of large power distribution system. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 13, n. 2, p. 696–703, May. 1998.
- RAO, S. R.; NARASIMHAMB, S.; RAMALINGARAJU, M. Optimal capacitor placement in a radial distribution system using plant growth simulation algorithm. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, Brussels, v. 33, n. 5, p. 1133–1139, Mar. 2011.
- REDDY, P.; REDDY, M. L.; SIVANAGARAJU, S.; RAJU, P. Optimal location of voltage regulators in unbalanced radial distribution system for loss minimization using particle swarm optimization. In: IEEE/2012 ADVANCES IN POWER CONVERSION AND ENERGY TECHNOLOGIES (APCET), 2012 INTERNATIONAL CONFERENCE ON AND EXHIBITION: ANDHRA PRADESH, 2012, Mylavaram. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2012. p. 1–6.
- RIDER, M. J.; PAUCAR, V. L.; GARCIA, A. V. Enhanced higher-order interior-point method to minimise active power losses in electric energy systems. *IEE Proceedings of Generation, Transmission and Distribution*, Piscataway, v. 151, n. 4, p. 517–525, Jul. 2004.
- RUEDA, A. C.; FRANCO, J. F.; RIDER, M. J. A mixed-integer linear programming approach for optimal type, size and allocation of distributed generation in radial distribution systems. *Electric Power Systems Research*, Lausanne, v. 97, p. 133–143, Apr. 2013.
- SAFIGIANNI, A. S.; SALIS, G. J. Optimum voltage regulator placement in a radial power distribution network. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 15, n. 2, p. 879–886, May. 2000.
- SAHOO, N. C.; GANGULY, S.; DAS, D. Multi-objective planning of electrical distribution systems incorporating sectionalizing switches and tie-lines using particle swarm optimization. *Swarm and Evolutionary Computation*, p. 15–32, 2012.
- SALAM, T. S. A.; CHIKHANI, A. Y.; HACKAM, R. A new technique for loss reduction using compensating capacitors applied to distribution systems with varying load condition. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Toronto, v. 9, n. 2, p. 819–827, Apr. 1994.
- SEGURA, S. *Alocação Ótima de Bancos de Capacitores em Sistemas de Distribuição Radial*. 2006. 138 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2006.

- SEGURA, S.; ROMERO, R.; RIDER, M. J. Efficient heuristic algorithm used for optimal capacitor placement in distribution systems. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, Brussels, v. 32, n. 1, p. 71–78, Jan. 2010.
- SHIRMOHAMMADI, D.; HONG, H. W.; SEMLYEN, A.; LUO, G. X. A compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 3, n. 2, p. 753–762, May. 1988.
- SILVA, I. da; CARNEIRO S., J.; OLIVEIRA, E. D.; COSTA, J. de S.; PEREIRA, J. L. R.; GARCIA, P. A heuristic constructive algorithm for capacitor placement on distribution systems. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 23, n. 4, p. 1619–1626, Nov. 2008.
- SINGH, S. P.; RAO, A. R. Optimal allocation of capacitors in distribution systems using particle swarm optimization. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, Brussels, v. 43, n. 1, p. 1267–1275, Dec. 2012.
- SOUZA, J.; RIDER, M. J.; MANTOVANI, J. R. S. Planejamento de sistemas de distribuição de energia elétrica através de um modelo de otimização clássica. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 43., 2011, Ubatuba. *Anais...* Rio de Janeiro: SOBRAPO, 2011.
- STOTT, B. Review of load-flow calculation methods. *IEE Proceedings of Generation, Transmission and Distribution*, Piscataway, v. 62, n. 7, p. 916–929, Jul. 1974.
- SUNDAHARARAJAN, S.; PAHWA, A. Optimal selection of capacitors for radial distribution systems using a genetic algorithm. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 9, n. 3, p. 1499–1507, Aug. 1994.
- SZUVOVIVSKI, I. *Alocação simultânea de bancos de capacitores e reguladores de tensão em sistemas de distribuição usando algoritmos genéticos e fluxo de potência ótimo*. 2008. 207 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008.
- SZUVOVIVSKI, I.; FERNANDES, T. S. P.; AOKI, A. R. Simultaneous allocation of capacitors and voltage regulators at distribution networks using genetic algorithms and optimal power flow. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, Brussels, v. 40, n. 1, p. 62–69, Sep. 2012.
- TORRES, G. L.; QUINTANA, V. H. An interior-point method for non-linear optimal power flow using voltage rectangular coordinates. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 3, n. 4, p. 1211–1218, 1998.
- TRAM, H.; WALL, D. L. Optimal conductor selection in planning radial distribution systems. *IEEE Transaction on Power Systems*, v. 3, n. 1, p. 200–206, Feb. 1988.
- VIAWAN, F.; KARLSSON, D. Voltage and reactive power control in systems with synchronous machine-based distributed generation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Toronto, v. 23, n. 2, p. 1079–1087, Apr. 2008.
- ZOU, K.; AGALGAONKAR, A.; MUTTAQI, K.; PERERA, S. Distribution system planning

with incorporating dg reactive capability and system uncertainties. *Sustainable Energy, IEEE Transactions on*, v. 3, n. 1, p. 112–123, Jun. 2012.

APÊNDICE A - TRABALHOS PUBLICADOS PELO AUTOR

Revistas Internacionais

1. R. R. GONÇALVES, R. R.; ALVES, R. P.; FRANCO, J. F.; RIDER, M. J. Operation planning of electrical systems using a mixed integer linear model. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, Heidelberg. ISSN 2195-3880. v. 24, n. 3, Jun. 2013.

Congressos Nacionais

1. R. R. GONÇALVES, R. R.; ALVES, R. P.; RIDER, M. J. Um modelo linear inteiro misto para o planejamento da operação de redes de distribuição de energia elétrica. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA - CBA, 19., 2012, Campina Grande. Anais... Campina Grande: Universidade Federal de Campina Grande, 2012.

APÊNDICE B - DADOS DE ALGUNS SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO TESTADOS

Neste apêndice são mostrados os dados dos cinco sistemas testes propostos utilizados no Capítulo 2; os dados do sistema de 42 nós utilizado no Capítulo 3, os dados dos sistemas testes de 70 nós e 136 nós usados no Capítulo 4 e os dados do sistema teste usado no Capítulo 5.

B.1 SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE 34 NÓS

Tabela 42 - Dados do sistema de distribuição de 34 nós

(continua)

Circuito				Carga no nó final j						
Inicial	Final	R_{ij}	X_{ij}	$P_{j,1}$	$P_{j,2}$	$P_{j,3}$	$Q_{j,1}$	$Q_{j,2}$	$Q_{j,3}$	\bar{I}_{ij}
i	j	Ω	Ω	kW	kW	kW	kVAr	kVAr	kVAr	A
1	2	0,1170	0,0480	391,000	230,000	138,000	242,25	142,500	85,200	1166
2	3	0,1073	0,0440	0,000	0,000	0,000	0,00	0,000	0,000	1113
3	4	0,1645	0,0457	391,000	230,000	138,000	242,25	142,500	85,200	1055
4	5	0,1495	0,0415	391,000	230,000	138,000	242,25	142,500	85,200	1002
5	6	0,1495	0,0415	0,000	0,000	0,000	0,00	0,000	0,000	946
6	7	0,3144	0,0540	0,000	0,000	0,000	0,00	0,000	0,000	323
7	8	0,2096	0,0360	391,000	230,000	138,000	242,25	142,500	85,200	267
8	9	0,3144	0,0540	391,000	230,000	138,000	242,25	142,500	85,200	210
9	10	0,2096	0,0360	0,000	0,000	0,000	0,00	0,000	0,000	152
10	11	0,1310	0,0225	391,000	230,000	138,000	242,25	142,500	85,200	93
11	12	0,1048	0,0180	232,900	137,000	82,200	142,80	84,000	50,400	35
3	13	0,1572	0,0270	122,400	72,000	43,200	76,50	45,000	27,000	55
13	14	0,2096	0,0360	122,400	72,000	43,200	76,50	45,000	27,000	38
14	15	0,1048	0,0180	122,400	72,000	43,200	76,50	45,000	27,000	21
15	16	0,0524	0,0090	22,9500	13,500	8,100	12,75	7,500	4,500	3
6	17	0,1794	0,0498	391,000	230,000	138,000	242,25	142,500	85,200	625
17	18	0,1645	0,0457	391,000	230,000	138,000	242,25	142,500	85,200	569
18	19	0,2079	0,0473	391,000	230,000	138,000	242,25	142,500	85,200	510
19	20	0,1890	0,0430	391,000	230,000	138,000	242,25	142,500	85,200	453
20	21	0,1890	0,0430	391,000	230,000	138,000	242,25	142,500	85,200	395
21	22	0,2620	0,0450	391,000	230,000	138,000	242,25	142,500	85,200	335
22	23	0,2620	0,0450	391,000	230,000	138,000	242,25	142,500	85,200	276
23	24	0,3144	0,0540	391,000	230,000	138,000	242,25	142,500	85,200	217
24	25	0,2096	0,0360	391,000	230,000	138,000	242,25	142,500	85,200	157
25	26	0,1310	0,0225	391,000	230,000	138,000	242,25	142,500	85,200	97

Tabela 42 - Dados do sistema de distribuição de 34 nós

(conclusão)

Circuito				Carga no nó final j						
Inicial	Final	R_{ij}	X_{ij}	$P_{j,1}$	$P_{j,2}$	$P_{j,3}$	$Q_{j,1}$	$Q_{j,2}$	$Q_{j,3}$	\bar{I}_{ij}
i	j	Ω	Ω	kW	kW	kW	kVAr	kVAr	kVAr	A
26	27	0,1048	0,0180	232,900	137,000	82,200	144,50	85,000	51,000	36
7	28	0,1572	0,0270	127,500	75,000	45,000	81,60	48,000	28,800	57
28	29	0,1572	0,0270	127,500	75,000	45,000	81,60	48,000	28,800	38
29	30	0,1572	0,0270	127,500	75,000	45,000	81,60	48,000	28,800	19
10	31	0,1572	0,0270	96,900	57,000	34,200	63,75	37,500	22,500	59
31	32	0,2096	0,0360	96,900	57,000	34,200	63,75	37,500	22,500	44
32	33	0,1572	0,0270	96,900	57,000	34,200	63,75	37,500	22,500	30
33	34	0,1048	0,0180	96,900	57,000	34,200	63,75	37,500	22,500	15

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

B.2 SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE 70 NÓS

Tabela 43 - Dados do sistema de distribuição de 70 nós

(continua)

Circuito				Carga no nó final j						
Inicial	Final	R_{ij}	X_{ij}	$P_{j,1}$	$P_{j,2}$	$P_{j,3}$	$Q_{j,1}$	$Q_{j,2}$	$Q_{j,3}$	\bar{I}_{ij}
i	j	Ω	Ω	kW	kW	kW	kVAr	kVAr	kVAr	A
1	2	0,0005	0,0012	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	491
2	3	0,0005	0,0012	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	491
3	4	0,0001	0,0001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	480
4	5	0,0015	0,0036	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	432
5	6	0,0251	0,0294	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	333
6	7	0,3660	0,1864	2,600	1,560	0,780	2,200	1,320	0,660	330
7	8	0,3811	0,1941	40,400	24,240	12,120	30,000	18,000	9,000	330
8	9	0,0922	0,0470	75,000	45,000	22,500	54,000	32,400	16,200	327
9	10	0,0493	0,0251	30,000	18,000	9,000	22,000	13,200	6,600	313
10	11	0,8190	0,2707	28,000	16,800	8,400	19,000	11,400	5,700	91
11	12	0,1872	0,0619	145,000	87,000	43,500	104,000	62,400	31,200	88
12	13	0,7114	0,2351	145,000	87,000	43,500	104,000	62,400	31,200	66
13	14	1,0300	0,3400	8,000	4,800	2,400	5,500	3,300	1,650	42
14	15	1,0440	0,3450	8,000	4,800	2,400	5,500	3,300	1,650	41
15	16	1,0580	0,3496	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	40
16	17	0,1966	0,0650	45,500	27,300	13,650	30,000	18,000	9,000	40
17	18	0,3744	0,1238	60,000	36,000	18,000	35,000	21,000	10,500	35
18	19	0,0047	0,0016	60,000	36,000	18,000	35,000	21,000	10,500	28
19	20	0,3276	0,1083	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	21
20	21	0,2106	0,0696	1,000	0,600	0,300	0,600	0,360	0,180	21
21	22	0,3416	0,1129	114,000	68,400	34,200	81,000	48,600	24,300	21
22	23	0,0140	0,0046	5,300	3,180	1,590	3,500	2,100	1,050	7

Tabela 43 - Dados do sistema de distribuição de 70 nós

(conclusão)										
Circuito				Carga no nó final j						
Inicial	Final	R_{ij}	X_{ij}	$P_{j,1}$	$P_{j,2}$	$P_{j,3}$	$Q_{j,1}$	$Q_{j,2}$	$Q_{j,3}$	\bar{I}_{ij}
i	j	Ω	Ω	kW	kW	kW	kVAr	kVAr	kVAr	A
64	65	0,7105	0,3619	227,000	136,200	68,100	162,000	97,200	48,600	37
65	66	1,0410	0,5302	59,000	35,400	17,700	42,000	25,200	12,600	8
12	67	0,2012	0,0611	18,000	10,800	5,400	13,000	7,800	3,900	4
67	68	0,0047	0,0014	18,000	10,800	5,400	13,000	7,800	3,900	2
13	69	0,7394	0,2444	28,000	16,800	8,400	20,000	12,000	6,000	7
69	70	0,0047	0,0016	28,000	16,800	8,400	20,000	12,000	6,000	3

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

B.3 SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE 136 NÓS

Tabela 44 - Dados do sistema de distribuição de 136 nós

(continua)										
Circuito				Carga no nó final j						
Inicial	Final	R_{ij}	X_{ij}	$P_{j,1}$	$P_{j,2}$	$P_{j,3}$	$Q_{j,1}$	$Q_{j,2}$	$Q_{j,3}$	\bar{I}_{ij}
i	j	Ω	Ω	kW	kW	kW	kVAr	kVAr	kVAr	A
1	2	0,0005	0,0012	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	491
2	3	0,0005	0,0012	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	491
3	4	0,0001	0,0001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	480
4	5	0,0015	0,0036	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	432
5	6	0,0251	0,0294	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	333
6	7	0,3660	0,1864	2,600	1,560	0,780	2,200	1,320	0,660	330
7	8	0,3811	0,1941	40,400	24,240	12,120	30,000	18,000	9,000	330
8	9	0,0922	0,0470	75,000	45,000	22,500	54,000	32,400	16,200	327
9	10	0,0493	0,0251	30,000	18,000	9,000	22,000	13,200	6,600	313
10	11	0,8190	0,2707	28,000	16,800	8,400	19,000	11,400	5,700	91
11	12	0,1872	0,0619	145,000	87,000	43,500	104,000	62,400	31,200	88
1	2	0,33205	0,76653	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	245
2	3	0,00188	0,00433	47,780	28,668	14,334	19,009	11,405	5,703	248
3	4	0,22340	0,51535	42,551	25,531	12,765	16,929	10,157	5,079	242
4	5	0,09943	0,22953	87,022	52,213	26,107	34,622	20,773	10,387	238
5	6	0,15571	0,35945	311,310	186,786	93,393	123,860	74,316	37,158	230
6	7	0,16321	0,37677	148,870	89,322	44,661	59,228	35,537	17,768	200
7	8	0,11444	0,26417	238,670	143,202	71,601	94,956	56,974	28,487	23
7	9	0,05675	0,05666	62,299	37,379	18,690	24,786	14,872	7,436	164
9	10	0,52124	0,27418	124,590	74,754	37,377	49,571	29,743	14,871	12
9	11	0,10877	0,10860	140,160	84,096	42,048	55,768	33,461	16,730	146
11	12	0,39803	0,20937	116,810	70,086	35,043	46,474	27,884	13,942	11
11	13	0,91744	0,31469	249,200	149,520	74,760	99,145	59,487	29,744	24
11	14	0,11823	0,11805	291,450	174,870	87,435	115,590	69,354	34,677	97

Tabela 44 - Dados do sistema de distribuição de 136 nós

(continuação)

Circuito		Carga no nó final j								
Inicial i	Final j	R_{ij} Ω	X_{ij} Ω	$P_{j,1}$ kW	$P_{j,2}$ kW	$P_{j,3}$ kW	$Q_{j,1}$ kVAr	$Q_{j,2}$ kVAr	$Q_{j,3}$ kVAr	\bar{I}_{ij} A
14	15	0,50228	0,26421	303,720	182,232	91,116	120,840	72,504	36,252	29
14	16	0,05675	0,05666	215,390	129,234	64,617	85,695	51,417	25,709	40
16	17	0,29379	0,15454	198,590	119,154	59,577	79,007	47,404	23,702	19
1	18	0,33205	0,76653	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	222
18	19	0,00188	0,00433	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	224
19	20	0,22324	0,51535	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	223
20	21	0,10881	0,25118	30,127	18,076	9,038	14,729	8,837	4,419	223
21	22	0,71078	0,37388	230,970	138,582	69,291	112,920	67,752	33,876	23
21	23	0,18197	0,42008	60,256	36,154	18,077	29,459	17,675	8,838	197
23	24	0,30326	0,15952	230,970	138,582	69,291	112,920	67,752	33,876	23
23	25	0,02439	0,05630	120,510	72,306	36,153	58,915	35,349	17,675	169
25	26	0,04502	0,10394	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	157
26	27	0,01876	0,04331	56,981	34,189	17,094	27,857	16,714	8,357	157
27	28	0,11823	0,11230	364,670	218,802	109,401	178,280	106,968	53,484	152
28	29	0,02365	0,02361	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	116
29	30	0,18954	0,09970	124,650	74,790	37,395	60,939	36,563	18,282	18
30	31	0,39803	0,20937	56,981	34,189	17,094	27,857	16,714	8,357	6
29	32	0,05675	0,05666	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	98
32	33	0,09477	0,04985	85,473	51,284	25,642	41,787	25,072	12,536	48
33	34	0,41699	0,21934	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	39
34	35	0,11372	0,05982	396,740	238,044	119,022	193,960	116,376	58,188	39
32	36	0,07566	0,07555	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	50
36	37	0,36960	0,19442	181,150	108,690	54,345	88,563	53,138	26,569	42
37	38	0,26536	0,13958	242,170	145,302	72,651	118,390	71,034	35,517	24
36	39	0,05675	0,05660	75,316	45,190	22,595	36,821	22,093	11,046	7
1	40	0,33205	0,76653	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	245
40	41	0,11819	0,27283	1,254	0,752	0,376	0,531	0,319	0,159	246
41	42	2,96288	1,01628	6,274	3,764	1,882	2,660	1,596	0,798	5
41	43	0,00188	0,00433	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	246
43	44	0,06941	0,16024	117,880	70,728	35,364	49,971	29,983	14,991	246
44	45	0,81502	0,42872	62,668	37,601	18,800	25,566	15,340	7,670	6
44	46	0,06378	0,14724	172,290	103,374	51,687	73,034	43,820	21,910	229
46	47	0,13132	0,30315	458,560	275,136	137,568	194,390	116,634	58,317	212
47	48	0,06191	0,14291	262,960	157,776	78,888	111,470	66,882	33,441	168
48	49	0,11444	0,26417	235,760	141,456	70,728	99,942	59,965	29,983	121
49	50	0,28374	0,28331	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	11
50	51	0,28374	0,28321	109,220	65,532	32,766	46,298	27,779	13,889	11
49	52	0,04502	0,10394	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	88
52	53	0,02626	0,06063	72,809	43,685	21,843	30,865	18,519	9,260	88
53	54	0,06003	0,13858	258,470	155,082	77,541	109,570	65,742	32,871	34
54	55	0,03002	0,06929	69,169	41,501	20,751	29,322	17,593	8,797	9

Tabela 44 - Dados do sistema de distribuição de 136 nós

(continuação)

Circuito		Carga no nó final j								
Inicial	Final	R_{ij}	X_{ij}	$P_{j,1}$	$P_{j,2}$	$P_{j,3}$	$Q_{j,1}$	$Q_{j,2}$	$Q_{j,3}$	\bar{I}_{ij}
i	j	Ω	Ω	kW	kW	kW	kVAr	kVAr	kVAr	A
55	56	0,02064	0,04764	21,843	13,106	6,553	9,260	5,556	2,778	2
53	57	0,10881	0,25118	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	47
57	58	0,25588	0,13460	20,527	12,316	6,158	8,702	5,221	2,611	47
58	59	0,41699	0,21934	150,550	90,330	45,165	63,819	38,291	19,146	45
59	60	0,50228	0,26421	220,690	132,414	66,207	93,552	56,131	28,066	30
60	61	0,33170	0,17448	92,384	55,430	27,715	39,163	23,498	11,749	9
61	62	0,20849	0,10967	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	5
48	63	0,13882	0,32047	226,690	136,014	68,007	96,098	57,659	28,829	22
1	64	0,00750	0,01732	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	147
64	65	0,27014	0,62362	294,020	176,412	88,206	116,970	70,182	35,091	147
65	66	0,38270	0,88346	83,015	49,809	24,905	33,028	19,817	9,908	119
66	67	0,33018	0,76220	83,015	49,809	24,905	33,028	19,817	9,908	111
67	68	0,32830	0,75787	103,770	62,262	31,131	41,285	24,771	12,386	104
68	69	0,17072	0,39409	176,410	105,846	52,923	70,184	42,110	21,055	94
69	70	0,55914	0,29412	83,015	49,809	24,905	33,028	19,817	9,908	8
69	71	0,05816	0,13425	217,920	130,752	65,376	86,698	52,019	26,009	69
71	72	0,70130	0,36890	23,294	13,976	6,988	9,267	5,560	2,780	3
72	73	1,02352	0,53839	5,075	3,045	1,523	2,019	1,211	0,606	5
71	74	0,06754	0,15591	72,638	43,583	21,791	28,899	17,339	8,670	46
74	75	1,32352	0,45397	405,990	243,594	121,797	161,520	96,912	48,456	39
1	76	0,01126	0,02598	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	159
76	77	0,72976	1,68464	100,180	60,108	30,054	42,468	25,481	12,740	157
77	78	0,22512	0,51968	142,520	85,512	42,756	60,417	36,250	18,125	148
78	79	0,20824	0,48071	96,042	57,625	28,813	40,713	24,428	12,214	135
79	80	0,04690	0,10827	300,450	180,270	90,135	127,370	76,422	38,211	126
80	81	0,61950	0,61857	141,240	84,744	42,372	59,873	35,924	17,962	97
81	82	0,34049	0,33998	279,850	167,910	83,955	118,630	71,178	35,589	83
82	83	0,56862	0,29911	87,312	52,387	26,194	37,013	22,208	11,104	8
82	84	0,10877	0,10860	243,850	146,310	73,155	103,370	62,022	31,011	48
84	85	0,56862	0,29911	247,750	148,650	74,325	105,030	63,018	31,509	24
1	86	0,01126	0,02598	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	266
86	87	0,41835	0,96575	89,878	53,927	26,963	38,101	22,861	11,430	263
87	88	0,10499	0,13641	1137,300	682,380	341,190	482,110	289,266	144,633	109
87	89	0,43898	1,01338	458,340	275,004	137,502	194,300	116,580	58,290	147
89	90	0,07520	0,02579	385,200	231,120	115,560	163,290	97,974	48,987	104
90	91	0,07692	0,17756	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	67
91	92	0,33205	0,76653	79,608	47,765	23,882	33,747	20,248	10,124	67
92	93	0,08442	0,19488	87,312	52,387	26,194	37,013	22,208	11,104	59
93	94	0,13320	0,30748	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	51
94	95	0,29320	0,29276	74,001	44,401	22,200	31,370	18,822	9,411	43
95	96	0,21753	0,21721	232,050	139,230	69,615	98,369	59,021	29,511	36

Tabela 44 - Dados do sistema de distribuição de 136 nós

(conclusão)

Circuito		Carga no nó final j								
Inicial	Final	R_{ij}	X_{ij}	$P_{j,1}$	$P_{j,2}$	$P_{j,3}$	$Q_{j,1}$	$Q_{j,2}$	$Q_{j,3}$	\bar{T}_{ij}
i	j	Ω	Ω	kW	kW	kW	kVAr	kVAr	kVAr	A
96	97	0,26482	0,26443	141,820	85,092	42,546	60,119	36,071	18,036	14
94	98	0,10318	0,23819	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	7
98	99	0,13507	0,31181	76,449	45,869	22,935	32,408	19,445	9,722	7
1	100	0,00938	0,02165	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	298
100	101	0,16884	0,38976	51,322	30,793	15,397	21,756	13,054	6,527	296
101	102	0,11819	0,27283	59,874	35,924	17,962	25,381	15,229	7,614	292
102	103	2,28608	0,78414	9,065	5,439	2,720	3,843	2,306	1,153	1
102	104	0,45587	1,05236	2,092	1,255	0,628	0,887	0,532	0,266	282
104	105	0,69600	1,60669	16,735	10,041	5,021	7,094	4,256	2,128	280
105	106	0,45774	1,05669	1506,500	903,900	451,950	638,630	383,178	191,589	265
106	107	0,20298	0,26373	313,020	187,812	93,906	132,690	79,614	39,807	117
107	108	0,21348	0,27737	79,831	47,899	23,949	33,842	20,305	10,153	86
108	109	0,54967	0,28914	51,322	30,793	15,397	21,756	13,054	6,527	46
109	110	0,54019	0,28415	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	25
108	111	0,04550	0,05911	202,440	121,464	60,732	85,815	51,489	25,745	31
111	112	0,47385	0,24926	60,823	36,494	18,247	25,874	15,524	7,762	11
112	113	0,86241	0,45364	45,618	27,371	13,685	19,338	11,603	5,801	5
113	114	0,56862	0,29911	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	10
109	115	0,77711	0,40878	157,070	94,242	47,121	66,584	39,950	19,975	16
115	116	1,08038	0,56830	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	10
110	117	1,06633	0,57827	250,150	150,090	75,045	106,040	63,624	31,812	25
117	118	0,47385	0,24926	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	10
105	119	0,32267	0,74488	68,809	41,285	20,643	28,593	17,156	8,578	16
119	120	0,14633	0,33779	32,072	19,243	9,622	13,596	8,158	4,079	9
120	121	0,12382	0,28583	61,084	36,650	18,325	25,894	15,536	7,768	6
1	122	0,01126	0,02598	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	198
122	123	0,64910	1,49842	94,622	56,773	28,387	46,260	27,756	13,878	195
123	124	0,04502	0,10394	49,858	29,915	14,957	24,375	14,625	7,313	188
124	125	0,52640	0,18056	123,160	73,896	36,948	60,214	36,128	18,064	12
124	126	0,02064	0,04764	78,350	47,010	23,505	38,304	22,982	11,491	172
126	127	0,53071	0,27917	145,480	87,288	43,644	71,121	42,673	21,336	14
126	128	0,09755	0,22520	21,369	12,821	6,411	10,447	6,268	3,134	149
128	129	0,11819	0,27283	74,789	44,873	22,437	36,564	21,938	10,969	7
128	130	0,13882	0,32047	227,930	136,758	68,379	111,430	66,858	33,429	140
130	131	0,04315	0,09961	35,614	21,368	10,684	17,411	10,447	5,223	118
131	132	0,09192	0,21220	249,290	149,574	74,787	121,880	73,128	36,564	114
132	133	0,16134	0,37244	316,720	190,032	95,016	154,840	92,904	46,452	89
133	134	0,37832	0,37775	333,820	200,292	100,146	163,200	97,920	48,960	58
134	135	0,39724	0,39664	249,290	149,574	74,787	121,880	73,128	36,564	25
135	136	0,29320	0,29276	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	10

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

B.4 SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE 202 NÓS

Tabela 45 - Dados do sistema de distribuição de 202 nós

(continua)

Circuito		Carga no nó final j								\bar{I}_{ij} A
Inicial i	Final j	R_{ij} Ω	X_{ij} Ω	$P_{j,1}$ kW	$P_{j,2}$ kW	$P_{j,3}$ kW	$Q_{j,1}$ kVAr	$Q_{j,2}$ kVAr	$Q_{j,3}$ kVAr	
1	2	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2061
2	3	0,01883	0,04232	95,625	57,375	38,250	59,250	35,550	23,700	2061
3	4	0,06591	0,14812	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2051
4	5	0,03766	0,08464	159,375	95,625	63,750	98,750	59,250	39,500	2051
5	6	0,01883	0,04232	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2034
6	7	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2034
7	8	0,01883	0,04232	95,625	57,375	38,250	59,250	35,550	23,700	2034
8	9	0,01695	0,03809	238,000	142,800	95,200	147,475	88,485	58,990	2024
9	10	0,01883	0,04232	159,375	95,625	63,750	98,750	59,250	39,500	1998
10	11	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	137
11	12	0,05935	0,04654	1275,000	765,000	510,000	790,050	474,030	316,020	137
10	13	0,01883	0,04232	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1689
13	14	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1689
10	15	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	155
15	16	0,04671	0,02445	159,375	95,625	63,750	98,750	59,250	39,500	155
16	17	0,09341	0,04890	318,750	191,250	127,500	197,525	118,515	79,010	138
17	18	0,07473	0,03912	159,375	95,625	63,750	98,750	59,250	39,500	17
17	19	0,18682	0,09780	159,375	95,625	63,750	98,750	59,250	39,500	86
19	20	0,07473	0,03912	637,500	382,500	255,000	395,025	237,015	158,010	69
14	21	0,03766	0,08464	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1689
21	22	0,04143	0,09310	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1689
22	23	0,00001	0,00001	637,500	382,500	255,000	395,025	237,015	158,010	1689
23	24	0,00659	0,01481	637,500	382,500	255,000	395,025	237,015	158,010	1619
24	25	0,00659	0,01481	956,250	573,750	382,500	592,550	355,530	237,020	1548
25	26	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1137
26	27	0,02448	0,05502	478,125	286,875	191,250	296,275	177,765	118,510	1137
25	28	0,00000	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	305
28	29	0,06539	0,03423	127,500	76,500	51,000	79,000	47,400	31,600	305
29	30	0,04671	0,02445	239,075	143,445	95,630	148,125	88,875	59,250	247
30	31	0,04671	0,02445	239,075	143,445	95,630	148,125	88,875	59,250	221
31	32	0,04671	0,02445	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	194
32	33	0,05942	0,02026	876,575	525,945	350,630	543,150	325,890	217,260	97
32	34	0,08912	0,03039	876,575	525,945	350,630	543,150	325,890	217,260	97
29	35	0,09341	0,04890	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	44
35	36	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	18
36	37	0,03736	0,01956	159,375	95,625	63,750	98,750	59,250	39,500	18
35	38	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	26
38	39	0,03736	0,01956	239,075	143,445	95,630	148,125	88,875	59,250	26

Tabela 45 - Dados do sistema de distribuição de 202 nós

(continuação)										
Circuito				Carga no nó final j						
Inicial	Final	R_{ij}	X_{ij}	$P_{j,1}$	$P_{j,2}$	$P_{j,3}$	$Q_{j,1}$	$Q_{j,2}$	$Q_{j,3}$	\bar{I}_{ij}
i	j	Ω	Ω	kW	kW	kW	kVAr	kVAr	kVAr	A
27	40	0,00942	0,02116	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1084
40	41	0,03714	0,01266	637,500	382,500	255,000	395,025	237,015	158,010	71
40	42	0,00942	0,02116	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1014
42	43	0,00942	0,02116	478,125	286,875	191,250	296,275	177,765	118,510	828
43	44	0,00942	0,02116	239,075	143,445	95,630	148,125	88,875	59,250	774
42	45	0,05942	0,02026	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	186
45	46	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	18
46	47	0,03714	0,01266	159,375	95,625	63,750	98,750	59,250	39,500	18
45	48	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	168
48	49	0,03714	0,01266	1514,075	908,445	605,630	938,175	562,905	375,270	168
44	50	0,01412	0,03174	1434,375	860,625	573,750	888,800	533,280	355,520	748
50	51	0,01318	0,02962	478,125	286,875	191,250	296,275	177,765	118,510	588
51	52	0,01130	0,02539	637,500	382,500	255,000	395,025	237,015	158,010	535
52	53	0,01130	0,02539	1912,500	1147,500	765,000	1185,075	711,045	474,030	463
53	54	0,01130	0,02539	637,500	382,500	255,000	395,025	237,015	158,010	250
54	55	0,01130	0,02539	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	178
55	56	0,07427	0,02533	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	178
56	57	0,00001	0,00001	796,875	478,125	318,750	493,775	296,265	197,510	178
57	58	0,10398	0,03546	796,875	478,125	318,750	493,775	296,265	197,510	89
1	59	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2916
59	60	0,01597	0,04095	63,750	38,250	25,500	39,500	23,700	15,800	2916
60	61	0,09901	0,25389	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2909
61	62	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2909
62	63	0,04152	0,10647	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2909
63	64	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2845
63	65	0,01916	0,04914	239,075	143,445	95,630	148,125	88,875	59,250	64
65	66	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	38
66	67	0,01597	0,04095	95,625	57,375	38,250	59,250	35,550	23,700	38
67	68	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	28
68	69	0,13369	0,04559	255,000	153,000	102,000	158,000	94,800	63,200	28
64	70	0,01883	0,04232	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2845
70	71	0,11141	0,03799	223,125	133,875	89,250	138,250	82,950	55,300	25
70	72	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	11
72	73	0,13369	0,04559	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	11
73	74	0,08170	0,02786	95,625	57,375	38,250	59,250	35,550	23,700	11
70	75	0,02071	0,04655	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2810
75	76	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	141
76	77	0,16339	0,05572	1275,000	765,000	510,000	790,050	474,030	316,020	141
75	78	0,01130	0,02539	1487,500	892,500	595,000	921,725	553,035	368,690	2668
78	79	0,00753	0,01693	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2503
79	80	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	98

Tabela 45 - Dados do sistema de distribuição de 202 nós

(continuação)

Circuito		Carga no nó final j								
Inicial	Final	R_{ij}	X_{ij}	$P_{j,1}$	$P_{j,2}$	$P_{j,3}$	$Q_{j,1}$	$Q_{j,2}$	$Q_{j,3}$	\bar{I}_{ij}
i	j	Ω	Ω	kW	kW	kW	kVAr	kVAr	kVAr	A
79	81	0,00942	0,02116	956,250	573,750	382,500	592,550	355,530	237,020	2058
81	82	0,01130	0,02539	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1952
80	83	0,12626	0,04305	876,575	525,945	350,630	543,150	325,890	217,260	98
82	84	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1952
84	85	0,01318	0,02962	95,625	57,375	38,250	59,250	35,550	23,700	11
84	86	0,00471	0,01058	637,500	382,500	255,000	395,025	237,015	158,010	1941
86	87	0,00565	0,01270	1115,625	669,375	446,250	691,300	414,780	276,520	1869
87	88	0,00942	0,02116	956,250	573,750	382,500	592,550	355,530	237,020	1744
79	89	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	347
89	90	0,17825	0,06078	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	347
90	91	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	27
91	92	0,11141	0,03799	239,075	143,445	95,630	148,125	88,875	59,250	27
90	93	0,00001	0,00001	478,125	286,875	191,250	296,275	177,765	118,510	320
93	94	0,05605	0,02792	541,875	325,125	216,750	335,775	201,465	134,310	266
94	95	0,02802	0,01396	239,075	143,445	95,630	148,125	88,875	59,250	206
95	96	0,02802	0,01396	478,125	286,875	191,250	296,275	177,765	118,510	179
96	97	0,02802	0,01396	159,375	95,625	63,750	98,750	59,250	39,500	125
97	98	0,05138	0,02560	956,250	573,750	382,500	592,550	355,530	237,020	107
88	99	0,02071	0,04655	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1636
99	100	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1636
100	101	0,01412	0,03174	159,375	95,625	63,750	98,750	59,250	39,500	18
100	102	0,00565	0,01270	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1618
102	103	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	18
103	104	0,07427	0,02533	159,375	95,625	63,750	98,750	59,250	39,500	18
102	105	0,00471	0,01058	318,750	191,250	127,500	197,525	118,515	79,010	1534
105	106	0,00565	0,01270	239,075	143,445	95,630	148,125	88,875	59,250	1498
102	107	0,00659	0,01481	265,625	159,375	106,250	164,600	98,760	65,840	66
107	108	0,01036	0,02328	318,750	191,250	127,500	197,525	118,515	79,010	36
106	109	0,01130	0,02539	239,075	143,445	95,630	148,125	88,875	59,250	1470
109	110	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1443
110	111	0,00753	0,01693	318,750	191,250	127,500	197,525	118,515	79,010	1443
111	112	0,00753	0,01693	318,750	191,250	127,500	197,525	118,515	79,010	1407
112	113	0,00753	0,01693	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1371
113	114	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	18
113	115	0,00565	0,01270	796,875	478,125	318,750	493,775	296,265	197,510	319
115	116	0,00753	0,01693	876,575	525,945	350,630	543,150	325,890	217,260	228
116	117	0,00942	0,02116	1115,625	669,375	446,250	691,300	414,780	276,520	128
114	118	0,05199	0,01773	159,375	95,625	63,750	98,750	59,250	39,500	18
113	119	0,00753	0,01693	318,750	191,250	127,500	197,525	118,515	79,010	1033
119	120	0,00753	0,01693	159,375	95,625	63,750	98,750	59,250	39,500	997
120	121	0,00659	0,01481	956,250	573,750	382,500	592,550	355,530	237,020	978

Tabela 45 - Dados do sistema de distribuição de 202 nós

(continuação)

Circuito				Carga no nó final j						
Inicial	Final	R_{ij}	X_{ij}	$P_{j,1}$	$P_{j,2}$	$P_{j,3}$	$Q_{j,1}$	$Q_{j,2}$	$Q_{j,3}$	\bar{I}_{ij}
i	j	Ω	Ω	kW	kW	kW	kVAr	kVAr	kVAr	A
121	122	0,00565	0,01270	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	869
122	123	0,00001	0,00001	191,250	114,750	76,500	118,500	71,100	47,400	95
122	124	0,00001	0,00001	637,500	382,500	255,000	395,025	237,015	158,010	774
124	125	0,01506	0,03386	478,125	286,875	191,250	296,275	177,765	118,510	700
123	126	0,06539	0,03003	637,500	382,500	255,000	395,025	237,015	158,010	73
125	127	0,00942	0,02116	584,375	350,625	233,750	362,100	217,260	144,840	646
127	128	0,00942	0,02116	1434,375	860,625	573,750	888,800	533,280	355,520	165
127	129	0,01506	0,03386	690,625	414,375	276,250	427,950	256,770	171,180	413
129	130	0,01318	0,02962	637,500	382,500	255,000	395,025	237,015	158,010	334
130	131	0,01318	0,02962	982,825	589,695	393,130	609,000	365,400	243,600	260
131	132	0,01695	0,03809	1275,000	765,000	510,000	790,050	474,030	316,020	147
1	133	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2806
133	134	0,06967	0,15658	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2806
134	135	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2806
135	136	0,01506	0,03386	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2806
136	137	0,06026	0,13542	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2806
137	138	0,00942	0,02116	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0
137	139	0,00001	0,00001	159,375	95,625	63,750	98,750	59,250	39,500	2746
139	140	0,02071	0,04655	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2729
140	141	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	17
140	142	0,00942	0,02116	95,625	57,375	38,250	59,250	35,550	23,700	2711
142	143	0,00565	0,01270	95,625	57,375	38,250	59,250	35,550	23,700	2701
141	144	0,02802	0,01467	159,375	95,625	63,750	98,750	59,250	39,500	17
137	145	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	60
145	146	0,07473	0,03912	159,375	95,625	63,750	98,750	59,250	39,500	60
146	147	0,05605	0,02934	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	26
147	148	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	26
148	149	0,03736	0,01956	239,075	143,445	95,630	148,125	88,875	59,250	26
146	150	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	17
150	151	0,04671	0,02445	159,375	95,625	63,750	98,750	59,250	39,500	17
143	152	0,00565	0,01270	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2690
152	153	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	17
152	154	0,00565	0,01270	159,375	95,625	63,750	98,750	59,250	39,500	2673
154	155	0,00565	0,01270	531,250	318,750	212,500	329,200	197,520	131,680	2656
155	156	0,00565	0,01270	159,375	95,625	63,750	98,750	59,250	39,500	2597
153	157	0,03736	0,01956	159,375	95,625	63,750	98,750	59,250	39,500	17
156	158	0,00565	0,01270	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2580
158	159	0,02802	0,01467	159,375	95,625	63,750	98,750	59,250	39,500	28
159	160	0,04671	0,02445	95,625	57,375	38,250	59,250	35,550	23,700	11
158	161	0,00942	0,02116	159,375	95,625	63,750	98,750	59,250	39,500	2551

Tabela 45 - Dados do sistema de distribuição de 202 nós

(conclusão)

Circuito		Carga no nó final j								\bar{I}_{ij} A
Inicial i	Final j	R_{ij} Ω	X_{ij} Ω	$P_{j,1}$ kW	$P_{j,2}$ kW	$P_{j,3}$ kW	$Q_{j,1}$ kVAr	$Q_{j,2}$ kVAr	$Q_{j,3}$ kVAr	
161	162	0,01130	0,02539	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2534
162	163	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2534
163	164	0,00001	0,00001	239,075	143,445	95,630	148,125	88,875	59,250	2534
164	165	0,01883	0,04232	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2507
165	166	0,00000	0,00000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	169
165	167	0,00565	0,01270	1115,625	669,375	446,250	691,300	414,780	276,520	2338
167	168	0,00565	0,01270	478,125	286,875	191,250	296,275	177,765	118,510	2213
168	169	0,00753	0,01693	637,500	382,500	255,000	395,025	237,015	158,010	2159
166	170	0,06539	0,03423	1514,075	908,445	605,630	938,175	562,905	375,270	169
169	171	0,00001	0,00001	159,375	95,625	63,750	98,750	59,250	39,500	2087
171	172	0,07122	0,05585	318,750	191,250	127,500	197,525	118,515	79,010	36
171	173	0,00942	0,02116	159,375	95,625	63,750	98,750	59,250	39,500	2034
173	174	0,00942	0,02116	478,125	286,875	191,250	296,275	177,765	118,510	2016
174	175	0,00942	0,02116	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1962
175	176	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	59
176	177	0,07473	0,03912	520,625	312,375	208,250	322,600	193,560	129,040	59
175	178	0,00377	0,00846	478,125	286,875	191,250	296,275	177,765	118,510	1903
178	179	0,00377	0,00846	318,750	191,250	127,500	197,525	118,515	79,010	1848
179	180	0,00565	0,01270	318,750	191,250	127,500	197,525	118,515	79,010	1812
180	181	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1776
181	182	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	36
181	183	0,04671	0,02445	637,500	382,500	255,000	395,025	237,015	158,010	73
182	184	0,06072	0,03179	318,750	191,250	127,500	197,525	118,515	79,010	36
181	185	0,00565	0,01270	2125,000	1275,000	850,000	1316,750	790,050	526,700	1667
185	186	0,00565	0,01270	318,750	191,250	127,500	197,525	118,515	79,010	1425
186	187	0,00565	0,01270	1275,000	765,000	510,000	790,050	474,030	316,020	1389
187	188	0,00565	0,01270	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1243
188	189	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	128
188	190	0,00001	0,00001	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	55
190	191	0,03858	0,03025	478,125	286,875	191,250	296,275	177,765	118,510	55
189	192	0,05045	0,03956	1120,950	672,570	448,380	694,575	416,745	277,830	128
188	193	0,02260	0,05078	637,500	382,500	255,000	395,025	237,015	158,010	1060
193	194	0,06539	0,03423	1275,000	765,000	510,000	790,050	474,030	316,020	146
193	195	0,04671	0,02445	956,250	573,750	382,500	592,550	355,530	237,020	675
195	196	0,04671	0,02445	637,500	382,500	255,000	395,025	237,015	158,010	565
196	197	0,04671	0,02445	478,125	286,875	191,250	296,275	177,765	118,510	491
193	198	0,00942	0,02116	1115,625	669,375	446,250	691,300	414,780	276,520	166
198	199	0,00942	0,02116	334,700	200,820	133,880	207,400	124,440	82,960	38
197	200	0,04671	0,02445	239,075	143,445	95,630	148,125	88,875	59,250	436
200	201	0,11209	0,05868	956,250	573,750	382,500	592,550	355,530	237,020	111
200	202	0,09341	0,04890	2575,500	1545,300	1030,200	1595,900	957,540	638,360	298

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

(continuação)

Circuito				Carga no nó final j						
Inicial	Final	R_{ij}	X_{ij}	$P_{j,1}$	$P_{j,2}$	$P_{j,3}$	$Q_{j,1}$	$Q_{j,2}$	$Q_{j,3}$	\bar{I}_{ij}
i	j	Ω	Ω	kW	kW	kW	kVAr	kVAr	kVAr	A
39	40	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
40	41	0,0331	0,0109	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
41	42	0,0305	0,0101	69,000	41,400	20,700	29,250	17,550	8,775	9
28	43	0,0339	0,0112	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
43	44	0,0305	0,0101	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
44	45	0,0309	0,0102	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
45	46	0,0309	0,0102	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
46	47	0,0326	0,0107	41,400	24,840	12,400	17,550	10,530	5,265	6
28	48	0,0331	0,0109	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	22
48	49	0,0294	0,0097	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	22
49	50	0,0305	0,0101	69,000	41,400	20,700	29,250	17,550	8,775	22
50	51	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	14
51	52	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	14
52	53	0,0331	0,0109	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	14
53	54	0,0339	0,0112	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	14
54	55	0,0339	0,0112	69,000	41,400	20,700	29,250	17,550	8,775	14
55	56	0,0422	0,0139	41,400	24,840	12,420	17,550	10,530	5,265	6
36	57	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	340
57	58	0,0339	0,0112	103,500	62,100	31,050	43,880	26,320	13,160	340
58	59	0,0420	0,0139	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	328
59	60	0,0441	0,0146	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	328
60	61	0,0284	0,0094	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	41
61	62	0,0305	0,0101	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	41
62	63	0,0331	0,0109	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	41
63	64	0,0326	0,0107	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	41
64	65	0,0284	0,0094	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	41
65	66	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
66	67	0,0305	0,0101	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
67	68	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
68	69	0,0284	0,0094	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
69	70	0,0326	0,0107	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
70	71	0,0441	0,0146	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
71	72	0,0420	0,0139	41,400	24,840	12,420	17,550	10,530	5,265	6
65	73	0,0339	0,0112	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	37
73	74	0,0331	0,0109	27,600	16,560	8,280	11,700	7,020	3,510	37
74	75	0,0309	0,0102	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	33
75	76	0,0294	0,0097	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	33
76	77	0,0368	0,0121	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	33
77	78	0,0347	0,0114	69,000	41,400	20,700	29,250	17,550	8,775	33
78	79	0,0305	0,0101	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	25
79	80	0,0347	0,0114	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	25

Tabela 46 - Dados do sistema de distribuição de 400 nós

(continuação)										
Circuito				Carga no nó final j						
Inicial	Final	R_{ij}	X_{ij}	$P_{j,1}$	$P_{j,2}$	$P_{j,3}$	$Q_{j,1}$	$Q_{j,2}$	$Q_{j,3}$	\bar{I}_{ij}
i	j	Ω	Ω	kW	kW	kW	kVAr	kVAr	kVAr	A
80	81	0,0422	0,0139	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	25
81	82	0,0326	0,0107	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	25
82	83	0,0284	0,0094	69,000	41,400	20,700	29,250	17,550	8,775	25
83	84	0,0326	0,0107	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	17
84	85	0,0441	0,0146	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	17
85	86	0,0420	0,0139	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	17
86	87	0,0378	0,0125	69,000	41,400	20,700	29,250	17,550	8,775	17
87	88	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
88	89	0,0284	0,0094	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
89	90	0,0309	0,0102	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
90	91	0,0294	0,0097	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
91	92	0,0368	0,0121	69,000	41,400	20,700	29,250	17,550	8,775	9
60	93	0,0326	0,0107	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	287
93	94	0,0339	0,0112	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	287
94	95	0,0331	0,0109	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	287
95	96	0,0326	0,0107	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	287
96	97	0,0284	0,0094	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	287
97	98	0,0368	0,0121	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
98	99	0,0368	0,0121	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
99	100	0,0441	0,0146	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
100	101	0,0294	0,0097	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
101	102	0,0309	0,0102	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
102	103	0,0284	0,0094	41,400	24,840	12,420	17,550	10,530	5,265	6
97	104	0,0326	0,0107	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	283
104	105	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	283
105	106	0,0331	0,0109	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	283
106	107	0,0331	0,0109	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	283
107	108	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	21
108	109	0,0339	0,0112	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	21
109	110	0,0331	0,0109	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	21
110	111	0,0305	0,0101	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	21
111	112	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	21
112	113	0,0378	0,0125	103,500	62,100	31,050	43,880	26,320	13,160	21
113	114	0,0284	0,0094	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
114	115	0,0420	0,0139	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
115	116	0,0441	0,0146	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
116	117	0,0326	0,0107	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
117	118	0,0284	0,0094	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
118	119	0,0347	0,0114	69,000	41,400	20,700	29,250	17,550	8,775	9
107	120	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	13
120	121	0,0368	0,0121	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	13

(continuação)

Circuito				Carga no nó final j						
Inicial	Final	R_{ij}	X_{ij}	$P_{j,1}$	$P_{j,2}$	$P_{j,3}$	$Q_{j,1}$	$Q_{j,2}$	$Q_{j,3}$	\bar{I}_{ij}
i	j	Ω	Ω	kW	kW	kW	kVAr	kVAr	kVAr	A
121	122	0,0347	0,0114	103,500	62,100	31,050	43,880	26,320	13,160	13
107	123	0,0305	0,0101	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	250
123	124	0,0305	0,0101	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	250
124	125	0,0331	0,0109	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	250
125	126	0,0339	0,0112	69,000	41,400	20,700	29,250	17,550	8,775	250
126	127	0,0347	0,0114	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	242
127	128	0,0368	0,0121	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	242
128	129	0,0284	0,0094	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	242
129	130	0,0326	0,0107	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	242
130	131	0,0378	0,0125	41,400	24,840	12,420	17,550	10,530	5,265	6
130	132	0,0441	0,0146	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	237
132	133	0,0326	0,0107	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	237
133	134	0,0441	0,0146	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	237
134	135	0,0420	0,0139	41,400	24,840	12,420	17,550	10,530	5,265	237
135	136	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	232
136	137	0,0420	0,0139	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	232
137	138	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	232
138	139	0,0347	0,0114	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	232
139	140	0,0368	0,0121	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	61
140	141	0,0331	0,0109	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	61
141	142	0,0422	0,0139	27,600	16,560	8,280	11,700	7,020	3,510	61
142	143	0,0305	0,0101	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	58
143	144	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	58
144	145	0,0441	0,0146	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	58
145	146	0,0339	0,0112	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	58
146	147	0,0420	0,0139	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	58
147	148	0,0305	0,0101	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	58
148	149	0,0305	0,0101	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
149	150	0,0642	0,0138	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
150	151	0,0463	0,0100	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
151	152	0,0503	0,0108	69,000	41,400	20,700	29,250	17,550	8,775	9
148	153	0,0284	0,0094	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	49
153	154	0,0368	0,0121	13,800	8,280	4,140	5,850	3,510	1,755	49
154	155	0,0347	0,0114	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	48
155	156	0,0441	0,0146	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	48
156	157	0,0495	0,0107	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	48
157	158	0,0575	0,0124	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	48
158	159	0,0575	0,0124	391,000	234,60	117,300	165,700	99,450	49,720	48
139	160	0,0294	0,0097	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	172
160	161	0,0284	0,0094	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	172
161	162	0,0441	0,0146	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	172

Tabela 46 - Dados do sistema de distribuição de 400 nós

(continuação)

Circuito		Carga no nó final j								\bar{I}_{ij} A
Inicial i	Final j	R_{ij} Ω	X_{ij} Ω	$P_{j,1}$ kW	$P_{j,2}$ kW	$P_{j,3}$ kW	$Q_{j,1}$ kVAr	$Q_{j,2}$ kVAr	$Q_{j,3}$ kVAr	
162	163	0,0326	0,0107	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	172
163	164	0,0420	0,0139	46,000	27,600	13,800	19,500	11,700	5,850	172
164	165	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	167
165	166	0,0331	0,0109	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	167
166	167	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	19
167	168	0,0422	0,0139	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	19
168	169	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	19
169	170	0,0441	0,0146	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	14
170	171	0,0305	0,0101	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	14
171	172	0,0642	0,0138	69,000	41,400	20,700	29,250	17,550	8,775	9
171	173	0,0516	0,0111	41,400	24,840	12,420	17,550	10,530	5,265	6
169	174	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
174	175	0,0331	0,0109	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
175	176	0,0294	0,0097	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
176	177	0,0326	0,0107	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
177	178	0,0284	0,0094	41,400	24,840	12,420	17,550	10,530	5,265	6
166	179	0,0305	0,0101	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	148
179	180	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	148
180	181	0,0331	0,0109	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	148
181	182	0,0305	0,0101	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	148
182	183	0,0339	0,0112	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	148
183	184	0,0294	0,0097	41,400	24,840	12,420	17,550	10,530	5,265	6
183	185	0,0347	0,0114	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	14
185	186	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	14
186	187	0,0339	0,0112	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	14
187	188	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	14
188	189	0,0294	0,0097	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	14
189	190	0,0284	0,0094	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	14
190	191	0,0422	0,0139	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	14
191	192	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	14
192	193	0,0331	0,0109	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	14
193	194	0,0331	0,0109	9,200	5,520	2,760	3,900	2,340	1,170	14
194	195	0,0284	0,0094	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	13
195	196	0,0326	0,0107	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	13
196	197	0,0642	0,0138	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	13
197	198	0,0431	0,0093	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	13
198	199	0,0559	0,0120	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	4
199	200	0,0516	0,0111	27,600	16,560	8,280	11,700	7,020	3,510	4
198	201	0,0516	0,0111	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
201	202	0,0503	0,0108	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
202	203	0,0326	0,0107	69,000	41,400	20,700	29,250	17,550	8,775	9

Tabela 46 - Dados do sistema de distribuição de 400 nós

(continuação)										
Circuito				Carga no nó final j						
Inicial	Final	R_{ij}	X_{ij}	$P_{j,1}$	$P_{j,2}$	$P_{j,3}$	$Q_{j,1}$	$Q_{j,2}$	$Q_{j,3}$	\bar{I}_{ij}
i	j	Ω	Ω	kW	kW	kW	kVAr	kVAr	kVAr	A
244	245	0,0995	0,0131	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	16
245	246	0,0799	0,0105	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	16
246	247	0,0816	0,0108	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	16
247	248	0,0668	0,0088	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
248	249	0,1039	0,0137	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1
249	250	0,0799	0,0105	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1
250	251	0,0779	0,0103	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1
248	252	0,0767	0,0101	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
252	253	0,0995	0,0131	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
253	254	0,0891	0,0117	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
254	255	0,0717	0,0095	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
255	256	0,0891	0,0117	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
256	257	0,0779	0,0103	41,400	24,840	12,420	17,550	10,530	5,265	6
247	258	0,0891	0,0117	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	11
258	259	0,0575	0,0124	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	11
259	260	0,0463	0,0100	41,400	24,840	12,420	17,550	10,530	5,265	6
259	261	0,0575	0,0124	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
261	262	0,0995	0,0131	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
262	263	0,0799	0,0105	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
263	264	0,0767	0,0101	41,400	24,840	12,420	17,550	10,530	5,265	6
263	265	0,0799	0,0105	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1
265	266	0,0891	0,0117	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1
266	267	0,0866	0,0114	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1
267	268	0,0816	0,0108	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1
228	269	0,0368	0,0121	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	110
269	270	0,0339	0,0112	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	110
270	271	0,0305	0,0101	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	110
271	272	0,0495	0,0107	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2
272	273	0,0671	0,0144	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	2
273	274	0,0575	0,0124	9,200	5,520	2,760	3,900	2,340	1,170	2
271	275	0,0305	0,0101	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	108
275	276	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	108
276	277	0,0331	0,0109	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	108
277	278	0,0305	0,0101	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	108
278	279	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	108
279	280	0,0420	0,0139	69,000	41,400	20,700	29,250	17,550	8,775	108
280	281	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	100
281	282	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	100
282	283	0,0339	0,0112	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	100
283	284	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	100
284	285	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	100

(continuação)

Circuito				Carga no nó final j						
Inicial	Final	R_{ij}	X_{ij}	$P_{j,1}$	$P_{j,2}$	$P_{j,3}$	$Q_{j,1}$	$Q_{j,2}$	$Q_{j,3}$	\bar{I}_{ij}
i	j	Ω	Ω	kW	kW	kW	kVAr	kVAr	kVAr	A
285	286	0,0495	0,0107	27,600	16,560	8,280	11,700	7,020	3,510	4
285	287	0,0326	0,0107	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	97
287	288	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	97
288	289	0,0422	0,0139	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	97
289	290	0,0284	0,0094	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	97
290	291	0,0309	0,0102	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	97
291	292	0,0431	0,0093	103,500	62,100	31,050	43,880	26,320	13,160	14
291	293	0,0331	0,0109	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	84
293	294	0,0559	0,0120	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1
294	295	0,0447	0,0096	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1
295	296	0,0495	0,0107	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1
296	297	0,0431	0,0093	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1
293	298	0,0305	0,0101	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	84
298	299	0,0331	0,0109	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	84
299	300	0,0420	0,0139	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	84
300	301	0,0441	0,0146	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	84
301	302	0,0575	0,0124	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	7
302	303	0,0503	0,0108	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	7
303	304	0,0463	0,0100	46,000	27,600	13,800	19,500	11,700	5,850	7
301	305	0,0368	0,0121	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	79
305	306	0,0339	0,0112	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	79
306	307	0,0347	0,0114	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	79
307	308	0,0495	0,0107	41,400	24,840	2,420	17,550	10,530	5,265	6
307	309	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	74
309	310	0,0420	0,0139	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	74
310	311	0,0463	0,0100	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
311	312	0,0575	0,0124	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
312	313	0,0642	0,0138	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
313	314	0,0495	0,0107	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
314	315	0,0431	0,0093	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
315	316	0,0503	0,0108	27,600	16,560	8,280	11,700	7,020	3,510	4
315	317	0,0470	0,0101	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	3
317	318	0,0495	0,0107	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	3
318	319	0,0642	0,0138	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	3
319	320	0,0431	0,0093	13,800	8,280	4,140	5,850	3,510	1,755	3
310	321	0,0339	0,0112	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	68
321	322	0,0516	0,0111	27,600	16,560	8,280	11,700	7,020	3,510	4
321	323	0,0331	0,0109	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	65
323	324	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	65
324	325	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	65
325	326	0,0326	0,0107	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	65

Tabela 46 - Dados do sistema de distribuição de 400 nós

(continuação)

Circuito		Carga no nó final j								\bar{I}_{ij}
Inicial i	Final j	R_{ij} Ω	X_{ij} Ω	$P_{j,1}$ kW	$P_{j,2}$ kW	$P_{j,3}$ kW	$Q_{j,1}$ kVAr	$Q_{j,2}$ kVAr	$Q_{j,3}$ kVAr	
326	327	0,0527	0,0113	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	8
327	328	0,0495	0,0107	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	8
328	329	0,0639	0,0137	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	8
329	330	0,0671	0,0144	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	8
330	331	0,0575	0,0124	41,400	24,840	12,420	17,550	10,530	5,265	6
330	332	0,0463	0,0100	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	3
332	333	0,0516	0,0111	13,800	8,280	4,140	5,850	3,510	1,755	3
326	334	0,0331	0,0109	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	58
334	335	0,0284	0,0094	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	58
335	336	0,0527	0,0113	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
336	337	0,0559	0,0120	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
337	338	0,0516	0,0111	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
338	339	0,0503	0,0108	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
339	340	0,0463	0,0100	69,000	41,400	20,700	29,250	17,550	8,775	9
335	341	0,0339	0,0112	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	50
341	342	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	50
342	343	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	50
343	344	0,0671	0,0144	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
344	345	0,0639	0,0137	41,400	24,840	12,420	17,550	10,530	5,265	6
343	346	0,0326	0,0107	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	45
346	347	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	45
347	348	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	45
348	349	0,0305	0,0101	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	45
349	350	0,0331	0,0109	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	45
350	351	0,0339	0,0112	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	14
351	352	0,0331	0,0109	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	14
352	353	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	14
353	354	0,0378	0,0125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	14
354	355	0,0642	0,0138	41,400	24,840	12,420	17,550	10,530	5,265	6
354	356	0,0305	0,0101	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
356	357	0,0422	0,0139	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1
356	358	0,0422	0,0139	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
358	359	0,0326	0,0107	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1
358	360	0,0326	0,0107	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
360	361	0,0339	0,0112	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
361	362	0,0463	0,0100	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
362	363	0,0671	0,0144	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
363	364	0,0575	0,0124	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
364	365	0,0639	0,0137	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
365	366	0,0431	0,0093	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
366	367	0,0527	0,0113	69,000	41,400	20,700	29,250	17,550	8,775	9

Tabela 46 - Dados do sistema de distribuição de 400 nós

(conclusão)

Circuito		Carga no nó final j								\bar{I}_{ij} A
Inicial i	Final j	R_{ij} Ω	X_{ij} Ω	$P_{j,1}$ kW	$P_{j,2}$ kW	$P_{j,3}$ kW	$Q_{j,1}$ kVAr	$Q_{j,2}$ kVAr	$Q_{j,3}$ kVAr	
350	368	0,0717	0,0095	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	31
368	369	0,0693	0,0091	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	31
369	370	0,0891	0,0117	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
370	371	0,0891	0,0117	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
371	372	0,0799	0,0105	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
372	373	0,0779	0,0103	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
373	374	0,0575	0,0124	69,000	41,400	20,700	29,250	17,550	8,775	9
369	375	0,0668	0,0088	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	23
375	376	0,0816	0,0108	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	23
376	377	0,0866	0,0114	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	23
377	378	0,0799	0,0105	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	23
378	379	0,0779	0,0103	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	23
379	380	0,0717	0,0095	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	23
380	381	0,0799	0,0105	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
381	382	0,0891	0,0117	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
382	383	0,0891	0,0117	69,000	41,400	20,700	29,250	17,550	8,775	9
380	384	0,0503	0,0108	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	15
384	385	0,0516	0,0111	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	15
385	386	0,0503	0,0108	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	15
386	387	0,0463	0,0100	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	15
387	388	0,0575	0,0124	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	15
388	389	0,0575	0,0124	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	15
389	390	0,0639	0,0137	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	15
390	391	0,0671	0,0144	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	15
391	392	0,0642	0,0138	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	6
392	393	0,0575	0,0124	41,400	24,840	12,420	17,550	10,530	5,265	6
391	394	0,0503	0,0108	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
394	395	0,0463	0,0100	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
395	396	0,0575	0,0124	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
396	397	0,0575	0,0124	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
397	398	0,0516	0,0111	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
398	399	0,0503	0,0108	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	9
399	400	0,0559	0,0120	69,000	41,400	20,700	29,250	17,550	8,775	9

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

B.6 SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE 42 NÓS

Tabela 47 - Dados do sistema de distribuição de 42 nós

(continua)

Circuito				
Inicial	Final	R_{ij}	X_{ij}	\bar{I}_{ij}
i	j	Ω	Ω	A
1	4	0,000001	0,148000	900
1	5	0,000001	0,148000	900
6	2	0,000001	0,057500	1000
7	3	0,000001	0,057500	1000
4	26	0,157380	0,285480	1000
4	30	0,162540	0,294840	800
5	8	0,214140	0,324030	800
5	9	0,804050	1,028300	800
6	10	0,256390	0,333970	700
6	11	0,592420	0,888500	700
9	6	0,221690	0,327260	700
7	17	0,050640	0,060960	800
7	19	0,377110	0,528000	800
31	7	0,164580	0,420550	800
8	13	0,089680	0,153740	700
8	40	0,214144	0,324028	400
10	15	0,116050	0,139700	500
10	20	0,274560	0,200080	600
10	39	0,264020	0,347050	400
11	12	0,000001	0,075000	700
12	16	0,369430	0,555770	600
13	21	0,166000	0,284580	600
21	14	0,328180	0,562610	600
15	22	0,315740	0,230090	500
16	23	0,393050	0,673830	600
17	18	0,000001	0,075000	800
18	24	0,434570	0,604960	700
19	25	0,068690	0,117760	700
23	27	0,333900	0,572430	500
24	28	0,068690	0,117760	700
25	29	0,238500	0,408880	700
25	41	0,684296	1,054627	400
26	31	0,276860	0,498800	800
28	33	0,087770	0,150470	700
28	34	0,572400	0,981300	600
29	35	0,688790	1,180830	500
29	42	0,445796	0,645752	400

Tabela 47 - Dados do sistema de distribuição de 42 nós

(conclusão)

Circuito				
Inicial	Final	R_{ij}	X_{ij}	\bar{I}_{ij}
i	j	Ω	Ω	A
30	36	0,244450	0,438860	700
36	32	0,099430	0,172000	600
33	37	0,354890	0,608410	700
36	38	0,406992	0,733000	400

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 48 - Demanda de potências ativa (MW) e reativa (MVar) do sistema de 42 nós durante o período de 1 às 4 horas

(continua)

Nó	01:00		02:00		03:00		04:00	
	Potência Ativa	Potência reativa	Potência ativa	Potência reativa	Potência ativa	Potência reativa	Potência ativa	Potência reativa
1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
9	0,6955	0,2293	0,6894	0,2273	0,6910	0,2278	0,6994	0,2306
10	0,4162	0,1366	0,4127	0,1354	0,4225	0,1386	0,4197	0,1377
11	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
12	0,0571	0,0185	0,0615	0,0199	0,0620	0,0201	0,0583	0,0188
13	0,0676	0,0225	0,0656	0,0219	0,0650	0,0217	0,0635	0,0212
14	0,0373	0,0124	0,0265	0,0088	0,0220	0,0073	0,0209	0,0070
15	0,0756	0,0252	0,0814	0,0271	0,0821	0,0274	0,0771	0,0257
16	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
17	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
18	0,1691	0,0585	0,1677	0,0580	0,1716	0,0594	0,1705	0,0590
19	1,6127	0,5274	1,5984	0,5227	1,6023	0,5240	1,6217	0,5303
20	0,2545	0,0837	0,2470	0,0813	0,2447	0,0805	0,2389	0,0786
21	0,0373	0,0124	0,0265	0,0088	0,0220	0,0073	0,0209	0,0070
22	0,3318	0,1095	0,3220	0,1063	0,3190	0,1053	0,3115	0,1028
23	0,9151	0,3023	0,6510	0,2150	0,5395	0,1782	0,5125	0,1693
24	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
25	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
26	0,0064	0,0032	0,0063	0,0031	0,0062	0,0031	0,0060	0,0030

Tabela 48 - Demanda de potência ativa (MW) e reativa (MVar) do sistema de 42 nós durante o período de 1 às 4 horas

(conclusão)

Nó	01:00		02:00		03:00		04:00	
	Potência Ativa	Potência reativa	Potência ativa	Potência reativa	Potência ativa	Potência reativa	Potência ativa	Potência reativa
27	1,2841	0,4204	1,2727	0,4166	1,2757	0,4176	1,2912	0,4227
28	1,0341	0,3382	1,0254	0,3353	1,0496	0,3433	1,0427	0,3410
29	0,4164	0,1360	0,4488	0,1466	0,4523	0,1477	0,4249	0,1388
30	0,0097	0,0032	0,0094	0,0031	0,0093	0,0031	0,0091	0,0030
31	0,0538	0,0166	0,0383	0,0118	0,0317	0,0098	0,0301	0,0093
32	0,1997	0,0644	0,1938	0,0625	0,1920	0,0619	0,1875	0,0605
33	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
34	0,3395	0,1118	0,2415	0,0795	0,2002	0,0659	0,1902	0,0626
35	0,1063	0,0354	0,1032	0,0344	0,1022	0,0341	0,0998	0,0333
36	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
37	0,8240	0,2691	0,5862	0,1915	0,4858	0,1587	0,4615	0,1507
38	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
39	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
40	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
41	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
42	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 49 - Demanda de potências ativa (MW) e reativa (MVar) do sistema de 42 nós durante o período de 5 às 8 horas

(continua)

Nó	05:00		06:00		07:00		08:00	
	Potência Ativa	Potência reativa	Potência ativa	Potência reativa	Potência ativa	Potência reativa	Potência ativa	Potência reativa
1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
9	0,7048	0,2323	0,7951	0,2621	0,8671	0,2859	0,8881	0,2928
10	0,4083	0,1340	0,4094	0,1343	0,4052	0,1330	0,5103	0,1674
11	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
12	0,0672	0,0218	0,0541	0,0175	0,0388	0,0126	0,2084	0,0674
13	0,0751	0,0250	0,0797	0,0266	0,0812	0,0271	0,1638	0,0546
14	0,0211	0,0070	0,0243	0,0081	0,0339	0,0113	0,0400	0,0133
15	0,0890	0,0297	0,0717	0,0239	0,0514	0,0171	0,2758	0,0919

Tabela 50 - Demanda de potência ativa (MW) e reativa (MVar) do sistema de 42 nós durante o período de 9 às 12 horas

(conclusão)

Nó	09:00		10:00		11:00		12:00	
	Potência Ativa	Potência reativa	Potência ativa	Potência reativa	Potência ativa	Potência reativa	Potência ativa	Potência reativa
6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
9	0,9045	0,2982	0,8899	0,2934	0,8735	0,2880	0,8860	0,2921
10	0,5499	0,1804	0,5310	0,1742	0,6178	0,2027	0,5087	0,1669
11	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
12	0,2924	0,0946	0,2941	0,0951	0,3097	0,1002	0,2573	0,0832
13	0,1920	0,0640	0,2042	0,0681	0,2003	0,0668	0,1957	0,0652
14	0,0427	0,0142	0,0451	0,0150	0,0462	0,0154	0,0459	0,0153
15	0,3870	0,1290	0,3892	0,1297	0,4099	0,1366	0,3405	0,1135
16	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
17	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
18	0,2234	0,0773	0,2157	0,0747	0,2510	0,0869	0,2067	0,0715
19	2,0972	0,6858	2,0634	0,6748	2,0253	0,6623	2,0543	0,6718
20	0,7222	0,2377	0,7681	0,2528	0,7536	0,2480	0,7363	0,2423
21	0,0427	0,0142	0,0451	0,0150	0,0462	0,0154	0,0459	0,0153
22	0,9416	0,3108	1,0014	0,3306	0,9825	0,3243	0,9600	0,3169
23	1,0494	0,3466	1,1063	0,3654	1,1345	0,3747	1,1268	0,3722
24	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
25	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
26	0,0183	0,0091	0,0194	0,0097	0,0191	0,0095	0,0186	0,0093
27	1,6698	0,5467	1,6429	0,5379	1,6126	0,5279	1,6357	0,5355
28	1,3662	0,4468	1,3192	0,4314	1,5349	0,5020	1,2638	0,4133
29	2,1331	0,6967	2,1451	0,7006	2,2592	0,7379	1,8768	0,6130
30	0,0274	0,0091	0,0292	0,0097	0,0286	0,0095	0,0280	0,0093
31	0,0617	0,0190	0,0651	0,0200	0,0667	0,0205	0,0663	0,0204
32	0,5668	0,1828	0,6028	0,1945	0,5914	0,1908	0,5779	0,1864
33	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
34	0,3894	0,1282	0,4105	0,1352	0,4210	0,1386	0,4181	0,1377
35	0,3017	0,1006	0,3208	0,1069	0,3148	0,1049	0,3076	0,1025
36	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
37	0,9449	0,3086	0,9962	0,3254	1,0216	0,3337	1,0146	0,3314
38	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
39	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
40	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
41	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
42	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 51 - Demanda de potências ativa (MW) e reativa (MVar) do sistema de 42 nós durante o período de 13 às 16 horas

[illegible]

Tabela 51 - Demanda de potência ativa (MW) e reativa (MVar) do sistema de 42 nós durante o período de 13 às 16 horas

(conclusão)

Nó	13:00		14:00		15:00		16:00	
	Potência Ativa	Potência reativa	Potência ativa	Potência reativa	Potência ativa	Potência reativa	Potência ativa	Potência reativa
40	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
41	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
42	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

Tabela 52 - Demanda de potências ativa (MW) e reativa (MVar) do sistema de 42 nós durante o período de 17 às 20 horas

(continua)

Nó	17:00		18:00		19:00		20:00	
	Potência Ativa	Potência reativa	Potência ativa	Potência reativa	Potência ativa	Potência reativa	Potência ativa	Potência reativa
1	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
4	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
5	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
6	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
7	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
8	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
9	0,8880	0,2928	0,8765	0,2889	0,8563	0,2823	0,8579	0,2828
10	0,5771	0,1894	0,4406	0,1446	0,4043	0,1327	0,4074	0,1337
11	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
12	0,3010	0,0974	0,2421	0,0783	0,1891	0,0612	0,2074	0,0671
13	0,1970	0,0657	0,1818	0,0606	0,1273	0,0424	0,1241	0,0414
14	0,0463	0,0154	0,0554	0,0185	0,0735	0,0245	0,0863	0,0288
15	0,3984	0,1328	0,3204	0,1068	0,2503	0,0834	0,2746	0,0915
16	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
17	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
18	0,2344	0,0812	0,1790	0,0620	0,1642	0,0569	0,1655	0,0573
19	2,0591	0,6733	2,0322	0,6646	1,9856	0,6493	1,9891	0,6505
20	0,7409	0,2439	0,6838	0,2251	0,4787	0,1576	0,4670	0,1537
21	0,0463	0,0154	0,0554	0,0185	0,0735	0,0245	0,0863	0,0288
22	0,9660	0,3189	0,8916	0,2943	0,6242	0,2060	0,6088	0,2010
23	1,1366	0,3754	1,3604	0,4493	1,8036	0,5958	2,1194	0,7001
24	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
25	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
26	0,0188	0,0094	0,0173	0,0087	0,0121	0,0061	0,0118	0,0059
27	1,6395	0,5367	1,6181	0,5297	1,5809	0,5176	1,5838	0,5185
28	1,4337	0,4689	1,0947	0,3580	1,0044	0,3285	1,0122	0,3310

(conclusão)

[illegible]

Fonte: Dados da pesquisa do autor.

(continua)

[illegible]

Tabela 53 - Demanda de potências ativa (MW) e reativa (MVar) do sistema de 42 nós durante o período de 21 às 24 horas

(conclusão)

Nó	21:00		22:00		23:00		24:00	
	Potência Ativa	Potência reativa	Potência ativa	Potência reativa	Potência ativa	Potência reativa	Potência ativa	Potência reativa
18	0,1656	0,0573	0,1610	0,0557	0,1597	0,0553	0,1580	0,0547
19	2,0003	0,6541	1,8466	0,6038	1,6807	0,5496	1,6411	0,5367
20	0,5242	0,1725	0,5152	0,1696	0,4646	0,1529	0,3812	0,1255
21	0,0893	0,0298	0,0859	0,0286	0,0761	0,0254	0,0661	0,0220
22	0,6834	0,2256	0,6717	0,2217	0,6057	0,2000	0,4970	0,1641
23	2,1926	0,7243	2,1084	0,6964	1,8698	0,6176	1,6235	0,5363
24	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
25	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
26	0,0133	0,0066	0,0130	0,0065	0,0118	0,0059	0,0097	0,0048
27	1,5927	0,5214	1,4702	0,4813	1,3382	0,4381	1,3066	0,4278
28	1,0125	0,3311	0,9843	0,3219	0,9769	0,3195	0,9665	0,3161
29	1,1361	0,3711	0,6922	0,2261	0,5312	0,1735	0,4457	0,1456
30	0,0199	0,0066	0,0196	0,0065	0,0176	0,0059	0,0145	0,0048
31	0,1290	0,0397	0,1240	0,0382	0,1100	0,0338	0,0955	0,0294
32	0,4114	0,1327	0,4043	0,1304	0,3646	0,1176	0,2992	0,0965
33	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
34	0,8136	0,2679	0,7823	0,2576	0,6938	0,2284	0,6024	0,1983
35	0,2190	0,0730	0,2152	0,0717	0,1941	0,0647	0,1592	0,0531
36	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
37	1,9744	0,6449	1,8985	0,6201	1,6837	0,5499	1,4619	0,4775
38	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
39	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
40	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
41	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
42	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Fonte: Dados da pesquisa do autor.