UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

LEANDRA DE OLIVEIRA SAMPAIO

Teorema de Pitágoras a partir da história da matemática

Guaratinguetá - SP
2021

Leandra de Oliveira Sampaio

Teorema de Pitágoras a partir da história da matemática

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Licenciatura em Matemática.

Orientadora: Profª Drª Elisangela Pavanelo

Guaratinguetá - SP
2021

	Sampaio, Leandra de Oliveira
S192t	Teorema de Pitágoras a partir da história da matemática / Leandra de Oliveira Sampaio – Guaratinguetá, 2021. 59 f. : il. Bibliografia : f. 56-48 Trabalho de graduação em Matemática – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2021. Orientadora: Profª. Drª. Elisangela Pavanelo 1. Pitágoras, Teorema de. 2. Matemática - Estudo e ensino. 3. Material didático. I. Título.
	CDU 51:371.3

Luciana Máximo

Bibliotecária-CRB-8/3595

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

Leandra De Oliveira Sampaio

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE "**GRADUADO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**"

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Prof. Dr. SILVIA MARIA GIULIATTI WINTER
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA:

Profa. Dra. ELISANGELA PAVANELO
Orientadora/UNESP-FEG

Prof. Dr. ANTONIO CARLOS DE SOUZA
UNESP-FEG

Profa. M.e VANESSA DE OLIVEIRA
UNESP-IGCE

Março 2021

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus e a Nossa Senhora de Aparecida fonte da vida e da graça.

À minha orientadora *Prof.ª Dr.ª Elisangela Pavanelo* que jamais deixou de me incentivar. Que me disse "Não desista fácil, seja persistente, muitas vezes é dela (da persistência) que mais precisamos". Foi com a sua orientação, dedicação e auxílio, que o estudo aqui apresentado foi possível.

À minha mãe *Cleide Feliz de Oliveira* que me ensinou a batalhar por aquilo que quero.

As minhas irmãs *Janete de Oliveira Sampaio* e *Jacqueline de Oliveira Teixeira* por terem me criado, por me ensinar que não há problemas nem dificuldades que nos façam desistir, por estarem ao meu lado sempre e por terem me dado os maiores presentes que são meus sobrinhos.

Aos meus irmãos *Leonel de Oliveira Sampaio* e *Leonardo de Oliveira Sampaio* por sempre me ajudarem quando precisei. E por ter me dado os sobrinhos maravilhosos.

Ao meu irmão caçula *Leandro de Oliveira e Silva* por mostrar para mim que sempre serei a "Landa", a qual ele sempre me chamou.

À minha vó *Marta* que é um exemplo de pessoa guerreira e humilde.

Ao amor da minha vida *Larissa Gabrielle Rego de Aquino* que esteve ao meu lado me dando forças, aguentando meu estresse, meus choros. A que sempre me apoiou. A que sempre me diz para acreditar mais em mim. A que me mostrou o significado da palavra permita-se. A que mudou a minha vida para melhor. A que me mostrou que o amor existe e que família pode ser construída a duas.

Á minha sogra *Carla*, por me acolher, por ter me dado muito carinho, por ser uma pessoa inspiradora e por ter o melhor abraço do mundo.

À minha amiga *Priscila Pereira* que me acompanhou desde o 6º ano do ensino fundamental até a faculdade. A que sempre estava ao meu lado nos momentos bons e ruins. A amiga que sempre me apoia. E a amiga que juntas pudemos realizar o nosso sonho.

À minha amiga *Priscila Oliveira* que é um presente que Deus me deu. Construímos uma linda amizade que levarei da Feg para vida.

À minha amiga *Daiane de Souza* por todo apoio e incentivo. Por ser uma amiga muito importante que falta palavras para expressar o quanto é especial. Guardarei todos os nossos momentos em meu coração.

Aos meus amigos que a faculdade me proporcionou e as amizades que fiz na moradia: *Érica Czigel, Paloma Araújo, Giovanna Mariano, Jéssica Bueno, Hélida Alvarenga, Rodolfo Araújo, Carla, Lais Cristina, Isac Andrade, Ana Maria, Daiane Assunção, Diego e Fernanda Karen.* Obrigada pelo apoio e carinho.

Ao time moradia que levarei sempre em meu coração as nossas conquistas e derrotas e superação.

Aos meus professores do ensino fundamental, médio e graduação: *Alda, Iri Storer, Débora Cobage, Jessica Tatiane, Joseleny Monteiro, Angélica Moreira, Joana Marcia, Valdinéia Carvalho, Anita Campos, Aline, Élcio, Paulo, Efraim Gregório, Rosana, Ronaldo, Ana Paula Chiaradia, Rosa Monteiro, Vanessa Oliveira, Marco Aurélio, Hemely*, Galeno, que sempre me apoiaram e acreditaram em mim.

Em especial ao professor Antônio Carlos por ser um exemplo de humildade e de pessoa guerreira. Guardarei as suas histórias de vida sempre em meu coração, pois quando lembrar em superação vou me lembrar das suas emocionantes histórias de vida.

Aos funcionários da Biblioteca do Campus de Guaratinguetá pela dedicação, presteza e principalmente pela vontade de ajudar.

Aos funcionários da Faculdade de Engenharia do Campos de Guaratinguetá pela dedicação e alegria no atendimento.

“A persistência é o caminho do êxito.”

Charles Chaplin

RESUMO

Este trabalho trata-se de uma pesquisa qualitativa, na área de Educação Matemática, que tem como objetivo apresentar uma análise sobre o que os alunos dizem a respeito do Teorema de Pitágoras, quando desenvolvem sua demonstração a partir da ideia de área. Os dados produzidos para a pesquisa foram resultantes de atividades desenvolvidas com um grupo de 6 alunos, do 9º ano do Ensino Fundamental, em um colégio da rede particular de ensino da cidade de Guaratinguetá/SP. As atividades propostas foram desenvolvidas utilizando materiais manipulativos. Destacamos, na análise, a maneira com que os alunos expressaram seu raciocínio em relação a forma abstrata do teorema. As respostas apresentadas pelos alunos evidenciaram uma dificuldade no modo pelo qual eles expressaram sua escrita matemática. Dessa forma a partir das ideias de Danyluk, ressaltamos a importância da expressão escrita em Matemática.

.

PALAVRAS-CHAVE: Teorema de Pitágoras. Pesquisa qualitativa. Materiais manipulativos. Escrita em matemática.

ABSTRACT

This work is a qualitative research, in the area of the Maths Education, which aims to present an analysis of what students say about the Pythagorean Theorem, when they develop their demonstration from the idea of area. The data produced for the research were the result of activities developed with a group of 6 students, from the 9th grade of elementary school, in a private school in the town of Guaratingueta/SP. The proposed activities were developed using manipulative materials. We highlight, in the analysis, the way in which students expressed their reasoning in relation to the abstract form of the theorem. The replies presented by the students showed a difficulty in the way in which they expressed their Maths writing. Thus, from Danyluk's ideas, we emphasize the importance of written expression in Math.

KEYWORDS: Pythagorean theorem. Qualitative research. Manipulative materials. Maths writing.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

COVID-19	Corona Virus Disease, 19- ano de 2019
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Existem atualmente trabalhos que tratam a História da Matemática como uma maneira de abordar conceitos matemáticos em sala de aula. A História da Matemática pode ser trabalhada como uma importante forma do fazer pedagógico, auxiliando no processo de aprendizagem, podendo tornar o conteúdo claro e contextualizado a partir dos fatos históricos, proporcionando aos alunos o contato com uma nova perspectiva em relação ao conhecimento matemático.

> Estudar matemática com base em contexto composto a partir da História da Matemática representa resignificar elementos da época do surgimento do conceito, especialmente os culturais, com o objetivo de produzir sequências de atividades que aproximem as condições históricas da realidade atual do estudante (SPINELLI, 2011, p. 97 *apud* WOTTRICH, 2015, p. 7).

A partir da História da Matemática essa pesquisa traz um teorema importante da geometria, que é o Teorema de Pitágoras. O teorema leva esse nome, pois, a partir do que indica os dados históricos, sua demonstração foi desenvolvida primeiramente, pelo matemático Pitágoras. O enunciado do Teorema é: Em todo triângulo retângulo, a soma das áreas dos quadrados dos catetos é igual à área do quadrado da hipotenusa.

O objetivo dessa pesquisa é identificar as percepções dos alunos em relação ao Teorema de Pitágoras, ao desenvolverem atividades que envolvem a demonstração a partir da ideia de área.

O trabalho está organizado em cinco capítulos. O capítulo um é composto por esta breve introdução.

No capítulo dois trazemos sobre a História da Matemática e sua importância na sala de aula. Expomos quem foi Pitágoras e o teorema o qual provou. Também nessa pesquisa, para destacar a importância do Teorema de Pitágoras, trazemos dois trabalhos realizados em sala de aula a partir desse tema. O primeiro deles é o artigo "O Teorema de Pitágoras e suas demonstrações em sala de aula" de Leal, Nunes e Sousa(2016), e o outro é o artigo "O ensino do Teorema de Pitágoras e as novas tecnologias" de Peres (2013).

No terceiro capítulo trazemos uma discussão sobre a metodologia abordada nessa pesquisa, que se trata de uma investigação qualitativa cuja abordagem optamos pelos procedimentos fundamentados em um estudo de caso.

No quarto capítulo apresentamos a pesquisa de campo desenvolvida em uma escola particular com os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental II. Apresentamos para os alunos um vídeo sobre a vida de Pitágoras e propomos duas atividades desenvolvidas com material manipulativo contendo cinco questões cada, as quais foram respondidas pelos alunos e em seguida analisadas.

No quinto capítulo trazemos uma discussão sobre a escrita matemática abordando as ideias de Danyluk (2015) e relacionamos com a escrita dos alunos os quais desenvolvemos as atividades.

Por fim nas considerações finais, entendemos que um trabalho dessa natureza é importante, pois, a escrita matemática é fundamental para o aprendizado e entendimento dos conceitos matemáticos dos alunos.

2 UM POUCO SOBRE A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Nesse capítulo trazemos uma discussão sobre a História da Matemática e os fatos de que esta pode contribuir no ensino de matemática em sala de aula.

Existem atualmente uma considerável quantidade de trabalhos que tratam a História da Matemática como uma maneira de se abordar conceitos matemáticos em sala de aula.

De acordo com Mendes e Chaquiam (2016),

> A sociedade humana produz cultura e é a partir dessa cultura gerada, é possível extrair histórias. Histórias essas, das ideias humanas, ou seja, das nossas tentativas de responder aos desafios surgidos no tempo e no espaço, e dos quais tentamos nos deslocar de modo a superar as dificuldades e assim encontrar meios para sobreviver no planeta, sempre na tentativa de encontrar melhores possibilidades de manutenção da vida (MENDES e CHAQUIAM, 2016, p.14).

Os mesmos autores destacam que a história a que se referem é uma história de explicações e entendimentos sobre os objetos existentes no mundo, bem como, construções de realidades que podem ser estruturadas e reestruturadas na medida em que a sociedade se reinventa e redireciona seu modo de ser. A história que esses autores descrevem está focalizada no aspecto cultural, no qual a sociedade se fundamenta para se instituir, pensar e produzir ideias de modo a tomá-las como diretriz de ordem e de poder na construção social da realidade, com base nos conhecimentos estabelecidos na vida cotidiana em busca de compreender e explicar as práticas sociais como um processo dialético entre a realidade objetiva e subjetiva.

Quando os autores Mendes e Chaquiam (2006) se referem à objetividade, é à objetividade do mundo institucional, que trata da objetividade produzida e construída pelas pessoas. Os processos no quais produtos externos a atividade humana ganha objetividade, consistem em objetivação. O mundo institucional é uma atividade humana objetiva em cada instituição específica.

Nessa perspectiva, Mendes e Chaquiam (2016) apontam que a matemática construída é uma produção social baseado nessa realidade objetiva, mas também é subjetivamente impulsiva quando é estabelecida entre indivíduos e grupos para buscar maneiras de sempre resolver os mais diversos problemas.

É nessa dualidade, objetiva e subjetiva, que se compreende a construção histórica estabelecida socialmente, ou seja, a construção de uma história social, ou até sociocultural, a qual é necessária considerar a relação entre sociedade e cultura plenamente evidenciada nas construções históricas da realidade, dentre as quais a matemática faz parte. Assim Mendes e Chaquiam (2016) dizem que a história deve ser inserida na sala de aula, se referindo à história no plural, pois essas estão conectadas, integradas ou mesmo tecidas em meio a outras histórias das mais diversas qualidades.

> (...) podemos considerar que se trata de histórias sobre as produções de ideias matemáticas e suas materializações em múltiplas linguagens representativas e talvez também seja dessa multiplicidade que surge a característica plural dessas histórias (MENDES E CHAQUIAM, 2016, p.14).

Para Mendes e Chaquiam (2016) é importante não esquecer ou desprezar a pluralidade, pois se tende a empobrecer qualquer abordagem dita ou concebida como transversal, integrada ou até mesmo contextualizada para a matemática a ser ensinada.

A história da matemática pode ser trabalhada como uma importante forma do fazer pedagógico , auxiliando no processo de aprendizagem, podendo tornar o conteúdo claro e contextualizado a partir dos fatos históricos, proporcionando aos alunos o contato uma nova perspectiva em relação ao conhecimento matemático.

Sob esta perspectiva, Fauvel (1991), diz que é importante o uso da história no ensino de matemática pelos seguintes fatos:

> 1. A história aumenta a motivação para a aprendizagem da matemática;
> 2. Humaniza a matemática;
> 3. Mostra seu desenvolvimento histórico por meio da ordenação e apresentação dos tópicos no currículo;
> 4. Contribui para as mudanças de percepções dos alunos com relação à matemática, e
> 5. “Suscita oportunidade para a investigação em matemática” (FAUVEL, 1991, apud, GULIN e ROSÁRIO, 2014, p. 3).

Portanto, compreende-se que é significativo trabalhar com a História para ensino de Matemática, pois, a partir dela, pode-se estimular um ambiente significativo para conceitos matemáticos estudados. Por meio de sua História, é possível destacar a origem da Matemática na cultura antiga, compreender seu desenvolvimento na Idade Média, por exemplo, até suas aplicações mais atuais. Além disso, o trabalho com essa metodologia em sala de aula pode tornar a matemática uma expressão cultural, mostrando linguagens, costumes, valores, crenças e hábitos dos povos antigos, ou distantes.

A história da matemática como um recurso metodológico pode considerar diversos contextos e situações. Situações essas que quando evidenciada em ambiente escolar podem gerar um grande potencial para ensinar Matemática, pois possibilitam um melhor entendimento e reconhecimento de procedimentos matemáticos para resolver determinados problemas (WOTTRICH, 2015).

De acordo com Spinelli,

> Estudar matemática com base em contexto composto a partir da História da Matemática representa resignificar elementos da época do surgimento do conceito, especialmente os culturais, com o objetivo de produzir sequências de atividades que aproximem as condições históricas da realidade atual do estudante. (SPINELLI, 2011, p. 97 *apud* WOTTRICH, 2015, p. 7).

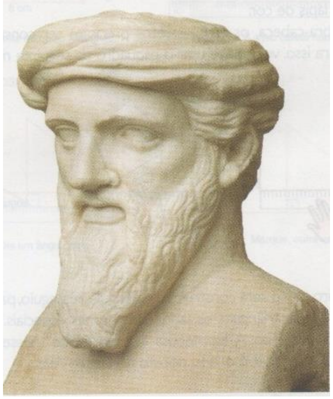
A matemática teve, na trajetória do seu desenvolvimento, grandes contribuições de personalidades que são citados e usados como referência até hoje. Dentre eles, neste trabalho, destacaremos Pitágoras.

2.1 BREVE RELATO SOBRE A VIDA E A OBRA DE PITÁGORAS

Para iniciarmos nossos estudos, sentimos a necessidade de saber um pouco mais sobre quem foi Pitágoras, seus estudos e descobertas matemáticas. Assim surgiu esse capítulo, como parte de um estudo exploratório sobre tema, que julgamos essencial ao professor quando se propõe a apresentar um trabalho de natureza histórica aos alunos.

Segundo Édouard Schuré (2006), Pitágoras era fruto do casamento de um rico joalheiro chamado Mnesarco e de uma mulher chamada Pártenis. Nasceu na Ilha de Samos. Ao completar um ano, sua mãe, atendendo ao conselho dos sacerdotes de Delfos, levou-o ao templo de Adonai, em um vale do Líbano, onde foi abençoado por o pontífice. Depois a família voltou a Samos.

Figura 1: Pitágoras



Fonte: Imenes e Lellis (2000).

Pitágoras era um jovem belo, moderado, inteligente e cheio de justiça, sempre recebeu o incentivo dos pais e teve contato com grandes nomes da história, conforme dispõe Édouard Schuré (2006, p .221): “Aos dezoito anos, recebia as lições de Hermodamas, de Samos; aos vinte, as de Ferecides, em Siro. E já conferenciara com Tales e Anaximandro, em Mileto". Todos esses mestres lhe tinham revelado horizontes novos, mas nenhum o satisfazia.

Para Édouard Schuré (2006), Pitágoras procurava interiormente o liame, a unidade do grande Todo. Segundo o autor, o filho de Partênis começou a ter crises em que o espírito, superexcitado pela contradição das coisas, concentra todas as suas faculdades num esforço supremo para entrever o objetivo, para encontrar o caminho que leva ao sol da verdade, ao centro da vida. Assim, ao buscar resposta para tal objetivo mergulhou em seu passado, em seu nascimento envolto em véus e no misterioso amor de sua mãe.

> Uma lembrança da infância voltou-lhe com uma precisão incisiva. Recordou-se de que sua mãe o levara, com a idade de um ano, a um vale do Líbano, ao templo de Adonai. Ele se reviu muito criança, nos braços de Partênis, no meio de montanhas colossais, de florestas imensas, onde um rio caía em catarata. Ela estava de pé, num terraço à sombra de grandes cedros. Diante dela, um sacerdote majestoso, de barba branca, sorria para eles, pronunciando palavras graves que ele não compreendia. Depois, várias vezes a mãe repetira-lhe aquelas palavras do hierofante de Adonai: "Mulher de Jônia, teu filho será grande pela sabedoria; mas lembra-te que, se os gregos possuem ainda a ciência dos Deuses, a ciência de Deus só se encontra no Egito" (ÉDOUARD SCHURÉ, 2006, p.224).

Com essa lembrança, Schuré (2006) destaca, fez com que, pela primeira vez, adivinhasse o significado do oráculo. Já tinha ouvido sobre o saber prodigioso dos sacerdotes egípcios, e seus formidáveis mistérios, mas acreditava no poder de abster-se deles. Ao entender que era necessária a "ciência de Deus" para penetrar a fundo na natureza, e que só a encontraria nos templos, que eram edifícios construídos para o culto oficial dos deuses e para celebrar os faraós do Egito. Nesse momento decidiu ir ao Egito e lá receber a iniciação.
Já no Egito, segundo as perspectivas de Édouard Schuré (2006),

> Pitágoras atravessou todas as fases que permitiam realizar, não como uma vã teoria, mas como um elemento vivo, a doutrina do Verbo-Luz ou da Palavra universal e da evolução humana através dos sete ciclos planetários. A cada passo daquela vertiginosa ascensão as provas se repetiam sempre mais terríveis. Ali, cem vezes correu risco de vida, sobretudo quando queriam levá-lo ao manejo das forças ocultas, à perigosa prática da magia e da teurgia. Como todos os grandes homens, Pitágoras tinha fé em sua estrela. Nada que pudesse conduzi-lo à ciência o desanimava, e o medo da morte não o detinha, porque queria a vida do Além (ÉDOUARD SCHURÉ, 2006, p. 225).

Quando os sacerdotes egípcios viram que Pitágoras tinha uma força de alma extraordinária e uma paixão impessoal pela sabedoria, eles então lhe abriram os tesouros de sua experiência. Foi entre os sacerdotes egípcios que Pitágoras se formou. Pode se aprofundar na matemática sagrada, a ciência dos números ou dos princípios universais, da qual ele fez o centro de seu sistema, formulando-a de uma maneira nova. A disciplina egípcia era rigorosa nos templos, com isso fez que Pitágoras conhece-se a força prodigiosa da vontade humana sabiamente exercida e treinada, suas aplicações infinitas tanto no corpo quanto na alma. Com isso os sacerdotes de Mênfis, diziam que "a ciência dos números e a arte da vontade são as duas chaves da magia", e "elas abrem todas as portas do Universo". (ÉDOUARD SCHURÉ, 2006, p. 226).

No Egito Pitágoras adquiriu a visão elevada que permite perceber as esferas da vida e as ciências em uma ordem concêntrica, compreender a involução do espírito na matéria pela criação universal e sua evolução ou subida para a unidade por aquela criação individual que se chama o desenvolvimento de uma consciência, segundo Édouard Schuré (2006).

Ainda com as ideias de Édouard Schuré (2006),

> Pitágoras atingiu o ápice do sacerdócio egípcio e sonhava voltar para a Grécia quando foi desencadeada a guerra na bacia do Nilo, com todos os seus flagelos e arrastou o iniciado de Osíris em um novo turbilhão. Há muito tempo os déspotas da Ásia tramavam a derrota do Egito. Durante séculos, seus repetidos ataques haviam fracassado diante da sabedoria das instituições egípcias, diante da força do sacerdócio e da energia dos faraós. Mas o imemorial. reino, asilo da ciência de Hermes, não devia durar eternamente. O filho do vencedor da Babilônia, Cambises, abateu-se sobre o Egito com seus exércitos inumeráveis e famintos como nuvens de gafanhotos, e pôs fim à instituição do faraonato, cuja origem se perdia na noite dos tempos. Aos olhos dos sábios era uma catástrofe, para o mundo inteiro. Até então, o Egito defendera a Europa da Ásia. Sua influência protetora se estendia ainda sobre toda a bacia do Mediterrâneo, sobre templos da Fenícia, da Grécia e da Etrúria, com os quais o alto sacerdócio egípcio mantinha relações constantes. Uma vez desmoronado esse baluarte, o Touro iria precipitarse, de cabeça baixa, sobre as margens do mundo helênico (ÉDOUARD SCHURÉ, 2006, p.226).

Cambises mandou Pitágoras à Babilônia, com uma parte do sacerdócio egípcio e ali o manteve confinado. Durante séculos a Babilônia ficou sob o domínio persa.

No momento em que Pitágoras chega à Babilônia três religiões diferentes conviviam no alto do sacerdócio, os antigos padres caldeus, os sobreviventes do magismo persa e a elite do cativeiro judaico.

Segundo Édouard Schuré (2006) sobre Pitágoras na Babilônia cita que:

> Pitágoras teve de alargar seus horizontes, já tão vastos, estudando todas aquelas doutrinas, religiões e cultos, cuja síntese alguns iniciados ainda conservavam. Ele pôde aprofundar na Babilônia os conhecimentos dos magos, herdeiros de Zoroastro. Se somente os sacerdotes egípcios possuíam as chaves universais das ciências sagradas, os magos persas tinham a reputação de terem propagado a prática de certas artes. Eles se atribuíam o manejo daqueles poderes ocultos da natureza que se chamam o fogo pantomórfico e a luz astral. Dizia-se que em seus templos as trevas advinham em pleno dia, as lâmpadas se acendiam sozinhas, viam-se resplandecer os deuses e ouvia-se cair o raio. Os magos chamavam de leão celeste àquele fogo incorpóreo, agente gerador da eletricidade, que sabiam condensar ou dissipar a sua vontade, e de serpentes às correntes elétricas da atmosfera, magnéticas da Terra, que pretendiam dirigir como flechas sobre os homens. Tinham feito também um estudo

> especial do poder sugestivo, atrativo e criador do verbo humano. Empregavam, para a evocação dos espíritos, formulários graduados e copiados dos mais antigos idiomas da Terra. Eis a razão psíquica que apresentavam para isso: “Não mudai nada nos nomes bárbaros da evocação. Porque eles são os nomes panteísticos de Deus. São magnetizados pelas adorações de uma multidão e seu poder é inefável” (3). Essas evocações, praticadas no meio das purificações e das preces, eram, propriamente falando, o que se chamou mais tarde de magia branca (ÉDOUARD SCHURÉ, 2006, p.228).

Para Édouard Schuré (2006), na Babilônia, Pitágoras penetrou nos arcanos da antiga magia. Além de sua iniciação egípcia e caldaica, o filho de Samos tinha muito conhecimentos até mais que seus mestres de Física e do que qualquer grego, padre ou leigo, de seu tempo.

Depois de anos Pitágoras já havia estudado muito do conhecimento matemático daquela região e decidiu retornar a ilha de Samos, onde iria cumprir sua missão e começar sua obra. Pitágoras esteve confinado na Babilônia durante doze anos e, sua saída, foi preciso uma ordem do rei dos persas. Um compatriota, Demócedes, médico do rei, intercedeu a seu favor e obteve a liberdade do filósofo (ÉDOUARD SCHURÉ, 2006).

Pitágoras voltou então para Samos, após trinta e quatro anos de ausência. Quando chegou a sua cidade natal, encontrou no poder o tirano Polícrates, um homem cruel e astuto que havia diversificado os interesses comerciais da ilha e passou a lucrar muito com a pirataria. Polícrates almejava ser visto como alguém inteligente e pagava generosamente aos intelectuais e artistas da ilha que se dispunham ao trabalho. Escolas e templos haviam sido fechados. Reencontrou com sua mãe, que nunca duvidou que fosse voltar.

Segundo Oliveira e Nascimento (2020), diz que Pitágoras foi,

> Convidado por Polícrates para compor a equipe de sua corte, Pitágoras percebeu que esta era a maneira encontrada para fiscalizá-lo, impedindo que ele difundisse a ideia do estudo filosófico e matemático. Logo Pitágoras tornou-se mestre residente, no entanto ele achava-se superior a qualquer tirano e não fazia esforço para esconder sua insatisfação. O conflito com Polícrates resultou no seu banimento de Samos para sempre. Para continuar seus estudos sem medo de perseguições, Pitágoras foi morar em uma caverna no sul da ilha, sentindo-se muito solitário pagou um menino para ser seu primeiro aluno (OLIVEIRA E NASCIMENTO, 2020, p. 4).

Mais tarde esse estudante começa a gostar muito das aulas e passa a seguir Pitágoras sem ganhar dinheiro. Com o passar do tempo esse aluno tornou discípulo de Pitágoras. Em Samos, Pitágoras não conseguiu muita coisa, dizem que até estabeleceu temporariamente uma escola chamado semicírculo pitagórico, mas suas ideias de reforma social eram inaceitáveis, e o filósofo foi forçado a fugir com sua mãe e seu único discípulo.

Pitágoras viaja para Magna Grécia, especialmente na cidade de Crotona.

Édouard Schuré (2006) relata que Pitágoras,

> Ao chegar a Crotona, que tendia então à vida voluptuosa de sua vizinha, Síbaris, Pitágoras promoveu uma verdadeira revolução. Porfírio e Jamblico (filósofos) nos pintam suas apresentações iniciais mais como as de um mágico do que de um filósofo. Reuniu os jovens no templo de Apolo e conseguiu, com sua eloqüência, arrancá-los do deboche. Reuniu as mulheres no templo de Juno e as persuadiu a levarem suas roupas douradas e seus ornamentos a este mesmo templo, como troféus à derrota da vaidade e do luxo. Cercava de graça a austeridade de seus ensinamentos. De sua sabedoria emanava uma chama comunicativa. A beleza de sua fisionomia, a nobreza de sua pessoa, o encanto de seu rosto e de sua voz completavam sua sedução. As mulheres comparavam-no a Júpiter, os jovens, a Apolo hiperbóreo. Ele cativava, arrebatava a multidão pasmada que o ouvia, fazendo-a apaixonar-se pela virtude e pela verdade. (ÉDOUARD SCHURÉ ,2006, p.251).

Segundo Édouard Schuré (2006) o Senado de Crotona, intimou Pitágoras a explicar diante dele sua conduta e os meios que empregava para dominar os espíritos. Para Pitágoras, esta foi uma oportunidade para desenvolver suas ideias sobre a educação e demonstrar que, longe de ameaçar a constituição dórica de Crotona, elas não fariam mais que fortalecê-la. Com isso Pitágoras conquistou para seu projeto os cidadãos mais ricos e a maioria do Senado, lhe propôs a criação de um instituto, para si e seus discípulos. Fundou em Crotona o instituto Pitagórico. Sobre essas perspectivas Édouard Schuré (2006) afirma que, o instituto pitagórico,

> (...) se tornou ao mesmo tempo um colégio de educação, uma academia de ciências e uma pequena cidade-modelo, sob a direção de um grande iniciado, Pela teoria e pela prática, pelas ciências e pelas artes reunidas, chegava-se lentamente à ciência das ciências, à harmonia mágica da alma e do intelecto com o Universo, que os pitagóricos consideravam como o arcano da filosofia e da religião. A escola pitagórica tem para nós um interesse supremo, porque foi a mais notável tentativa de iniciação leiga. Síntese antecipada do helenismo e do cristianismo, ela enxertou o fruto da ciência na árvore da vida; conheceu a realização interna e viva da verdade, que somente a fé profunda pode proporcionar. Realização efêmera, mas de uma importância capital, revelou-se exemplo fecundo. (ÉDOUARD SCHURÉ, 2006, p.254).

Para entendermos como era a escola pitagórica, que também tinha seus mistérios, partimos do seu início.

2.1.1 Escola Pitagórica

A Escola Pitagórica, localizada na cidade de Crotona, tendo como fundador Pitágoras, reuniu diversos discípulos. Esses discípulos estavam interessados nos estudos de aritmética, geometria, música e astronomia.

Os jovens que quisessem entrar nessa escola tinham que passar por provas. Édouard Schuré (2006) diz que:

> Pitágoras era muito exigente na admissão dos noviços, dizendo que “nem toda a madeira era própria para fazer um Mercúrio”. Os jovens que quisessem entrar para a associação deviam submeter-se a um período de prova e de ensaio. Apresentados por seus pais ou por um dos mestres era-lhes permitido, no início, entrar no ginásio pitagórico, onde os noviços entregavam-se aos jogos próprios de sua idade (ÉDOUARD SCHURÉ, 2006, p. 253).

Segundo Oliveira e Nascimento (2020), a escola Pitagórica era bem rigorosa, não admitia brigas e nem gritos violentos. Após alguns meses da chegada do novato começavam as provas decisivas que de acordo Édouard Schuré (2006) eram marcadas pelo tormento psicológico:

> O candidato pitagórico era obrigado a passar a noite em uma caverna que havia nas cercanias da cidade, onde se lhe fazia crer que existiam monstros e se davam aparições. Aqueles que não tivessem coragem para suportarem as impressões fúnebres da solidão e da noite que se recusassem a entrar na caverna, ou que se evadissem antes do amanhecer, eram julgados incapazes para a iniciação e despedidos. A prova moral era mais séria. Bruscamente, sem preparação prévia, encerrava-se uma bela manhã o discípulo em perspectiva em uma célula triste e nua. Deixava-se-lhe uma ardósia e ordenava-se-lhe friamente que descobrisse o sentido dum dos símbolos pitagóricos, por exemplo: "Que significa o triângulo inscrito em círculo?" Ou este: "Porque é que o dodecaedro compreendido na esfera é a cifra do universo?" O neófito passava doze horas encerrada na cela com a sua ardósia e o seu problema, sem outra companhia mais que um vaso com água e pão seco. (ÉDOUARD SCHURÉ 2006, p. 255)

Os jovens que fossem aprovados nestes testes eram chamados de “acusmático”, ou seja, era obrigado a passar um período de cinco anos de contemplação, guardando perfeito silêncio. Os pitagóricos se reconheciam entre si por meio de um pentagrama (uma estrela de cinco pontas), evitando que as pessoas que não faziam parte da associação tivessem acesso as reuniões nas quais eram debatidos e demonstrados os resultados de seus estudos e pesquisa. (GUEDES, 2016)

Seguno Imenes e Lellis (2000),

> Os pitagóricos buscavam a sabedoria e acreditavam que essa sabedoria estava nos números. Pensavam que com os números podiam explicar os fenômenos naturais, curar as doenças, prever o futuro e muitas outras coisas mais. Um discípulo de Pitágoras, chamado Filolau, resumiu essas ideias na seguinte frase, que ficou célebre: “Tudo que existe tem um número. Sem o número, não podemos compreender nem conhecer coisa alguma”. (IMENES E LELLIS 2000, p. 44).

As pesquisas matemáticas e filosóficas de Pitágoras e de seus seguidores mostraram a importância dos números em muitos casos. Por exemplo, a relação entre os números e os sons musicais que é conhecimento básico na fabricação de instrumentos como guitarras ou violinos, diz Imenes e Lellis (2000).

De acordo com Martins (2007, p. 3) “o teorema nomeado como de Pitágoras é uma das descobertas mais marcantes na matemática. Naquela época era comum que todas as descobertas feitas por discípulos fossem atribuídas ao mestre, então não se sabe se foi realmente Pitágoras quem provou o teorema”.

Para Gomes (2010, apud Oliveira e Nascimento, 2020, p. 5), a escola era caracterizada por ser uma sociedade secreta, que tinha um código de conduta rigoroso, no qual os seus membros faziam um juramento de não revelar suas descobertas, que eram dedicadas ao seu fundador. Essas descobertas jamais podiam ser reveladas ao mundo exterior. Entretanto, depois da morte de Pitágoras, um membro da escola, quebrou o juramento, e foi afogado. Essa busca pelo secreto pode ser motivo da existência de poucos relatos sobre as conquistas matemáticas do filósofo estudado.

Segundo Oliveira e Nascimento (2020) A Escola Pitagórica pode ser considerada a primeira universidade do mundo, seus membros eram muito inteligentes e trocavam conhecimentos sobre as mais variadas áreas e diversos temas. Entre as principais características, Kamers (2008) elenca as seguintes:

> - A crença na doutrina da Metempsicose, isto é, na transmigração da alma após a morte, de um corpo para outro. Portanto acreditavam na imortalidade da alma e na reencarnação;
> - A proibição de beber vinho e comer carne. Seus membros eram vegetarianos e alimentavam-se a base de feijões e lentilhas. Pitágoras se declarou contrário ao sacrifício de animais, muito comum em sua época;
> - Lealdade entre seus membros e distribuição comunitária dos bens materiais. Seus membros eram proibidos de aceitarem pagamentos em caso de partilhar seus conhecimentos com os outros. Os pitagóricos doavam seus bens para a Irmandade, e caso abandonassem a escola, receberiam o dobro daquilo que doavam e teriam uma lápide com as inscrições de seu nome. Também juravam não revelar descobertas científicas da sociedade para o mundo. A pena para os desobedientes era a morte;
> - Austeridade e obediência à hierarquia da escola;
> - A purificação da mente pelo estudo da geometria, aritmética, música e astronomia;
> - Pitágoras descobriu em que proporções uma corda deve ser dividida para a obtenção das notas musicais dó, ré, mi, etc;
> - A classificação dos números em: pares e ímpares, primos e compostos, figurados, perfeitos;
> - O máximo divisor comum e o mínimo múltiplo comum;
> - Que a soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a dois ângulos retos (KAMERS 2008, p. 10 apud OLIVEIRA E NASCIMENTO, 2020, p.7).

É a partir desses cenários de descobertas apresentadas nesse capítulo, que iremos discutir especificamente o Teorema de Pitágoras e algumas atividades investigativas relacionadas a ele.

2.1.2 Sobre o teorema de Pitágoras

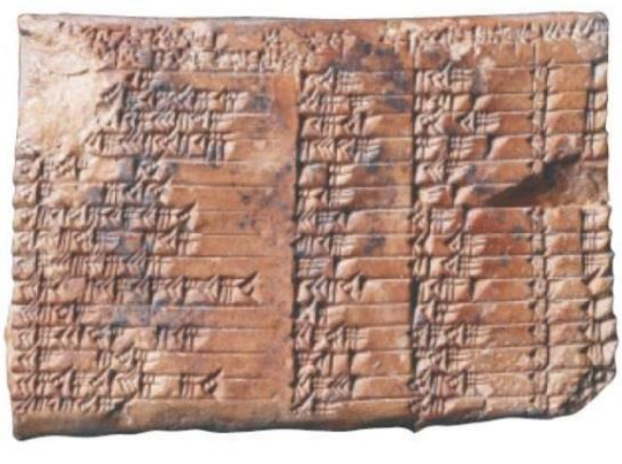
A relação matemática entre os três lados de qualquer triângulo retângulo ficou conhecida, na Geometria Euclidiana, como Teorema de Pitágoras. Analisando o livro “Descobrindo o teorema de Pitágoras”, Imenes e Lellis (2000, p. 14) destacam o enunciado do teorema: “Em todo triângulo retângulo, a soma as áreas dos quadrados dos catetos é igual á área do quadrado da hipotenusa (lado do triângulo que fica em frente ao ângulo reto)”.

Esse teorema leva o nome de Pitágoras, no entanto há registros que provam que algumas civilizações antigas já tinham conhecimentos importantes a respeito do teorema, sendo Pitágoras apenas o primeiro a demonstrar (STRATHERN, 1997, p.14, *apud* OLIVEIRA E NASCIMENTO, p. 8).

Segundo o que apontam Silva, Lurdes, Fanti e Pedroso (2016) existem provas concretas que os babilônios antigos conheciam o Teorema de Pitágoras.

> Muitos dos tabletes de barro, que datam de 1800 a 1600 a. C., que foram encontrados e decifrados evidenciam este fato. Um deles, que se chama Plimpton 322, e se encontra atualmente na Universidade de Columbia, contém uma tabela de 15 linhas e 3 colunas, contendo ternos pitagóricos, ou seja, com medidas dos três lados de um triângulo retângulo (SILVA, LURDES, FANTI e PEDROSO ,2016, p. 24).

Figura 2: Placa Plimpton 322.



Fonte: Criacionismo (2017).

De acordo com Silva, Lurdes, Fanti e Pedroso (2016), o primeiro documento escrito no Egito, em grego, que se conhece e que trata do Teorema de Pitágoras são “Os Elementos”, de Euclides. Trata-se da Proposição I-47, que está escrita da seguinte forma: Em todo o triângulo retângulo o quadrado feito sobre o lado oposto ao ângulo reto, é igual aos quadrados formados sobre os outros lados, que fazem o mesmo ângulo reto, cuja demonstração é realizada envolvendo comparação entre áreas.

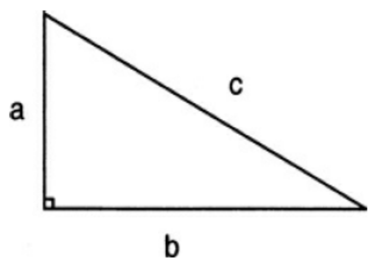
Segundo Strathern (1997), diz que:

> Os egípcios sabiam que triângulos com lados medindo 3, 4 e 5 é retângulo. Para obterem um ângulo reto usavam 12 pedaços de corda de mesmo tamanho amarradas entre si formando um laço (nó), ao esticar conseguiam o triângulo de lados 3, 4 e 5 e o ângulo de 90º. Algumas evidências históricas mostram que a civilização conhecia outras propriedades desses triângulos, incluindo a trigonometria básica (STRATHERN, 1997, p. 11).

Castro 2013 (p. 25 apud OLIVEIRA e NASCIMENTO, 2020, p.8) afirma que esses povos antigos ao terem contato com esses conhecimentos sobre o teorema não estavam interessados no por quê dessa relação, assim como de outras que provavelmente conheciam. Era suficiente o benefício que as relações traziam, havia interesse apenas na aplicação e não nas demonstrações.

> [...] os babilônios por um triz não descobriram a fórmula que hoje conhecemos como teorema de Pitágoras. Eles sabiam que um triângulo retângulo de lados 3 e 4 tem uma hipotenusa de valor 5. Com efeito, um bloco de inscrições cuneiformes chega a listar 15 ternos numéricos diferentes representando os lados de triângulos retângulos. Mas provavelmente foi o próprio Pitágoras (ou um dos seus seguidores) quem primeiro deu com a fórmula definitiva: $a^2 + b^2 = c^2$ para um triângulo retângulo (STRATHERN,1998, p. 14).

Figura 3: Triângulo Retângulo



Fonte: Strathern (1998).

Há um grande mistério em relação à demonstração utilizada por Pitágoras, pois ele não deixou registros de como provou seu teorema.

Segundo Silva, Lurdes, Fanti e Pedroso (2016), sobre as demonstrações:

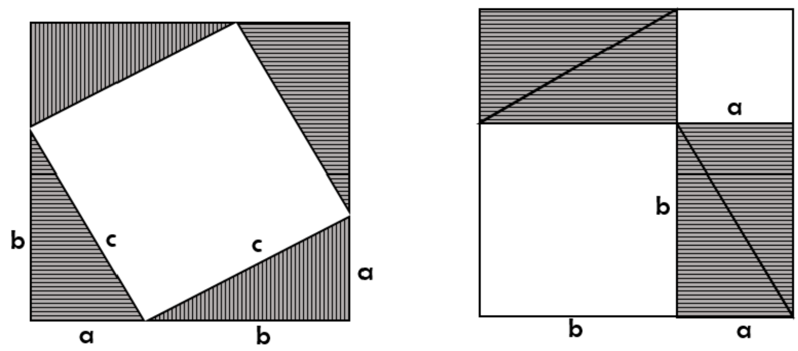
> Hoje sabemos que existem mais de 400 demonstrações diferentes do Teorema de Pitágoras, algumas feitas por personalidades como Bháskara e Leonardo da Vinci e até mesmo um presidente dos Estados Unidos (em 1871), James Abram Garfield

> (1831 – 1881). O clássico livro *The Pythagorean Proposition*, (LOOMIS, 1968) do professor norte-americano Elisha Scott Loomis (1852 – 1940), contém uma compilação de 370 demonstrações diferentes do Teorema de Pitágoras (SILVA, LURDES, FANTI e PEDROSO 2016, p. 24).

Diante dessas condições, encontramos centenas de demonstrações do Teorema de Pitágoras, todavia, neste trabalho, serão destacadas três delas, apresentadas por Lima (1991), de autoria do professor Loomis:

I. A Mais Bela Prova

Figura 4: As relações dos triângulos - A mais bela prova



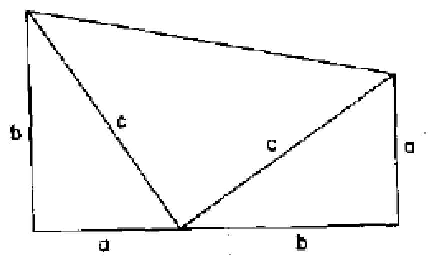
Fonte: Lima (1991).

Considerando a figura acima, temos o quadrado de lados $a + b$ e dele retiremos quatro triângulos iguais ao ilustrado. Se fizermos isto como na figura à esquerda, obteremos um quadrado de lado c. Todavia, se a mesma operação for realizada como na figura à direita, restarão dois quadrados, um de lado a e o outro de lado b, respectivamente. Dessa forma, a área do quadrado de lado c é a soma das áreas dos quadrados cujos lados medem a e b. (LIMA, 1991, p. 54).

II. A demonstração do Presidente

Segundo Lima (1991) James Abram Garfield foi presidente dos Estados Unidos durante quatro meses, pois foi assassinado em 1881. Era general e gostava de Matemática, tanto que fez uma prova do Teorema de Pitágoras, baseada na figura 5.

Figura 5: A demostração do Presidente



Fonte: Lima (1991).

Garfield começou desenhando um triângulo retângulo, de catetos b e c e hipotenusa a. Em seguida repetiu o mesmo triângulo, em outra posição e com um dos vértices coincidindo. Dessa forma ele colocou em alinhamento o cateto b de um dos triângulos, com o cateto c do outro. Em seguida, "fechou" a figura, obtendo um trapézio retângulo constituído pelos dois triângulos retângulos iniciais (iguais) e outro triângulo que, como será demonstrado, é também um triângulo retângulo.

A área do trapézio com bases **a, b** e altura **a + b** é igual à semissoma das bases vezes a altura. Por outro lado, a mesma área é também igual à soma das áreas de três triângulos retângulos. Portanto,

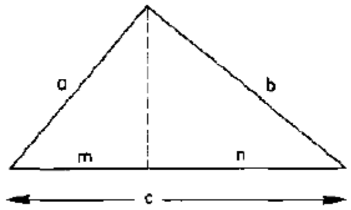
$$\frac{a+b}{2}\,.(a+b)=\frac{ab}{2}+\frac{ab}{2}+\frac{c^2}{2}$$

Simplificando, obtemos $a^2 + b^2 = c^2$. (LIMA 1991).

III. A prova mais curta

Segundo Lima (1991) é a prova mais conhecida, baseia-se na semelhança de triângulos.

Figura 6: Triângulo escaleno



Fonte: Lima (1991).

A breve explicação que Lima (1991) nos traz:

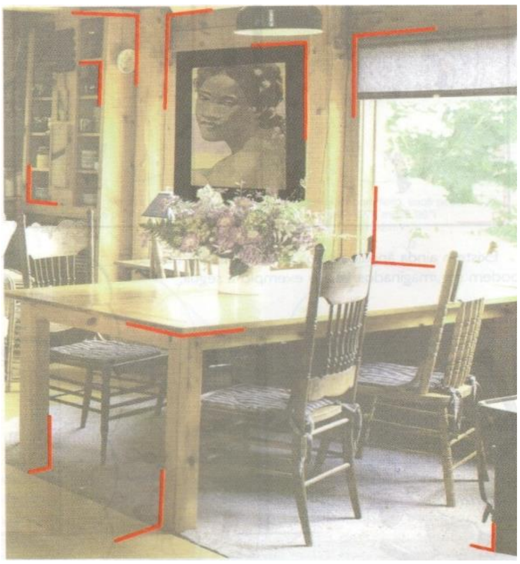
> "Num triângulo retângulo, cada cateto é a média geométrica entre a hipotenusa e a sua projeção sobre ela". Assim, se m e n são respectivamente as projeções dos catetos a e b sobre a hipotenusa c, temos $a^2 = mc$, $b^2 = nc$, enquanto $m + n = c$. Somando, vem $a^2 + b^2 = c^2$ (LIMA 1991, p. 55).

Como mencionado neste capítulo existe um grande número de demonstrações para provar o Teorema de Pitágoras, e as demonstrações aqui expostas são oriundas e servem como alguns exemplos notórios de como se demonstrar o Teorema de Pitágoras. Elon Lages Lima 1991, em seu livro "Meu Professor de Matemática e outras histórias" comenta que o professor de matemática norte-americano Elisha Scott Loomis conseguiu, em 1940, catalogar, ao todo, 370 demonstrações do Teorema de Pitágoras, dividindo-as em algébricas (baseadas nas relações métricas) e provas geométricas (envolvendo a comparação entre áreas).

2.1.3 A importância do Teorema de Pitágoras

Segundo Imenes e Lellis (2000) se olharmos à nossa volta verá uma grande quantidade de ângulos retos. Os ângulos retos aparecem em vidraças, portas, armários, molduras de quadros, caixas usadas para embalagens e nos chãos das salas. Como mostra a figura 7.

Figura 7: Sala



Fonte: Imenes e Lellis (2000).

É muito marcante a presença dos ângulos retos , aparecem nas quadras de vôlei, tênis ou futebol de salão, são todas retangulares. O retângulo possui os quatros ângulos retos , diz Imenes e Lellis (2000).

Além de existir ângulos retos invisíveis ,ou seja, podem ser imaginados.Como mostra a figura 8.

Figura 8: Poste de Iluminação

Fonte: Imenes e Lellis (2000).

Imenes e Lellis (2000) afirmam que o mundo tem muitos ângulos retos, então, é fácil encontrar triângulos retângulos, o qual torna-se o Teorema de Pitágoras muito útil, pois ele permite calcular um lado de um triângulo retângulo conhecendo-se os outros dois.

Existem trabalhos realizados em sala de aula com o Teorema de Pitágoras, um exemplo é o artigo “O Teorema de Pitágoras e suas demonstrações em sala de aula” de Leal, Nunes e Sousa(2016). O qual tem por objetivo relatar sobre o contexto histórico e a vida de Pitágoras, mostrando algumas demonstrações e em seguida desenvolvendo uma atividade contextualizando o Teorema com alunos do 9º ano, do Ensino Fundamental da Escola Municipal Raimunda Rodrigues Capiberibe, localizada em Laranjal do Jarí, no sul do estado do Amapá. A atividade teve por objetivo possibilitar aos alunos uma nova compreensão do teorema, a partir de determinados contextos, permitindo que os estudantes fosse além de determinar o “X” da questão.

No artigo estudado a proposta foi desenvolver uma atividade relacionada ao Teorema de Pitágoras a partir de situações cotidianas. O trabalho de demonstração do Teorema de Pitágoras foi desenvolvido por meio de práticas utilizando figuras geométricas, desenhos e recortes.

No início do trabalho com o Teorema em sala de aula, os autores propuseram aos alunos uma apresentação de fatos históricos sobre a vida de Pitágoras e também sobre o triângulo retângulo. Após a apresentação desse contexto histórico, desenvolveram uma atividade por meio de perguntas e respostas entre os alunos e os professores, com o objetivo de observar a compreensão dos alunos sobre os fatos apresentados. Depois realizou-se um debate, em que os alunos foram convidados a se sentar em círculos, cada um em sua carteira, e foram feitas as seguintes perguntas : Onde nasceu Pitágoras? Qual foi sua contribuição para a área da Matemática? Quais os lugares onde Pitágoras andou em busca do conhecimento?...etc. Os autores relataram que as respostas da turma foram bastante satisfatórias. Apontaram também que a discussão realizada, como parte da primeira semana de trabalho com a turma, proporcionou um ambiente motivador para a sua continuação.

Já na segunda semana de trabalho, os autores destacam o trabalho com a demonstração do Teorema de Pitágoras a partir de oficinas com os alunos. Apresentaram a demonstração de Perigal, semelhança de triângulo, demonstração clássica e a demonstração por meio de quadriculações.

Os autores relataram que se surpreenderam com as respostas dadas pela turma, pois, no início do trabalho os alunos não conseguiam diferenciar os elementos cateto e hipotenusa, em um triângulo retângulo, mas que após o desenvolvimento das oficinas, reconheciam esses elementos, bem como as relações de medidas dos lados em um triângulo retângulo.

Os autores desse trabalho concluíram que durante o período do desenvolvimento das atividades, que envolviam o Teorema de Pitágoras perceberam estar no caminho de auxiliar os alunos na construção do conhecimento sobre esse tema. Destacam que as demonstrações do Teorema de Pitágoras foram abordadas de maneira lúdica, para auxiliar o processo de compreensão dos alunos. De acordo com os autores as propostas trabalhadas em sala de aula, foram tratadas da maneira compreensível para os alunos, proporcionando condições para sua compreensão.

O artigo "O ensino do Teorema de Pitágoras e as novas tecnologias" de Peres (2013), mostra outro exemplo de um trabalho realizado em sala de aula envolvendo o Teorema de Pitágoras.

Esse artigo destaca o trabalho com as mídias e tecnologias digitais para o ensino de Matemática, que atualmente está no foco das discussões relacionadas ao ensino e aprendizagem. Com isso, o artigo tem a intenção de mostrar uma proposta de atividades para o ensino do Teorema de Pitágoras no nono ano do Ensino Fundamental, utilizando material lúdico e objetos de aprendizagem virtuais.

Neste trabalho, umas das referências utilizadas pelo autor são os Parâmetros Curriculares Nacionais das séries finais do Ensino Fundamental. Peres (2013) inicia sua proposta de atividade com os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, da escola particular do munícipio de Guaíba, estado Rio Grande do Sul. A turma é constituída por 19 alunos.

A proposta de atividade foi dividida em cinco etapas. A primeira consistiu na identificação do triângulo retângulo e suas características, para isso os alunos tiveram que relembrar os seus conhecimentos de ângulos e classificação de triângulos. Essa etapa foi realizada utilizando a técnica de dobraduras. Para realização da dobradura os alunos receberam dois quadrados e um retângulo, no primeiro quadrado tiveram que dobrar ao meio e tracejar a marca obtida e uma das pontas (ângulo de 90º) e deveriam encontrar a marca tracejada. Em seguida marcaram os demais ângulos e nomearam os lados, catetos e hipotenusa. No outro quadrado dobraram a diagonal e nomearam os lados do triângulo formado e os ângulos, o mesmo processo foi realizado no retângulo.

Na segunda etapa foi realizada uma atividade no laboratório de informática onde os alunos utilizaram um quebra-cabeça virtual e depois em sala de aula foi deduzido à fórmula do Teorema de Pitágoras, através de questionamentos sobre o quebra-cabeça.

Ao iniciar a terceira etapa os alunos assistiram "Teorema de Pitágoras", um vídeo do Youtube[1], o qual traz uma música explicando sobre o teorema, em seguida responderam algumas questões relacionadas ao vídeo. Logo depois foram para o laboratório de informática, onde foram realizadas construções utilizando o Geoplano[2] virtual e o Geogebra[3]. Ao utilizar Geoplano o objetivo era que os alunos realizassem a construção de um triângulo retângulo e calculassem o valor da hipotenusa utilizando a fórmula dada pelo teorema. Porém ao trabalharem com o objeto virtual, de acordo com o relato do autor, eles utilizaram o recurso do botão calcular ao invés de realizarem o cálculo. Após as construções no Geoplano, os alunos foram desafiados a realizar a construção no Geogebra. Nessa atividade segundo Peres (2013) os alunos começaram questionando sobre como construir um triângulo retângulo no software, a única instrução que dada foi é que deveriam lembrar-se das características do triângulo e utilizar o recurso de régua e compasso para a construção. Já haviam utilizado o software anteri-

[1] Youtube: Segundo o site https://brasilescola.uol.com.br/informatica/youtube.htm. A palavra "youtube" foi feita a partir de dois termos da língua inglesa: "you", que significa "você" e "tube", que provêm de uma gíria que muito se aproxima de "televisão". Em outras palavras seria a "televisão feita por você". Essa é justamente a principal função do fenômeno da internet: permitir que os usuários carreguem, assistam e compartilhem vídeos em formato digital.

[2] Geoplano: Objeto formado por uma placa de madeira onde são cravados pregos, formando uma malha composta por linhas e colunas.

[3] Geogebra: É um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne geometria, álgebra, folhas de cálculo, gráficos, estatísticas e cálculo.

ormente em outras atividades realizadas durante o ano, já conheciam os recursos, então foram trocando ideias entre si e realizaram as construções.

Na quarta etapa, foram apresentadas aos alunos algumas contextualizações do Teorema de Pitágoras a partir de situações problema diversificadas, quando foram ao laboratório de informática foi solicitado que criassem no Geogebra uma situação problema envolvendo o teorema na sua resolução. Ao retornarem para a sala de aula, os problemas criados pelos alunos foram distribuídos, cada aluno recebeu um dos problemas do colega para resolver.

Na quinta etapa foram propostas atividades de revisão sobre o conteúdo utilizando o livro didático adotado pela escola, essas atividades envolviam a ideia do teorema em triângulos retângulos, e situações problema mais elaboradas e foram realizadas em uma aula de aproximadamente 1hora e 40 minutos, em grupos de no máximo quatro alunos. Na aula seguinte ao término da proposta, foi realizada uma avaliação diagnóstica.

A partir da análise dos dados, o autor conclui que um trabalho a partir de mídias digitais nas aulas de Matemática é importante, pois a tecnologia faz parte da vida dos alunos e que eles demonstram interesse e se mostram motivados em aprender quando estão diante de atividades dessa natureza.

Neste capítulo pudemos compreender que diferentes pesquisas em Educação Matemática têm como foco o trabalho envolvendo o Teorema de Pitágoras. Assim destacamos o quanto é importante desenvolver um trabalho desse tipo em sala de aula, pois visa contribuir para o desenvolvimento da linguagem, a interpretação e o pensamento matemático dos alunos.

A seguir apresentamos o capítulo referente à metodologia de pesquisa, onde destacamos como foi elaborada e realizada a proposta de trabalho, bem como, os procedimentos adotados para a produção dos dados.

3 METODOLOGIA DE PESQUISA

3.1 PESQUISA QUALITATIVA

Nesse capítulo iremos apresentar sobre o que é uma pesquisa, os diferentes caminhos de pesquisa e vamos focar na pesquisa qualitativa.

Segundo Gil (2008) uma pesquisa pode ser definida como:

> Procedimento racional e sistemático que tem como objetivo proporcionar respostas aos problemas que são propostos. A pesquisa desenvolve-se por um processo constituído de várias fases, desde a formulação do problema até a apresentação e discussão dos resultados (GIL, 2008, p. 26).

Uma pesquisa científica é um processo metódico de investigação utilizado por um pesquisador para o desenvolvimento de um estudo. Ela é caracterizada por uma investigação disciplinada, que segue regras formais de procedimentos para obter as informações necessárias e levantar as hipóteses que dão suporte para a análise feita pelo pesquisador.

De acordo com Gil (2008), qualquer classificação de pesquisa deve seguir um critério. Se utilizarmos o objetivo geral como critério, teremos três grupos de pesquisa: Pesquisas Exploratórias, Pesquisas Descritivas e Pesquisas Explicativas.

A Pesquisa Exploratória tem o objetivo de familiarizar-se com um assunto ainda pouco conhecido, pouco explorado. Este tipo de pesquisa é realizado particularmente quando o tema escolhido é pouco explorado e torna-se difícil sobre ele formular hipóteses precisas e operacionalizáveis. Esse grupo de pesquisa tem, segundo Gil (2008), como principal finalidade:

> Desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias, tendo em vista a formulação de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis para estudos posteriores. De todos os tipos de pesquisa, estas são as que apresentam menor rigidez no planejamento. Habitualmente envolvem levantamento bibliográfico e documental, entrevistas não padronizadas e estudos de caso. Procedimentos de amostragem e técnicas quantitativas de coleta de dados não são costumeiramente aplicados nestas pesquisas (GIL, 2008, p. 27).

Para Gil (2008), a Pesquisa Descritiva tem como objetivo primordial detalhar as características de determinada população ou fenômeno ou, então, o estabelecimento de relações entre variáveis. São inúmeros os estudos que podem ser classificados sob este título e uma de suas características mais significativas está na utilização de técnicas padronizadas de produção de de dados.

De acordo com Gil (2008), uma Pesquisa Explicativa tem a preocupação central de identificar os fatores que determinam ou que contribuem para a ocorrência dos fenômenos, aprofundando o conhecimento da realidade ao explicar a razão, o porquê das coisas.

Quanto à abordagem do que se deseja pesquisar, a metodologia de uma pesquisa pode ser quantitativa: método de pesquisa que recorre a técnicas estatísticas para quantificar opiniões e informações; ou qualitativa: pesquisa descritiva que explora as particularidades e aspectos mais subjetivos.

Em uma pesquisa qualitativa busca-se explorar fatos e situações procurando compreender o que se mostra, com o propósito de interpretar e não de contabilizar quantidades que permitam expressar os resultados. Neste tipo de pesquisa, o pesquisador parte, geralmente, do que podemos chamar de pergunta norteadora, com o objetivo de compreender os porquês do fenômeno estudado.

De acordo com Lüdke e André (1986), o pesquisador qualitativo deve observar algumas características desse modo de pesquisar, que são:

> (I)ter o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento; (ii) coletar dados predominantemente descritivos; (iii) ter maior atenção ao processo que com o produto; (iv) o processo de análise tende a ser indutivo, sendo que 'os pesquisadores não se preocupam em buscar evidências que comprovem hipóteses definidas antes do início dos estudos. As abstrações formam-se ou se consolidam, basicamente, a partir da inspeção dos dados num processo de baixo para cima (BOGDAN; BIKLEN, 1991, p. 11-13, texto original de 1982).

Considerando-se que a pesquisa qualitativa busca a qualidade dos dados e tem o enfoque em dados reais não quantitativos, pode-se dizer que a qualidade está voltada ao objeto de pesquisa e ao contexto em que ele se dá a conhecer.

Uma pesquisa qualitativa se preocupa com todo percurso que será realizado, não focando somente nos resultados. É importante destacar que não há um modo correto de pesquisar qualitativamente. Isso significa dizer que não há um padrão de procedimentos a serem seguidos que garantam que a investigação seja bem-sucedida, dando-nos certeza sobre o encontrado, como afirma Garnica (1996).

Neste trabalho, a pergunta que norteará a produção, a descrição e análise dos dados é: o que os alunos dizem sobre o Teorema de Pitágoras, quando desenvolvem atividades que envolvem sua demonstração a partir da ideia de área?

3.2 PESQUISA QUALITATIVA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Esse trabalho faz parte da área de educação, sendo assim iremos apresentar a pesquisa qualitativa na Educação Matemática.

Segundo Bicudo (2012) a pesquisa qualitativa em educação é

> um modo de proceder que permite colocar em relevo o sujeito do processo, não olhado de modo isolado, mas contextualizado social e culturalmente; mais do que isso e principalmente, de trabalhar concebendo-o como já sendo sempre junto ao mundo e, portanto, aos outros e aos respectivos utensílios dispostos na circunvizinhança existencial, constituindo-se, ao outro e ao mundo em sua historicidade. (Bicudo, 2012, p.2012).

Para D'Ambrósio (2006),

> a investigação em Educação Matemática procurava se tornar sistemática e rigorosa e via o tratamento estatístico como capaz de conduzir o rigor desejado [...] só era considerada boa pesquisa aquela que tivesse um tratamento estatístico rigoroso". Assim, a pesquisa qualitativa passa a ser entendida como uma forma para se compreender melhor os significados e marcos situacionais que os pesquisadores tanto buscam entender" (D'AMBRÓSIO, 2006, p. 14 *apud* SCHIRLO e SILVA, 2013, p. 16).

Para Bicudo (1994) o foco da pesquisa qualitativa em Educação Matemática é compreender a Matemática, o fazer Matemática, as interpretações elaboradas sobre os significados sociais, culturais e históricos da Matemática.

.

3.3 ESTUDO DE CASO

A partir de uma metodologia de abordagem qualitativa, em um trabalho na área de Educação Matemática, optamos pelos procedimentos fundamentados em um estudo de caso, pois desenvolvemos atividades relacionadas à demonstração do Teorema de Pitágoras a partir da ideia de área com alunos de uma turma do 9º ano do Ensino Fundamental.

Segundo Ponte (2006),

> O estudo de caso se trata de uma abordagem que visa conhecer a entidade de uma pessoa, uma instituição, um curso, uma disciplina, um sistema educativo, uma política ou qualquer outra unidade social. O seu objetivo é compreender em profundidade o "como" e os "porquês" dessa entidade, evidenciando a sua identidade e características próprias, nomeadamente nos aspectos que interessam ao pesquisador. É uma investigação que se assume como particularística, isto é, que se debruça deliberadamente sobre uma situação específica que se supõe ser única ou especial, pelo menos em certos aspectos, procurando descobrir a que há nela de mais essencial e característico e, desse modo, contribuir para a compreensão global de certo fenómeno de interesse (PONTE, 2006, p.2).

Um caso pode mostrar resultados intrigantes, podendo evidenciar dados ou situações que são comparado aos objetivos traçados, entretanto mostrando o porquê. Por outro lado, os resultados podem mostrar uma realidade que nunca tinha sido vista, evidenciando certas condições e mostrar o funcionamento de uma circunstância bem-sucedida. Portanto, trata-se, de expor e compreender um caso, exibindo a possibilidade de existência do objeto. É importante citar também que um caso pode ser excepcional pela sua raridade, no qual a sua exploração permite conhecer melhor o funcionamento dos casos mais comuns. E, pode ser ainda, um caso "neutro", nem essencialmente positivo nem negativo, ou seja, é escolhido como típico num certo grupo, que seleciona para análise detalhada (PONTE, 2006).

Segundo Ponte (2006) o estudo de caso baseia-se em trabalho de campo ou em análise documental. Pode-se seguir uma de duas perspectivas: (a)uma perspectiva interpretativa, que procura compreender como é o mundo do ponto de vista dos participantes e (b) uma perspectiva pragmática, cuja intenção fundamental é proporcionar uma perspectiva global do objeto de estudo, do ponto de vista do investigador, tanto quando possível completa e coerente.

Os estudos de casos possuem diversos objetivos, e podem ser basicamente exploratórios, descritivos ou analíticos.

> Em Educação Matemática há lugar para qualquer um destes tipos de estudo. Um trabalho exploratório pode ser necessário como estudo piloto de uma investigação em larga escala e um estudo descritivo pode ser necessário para preparar um programa de intervenção. No entanto, são os estudos de cunho analíticos que proporcionam um mais significativo avanço do conhecimento (PONTE, 2006. p.6).

Em Educação Matemática existem vários tipos de estudo de caso como: o etnográfico que permitem ao pesquisador estudar a respeito da influência da cultura na aprendizagem dos alunos; o histórico, que segundo Ponte (2006, p. 13), "se procura reconstituir a evolução de um dado fenômeno ou organização durante certo período de tempo"; os psicológicos, tendo o seu foco num sujeito como um todo e procurando estudar certos aspectos do seu comportamento e os sociológicos cujo " foco de interesse incide nos aspectos demográficos, na vida social, nos papéis dos diversos atores, na comunidade e nas instituições sociais tais como a família, as associações populares e o governo, dando particular atenção aos problemas das minorias" nas palavras de Ponte (2006, p. 13).

> Na Educação Matemática, os estudos de caso têm sido usados para investigar questões de aprendizagem dos alunos bem como do conhecimento e das práticas profissionais de professores, programas de formação inicial e contínua de professores, projectos de inovação curricular, novos currículos, etc (PONTE, 2006. p. 3).

Neste trabalho, o tipo de estudo de caso é educacional, pois se pretende compreender o que os sujeitos têm a dizer sobre o Teorema de Pitágoras, quando desenvolvem atividades que envolvem sua demonstração a partir da ideia de área.

Nessa pesquisa vamos utilizar materiais manipulativos, para trabalhar o Teorema de Pitágoras. Sobre esses recursos:

> Geralmente costuma-se justificar a importância desses elementos apenas pelo seu caráter "motivador" ou pelo fato de se ter "ouvido falar" que o ensino da matemática tem de partir do concreto ou, ainda, porque através deles as aulas ficam mais alegres e os alunos passam a gostar da matemática (FIORENTINI E MIORIM, 1990, p. 1).

Segundo Dante (2005, p.60 apud Scolaro, 2008, p.4) "Devemos criar oportunidades para as crianças usarem materiais manipulativos (...), A abstração de ideias tem sua origem na manipulação e atividades mentais a ela associadas".

Desta forma, Scolaro (2008. p.4) diz que os usos destes objetos reais, nomeados de materiais didáticos manipuláveis que levam o aluno a tocar, sentir, manipular e movimentar, acabam por tornarem-se representação de uma ideia; O que para muitos pode estar diretamente relacionada à significação obtida numa situação de aprendizagem, já que na construção do conhecimento, existem muitos fatos que, mesmo sendo simbólicos, expressam tão diretamente seu significado que não necessitam de qualquer tipo de mediação para serem compreendidos.

Em nossa pesquisa, para que pudéssemos trabalhar com materiais manipulativos, realizamos um estudo sobre as possibilidades que teríamos com esse enfoque. Em diferentes sites, artigos e propostas de trabalho, encontramos sugestões variadas e, dentre elas, chamou-nos a atenção as que defendem esse tipo de materiais e, particularmente, uma proposta de desenvolver quebra-cabeças para ilustrar a demonstração do Teorema de Pitágoras. Fizemos uma adaptação dessa proposta, para que fosse possível desenvolver o quebra-cabeça com os alunos de maneira remota, devido às limitações de trabalho impostas pela pandemia em 2020.

4 PESQUISA DE CAMPO

Neste capítulo, apresentaremos a proposta de trabalho que elaboramos a partir dos estudos realizados envolvendo a História da Matemática como uma introdução ao tema "Teorema de Pitágoras" e o material manipulativo escolhido para o desenvolvimento do trabalho.

4.1 SUJEITOS DA PESQUISA

Para o desenvolvimento da proposta, que descrevemos nesse texto, foram utilizadas duas aulas em um colégio particular da cidade de Guaratinguetá. Esse colégio atende os alunos do Ensino Fundamental I (1º ao 5º ano) no período vespertino, Ensino Fundamental II e Médio (6ºano a 3ª série) no período Matutino.

O colégio juntamente com sua equipe de professores e funcionários se adaptou ao ensino remoto, devido ao impacto causado pela pandemia de COVID-19[4]. As aulas foram oferecidas pelo Google Meet, que é um serviço de comunicação por vídeo desenvolvido pelo Google. Com isso as atividades deste trabalho foram adaptadas para serem desenvolvidas remotamente. As atividades foram gravadas e em seguidas transcritas.

As atividades que realizamos envolveram os alunos do 9º ano do Ensino Fundamental II, que possuíam aulas regulares no período matutino, sendo a turma formada por 19 alunos.

Para o desenvolvimento das atividades foram cedidas pelo professor, três aulas de 50 minutos cada uma. Para os alunos participarem do trabalho, o colégio nos solicitou que fosse realizado um documento descrevendo o trabalho que seria realizado e enviasse para os pais dos alunos. O documento continha o objetivo da pesquisa e como seria desenvolvido o trabalho e uma autorização para a participação dos alunos.

Solicitamos ao professor da turma que avisasse os alunos sobre a utilização de alguns materiais importantes para a realização das atividades, como tesoura, caderno de desenho ou folha sulfite, lápis, borracha, régua e canetas. Visando a preservação das identidades dos alunos usaremos nomes fictícios.

---

[4] COVID-19: É uma doença causada pelo coronavírus, denominado SARS-CoV-2, que apresenta um espectro clínico variando de infecções assintomáticas a quadros graves.

4.1.1 As atividades propostas

O trabalho de campo consistiu no desenvolvimento de uma sequência de atividades formadas por um vídeo de introdução ao tema, com o objetivo de que os alunos conhecessem quem foi Pitágoras e um pouco sobre sua contribuição para o desenvolvimento da Matemática. E duas atividades que envolveram um material manipulativo do tipo quebra-cabeça, que tinham com o objetivo apresentar a ideia da demonstração do Teorema de Pitágoras a partir da ideia de áreas.

Na primeira atividade as peças eram divididas nos quadrados desenhados sobre os catetos, e na segunda o quebra-cabeça tinha como base a demonstração realizada por Henry Perigal. Ao final de cada atividade havia cinco questões para discussão com os alunos.

Trabalhamos com esses materiais manipulativos, compreendendo que "existem diferentes propostas de trabalho que possuem materiais com características muito próprias, e que os utilizam também de forma distinta e em momentos diferentes no processo ensino-aprendizagem" (FIORENTINI e MIORIM, p. 2, 1990). Entendemos também que, de acordo com esses mesmos autores, em cada material se esconde uma visão de educação, de matemática, ou seja, implícito ao material, existe uma proposta pedagógica que o justifica.

A escolha dos materiais, que compuseram a proposta elaborada, foi feita pela sua característica de descoberta relacionada ao Teorema de Pitágoras, sua relação com a apresentação e verificação do seu enunciado. Desse modo, esse material estava em consonância com a proposta histórica do trabalho, envolvendo os alunos em um ambiente de descoberta.

A seguir descrevemos as atividades realizadas e em anexo apresentamos a sequência de atividades integralmente como foram distribuídas aos alunos.

4.1.2 Aula 1 e 2

Na primeira aula foi passado aos alunos o vídeo intitulado "Contexto histórico de Pitágoras". Este tinha o intuito de apresentar quem foi Pitágoras e quais as suas principais contribuições no desenvolvimento de alguns conceitos matemáticos, e durava por volta de 4 minutos.

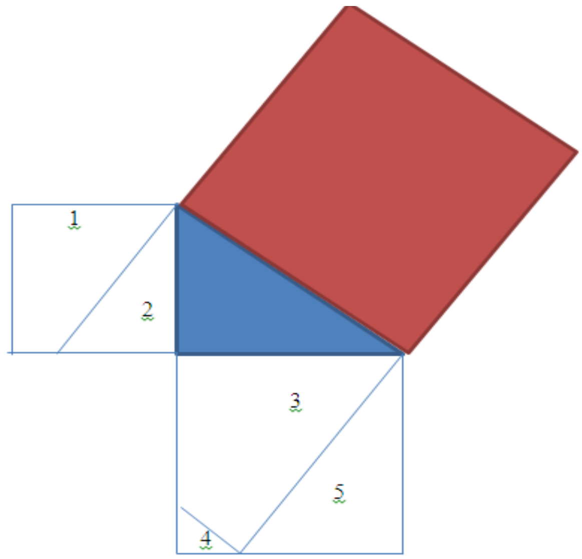
Foi perguntado então, aos alunos se eles lembravam quais medidas possuíam os ângulos de um triangulo retângulo. E, por que ele era chamado de triângulo retângulo? A aluna Ana abriu seu microfone e respondeu que "Um triângulo retângulo possuía ângulo de noventa graus". Outros alunos responderam no chat do Google Meet.

Passamos então ao desenvolvimento da primeira atividade, “Demonstração do Teorema de Pitágoras utilizando quebra-cabeça” A atividade consistiu em construir um quebra-cabeça, recortá-lo e trabalhar a verificação do Teorema de Pitágoras a partir da ideia de área.

Antes de começar a trabalhar o quebra-cabeça com os alunos nos certificamos que todos os materiais solicitados estavam à mão.

Construímos então o quebra-cabeça com os alunos, propondo a construção de um quadrado e um triângulo retângulo, dando as medidas dos lados do triângulo retângulo e as medidas de cada lado do quadrado. Enfatizando o quanto era importante na construção do quebra-cabeça às medidas serem corretas. Também foi dito aos alunos, na medida em que construíam cada peça do quebra-cabeça, que nomeassem cada vértice do desenho. A seguir a figura 10 mostra o desenho do quebra-cabeça que foi produzido. Esse passo foi necessário devido à adaptação ao trabalho remoto em virtude da pandemia, pois não foi possível enviar a figura pronta aos alunos.

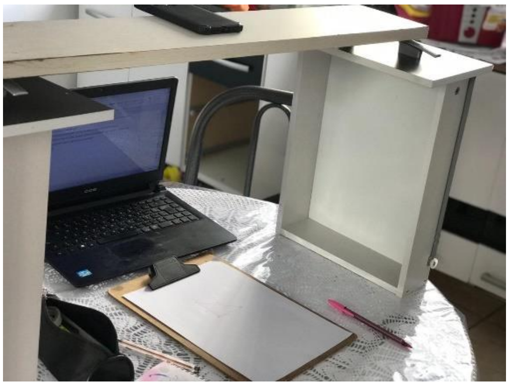
Figura 9: Quebra- cabeça 1



Fonte: Santos (2018).

Para os alunos conseguirem acompanhar a construção do quebra-cabeça foi montada uma estrutura improvisada onde a câmera do celular pudesse focar o desenho que era realizado, como mostra a Figura 10. Essa estrutura foi montada, pois não havia disponível uma lousa.

Figura 10: Estrutura com gavetas de armário

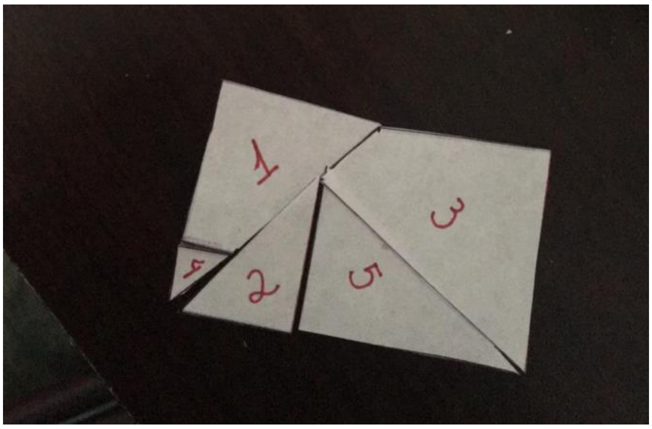


Fonte: Arquivo da Pesquisadora.

Com essa estrutura os alunos conseguiram acompanhar cada passo da construção do quebra- cabeça. Durante a construção do quebra-cabeça não foi constatada nenhuma dúvida por parte dos alunos. Quando todos os alunos realizaram a construção do quebra-cabeça, foi solicitado que nomeassem cada peça com os números 1, 2, 3,4 e 5 e em seguida recortassem.

Após esse passo, com as peças 1, 2, 3, 4 e 5 foi pedido que tentassem construir um quadrado a partir de um dos lados do triângulo retângulo. Foram dados alguns minutos para tentarem fazer, porém nenhum dos alunos conseguiu. Uma aluna conseguiu montar um retângulo, embora não seja o que foi solicitado, mas mostra a participação dos alunos. A figura a seguir mostra o retângulo realizado pela aluna:

Figura 11: Retângulo



Fonte: Arquivo da Pesquisadora.

Depois de várias tentativas dos alunos para construírem o quadrado, foi mostrado a eles como poderia ser feita essa montagem. Antes foi solicitado que mandassem foto no WhatsApp[5] sobre o que conseguiram montar com as cinco peças.

Foram feitos alguns questionamentos para alunos sobre a montagem dos quadrados nos lados do triângulo retângulo como: “O que vocês perceberam ao montar o quadrado maior? Quanto media os quadrados menores?” Uma aluna respondeu que “*É o mesmo tamanho do quadrado que ficou sobrando.”* Também foi questionado se lembravam de como calcular a área de um quadrado. Alguns alunos responderam que era um lado vezes o outro.

Sendo assim, foram questionados sobre o quadrado menor: “O quadrado menor tem medida de três centímetros de lado, então sua área é quanto?” Alguns alunos abriram o microfone e responderam, outros mandaram resposta no chat. O mesmo questionamento foi feito para o quadrado médio. Após o questionamento sobre a área do quadrado menor e médio foi perguntado qual era o valor da soma da área dos dois quadrados, alguns alunos responderam que era vinte e cinco. Em seguida foi questionado sobre a relação dos quadrados menores com o quadrado maior. Alguns alunos responderam que ambos possuíam a mesma área.

Para a finalização da atividade foi apresentado e feito uma leitura para os alunos de cinco questões referentes ao quebra-cabeça.

1) Quais são as medidas dos lados do triângulo retângulo?

2) Quais são as medidas das áreas dos quadrados desenhados sobre os lados do triângulo retângulo?

3) O que você observou ao montar um quadrado com as peças recortadas?

4) Calcule a soma das áreas dos quadrados desenhados sobre os catetos e compare o resultado com a medida da área do quadrado desenhado sobre a hipotenusa.

5) Escreva um enunciado ou uma regra geral de acordo com suas observações no desenvolvimento desta atividade.

Foi dado alguns minutos para que os alunos respondessem, a essas questões. Assim que terminaram enviaram uma foto das respostas pelo aplicativo WhatsApp.

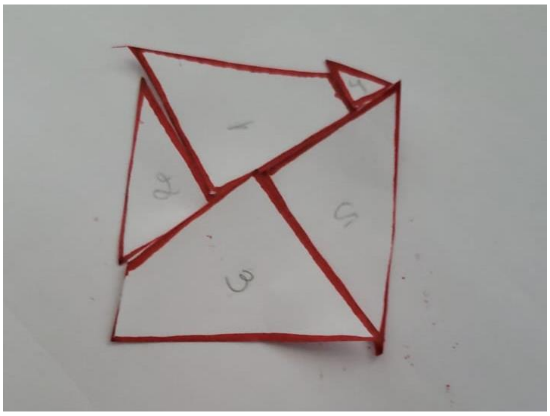
O objetivo dessa atividade foi que os alunos compreendessem o que significa “A soma dos catetos ao quadrado é igual à hipotenusa ao quadrado” de maneira contextualizada e significativa.

A figura a seguir mostra o quadrado montado com as peças do quebra- cabeça.

---

[5] Whatsapp: É um aplicativo para troca de mensagem entre dois contatos ou em grupo. Além de conteúdo em texto, pode compartilhar emojis, áudios, imagens e muitos outros formatos de arquivo, como documentos de softwares do pacote Office.

Figura 12 : Quadrado



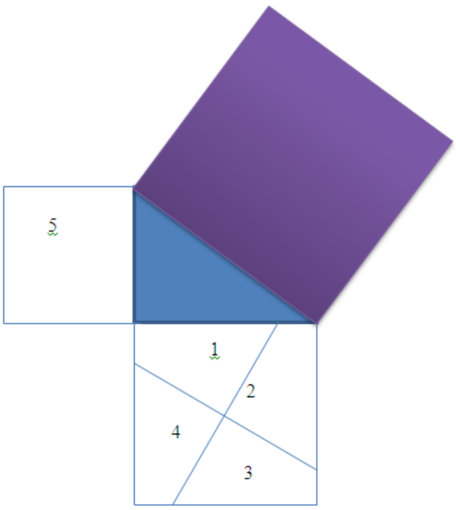
Fonte: Arquivo da Pesquisadora.

4.1.3 Aula 3

Na terceira aula, realizamos a atividade intitulada de "Demonstração do Teorema de Pitágoras utilizando quebra-cabeça- Demonstração feita por Henry Perigal". Nessa aula encontramos algumas dificuldades devido a questão do tempo de aula, pois era de apenas 50 minutos. Além disso alguns alunos acessaram o link para a aula com um atraso de aproximadamente 10 minutos, que necessitou de iniciar a atividade novamente ao que chegaram atrasados.

Foi construído, juntamente com os alunos, do novo quebra-cabeça, utilizando os mesmos passos do quebra-cabeça da aula anterior, o que se diferenciavam eram as divisões dos quadrados desenhados nos lados do triângulo retângulo. Como mostra a figura a seguir.

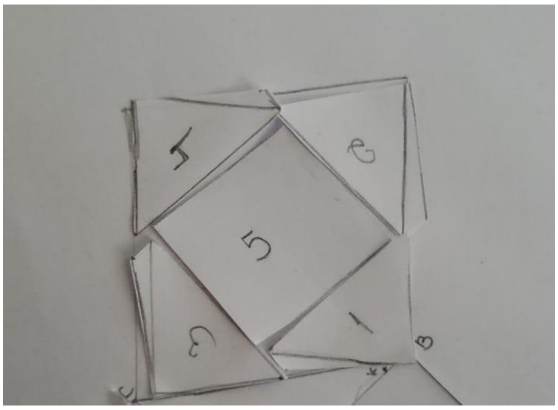
Figura 13: Quebra- cabeça 2



Fonte: Santos (2018).

Na construção do quebra-cabeça nenhum dos alunos apontou dúvidas. Após a construção e o recorte das peças foi solicitado aos alunos que tentassem construir um quadrado com as cinco peças recortados do quebra-cabeça. Foi dado alguns minutos para essa tentativa, alguns deles conseguiram montar o quadrado. Ao final do tempo foi mostrado como era a montagem do quadrado. Em seguida foram apresentadas as mesmas questões da aula anterior, relacionadas às áreas dos quadrados. A figura a seguir mostra o quadrado montado com as peças do quebra- cabeça.

Figura 14: Quadrado



Fonte: Arquivo da Pesquisadora.

O objetivo era que os realizassem uma verificação do enunciado do Teorema de Pitágoras, a partir da ideia de área.

Porém o tempo não foi suficiente para apresentar as perguntas durante a aula, então os questionamentos foram enviados ao professor da sala, para que ele encaminhasse aos alunos. Dos sete alunos que participaram dessa aula, quatro enviaram as fotos no WhatsApp com suas respostas, entretanto desses que enviaram deixaram a maior parte das questões sem resposta.

Entendemos que modo remoto prejudicou o andamento do trabalho da proposta, apesar do cuidado e da elaboração de um roteiro bem estruturado para o seu desenvolvimento, muitos são os contratempos e os imprevistos para na realização. Destacamos também que a distância entre professor e alunos, acabou interferindo negativamente no envolvimento da turma com o desenvolvimento da atividade.

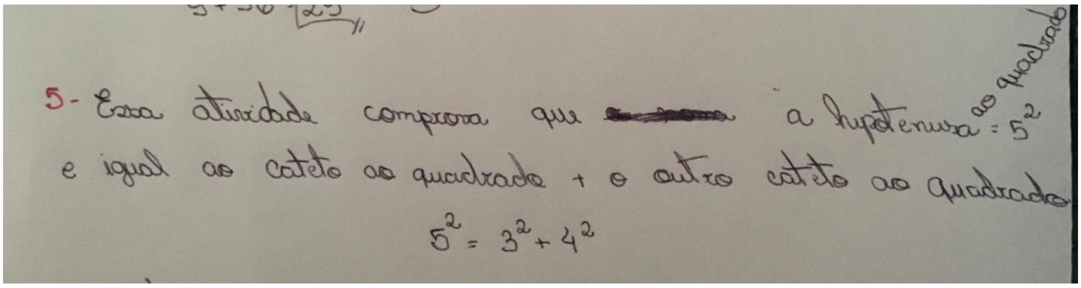
4.1.4 Análises de algumas das respostas dos alunos

Nesse momento iremos apresentar uma análise de algumas das respostas que se mostraram importantes em relação à questão norteadora do trabalho, que é: o que os alunos dizem sobre o Teorema de Pitágoras, quando desenvolvem atividades que envolvem sua demonstração a partir da ideia de área?

Das cinco questões propostas iremos enfatizar a questão de número 5: Escreva um enunciado ou uma regra geral de acordo com suas observações no desenvolvimento desta atividade.

A figura a seguir mostra a resposta da questão cinco realizada pela aluna Ana.

Figura 15: Resposta questão cinco

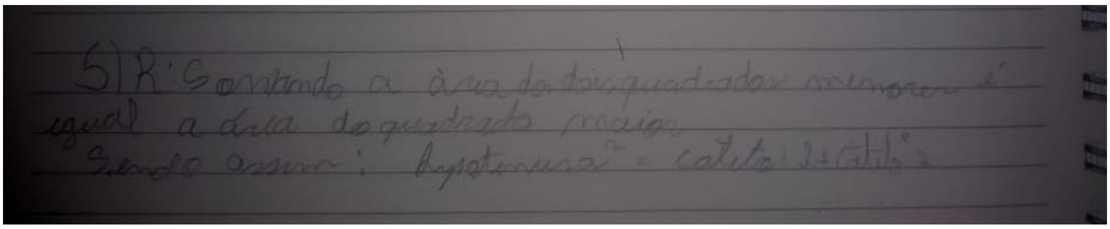


Fonte: Arquivo da Pesquisadora.

A resposta da aluna foi escrita com as suas próprias palavras, mostrando o que ela compreendeu a partir dos cálculos realizados.

A seguir apresentamos na figura 16 a resposta do aluno Renan.

Figura 16: Resposta questão cinco

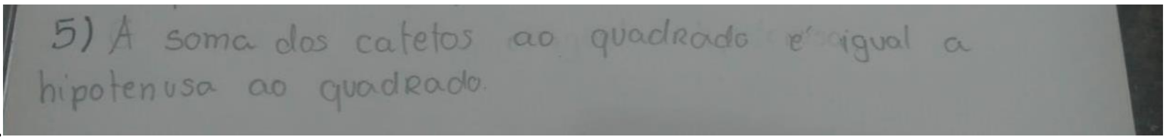


Fonte: Arquivo da Pesquisadora.

O raciocínio do aluno Renan está correto. Percebemos que pela sua escrita que o aluno pensou na ideia de área para expressar seu raciocínio em relação ao compreendido.

A figura a seguir mostra a resposta da aluna Claudia.

Figura 17: Resposta da questão cinco

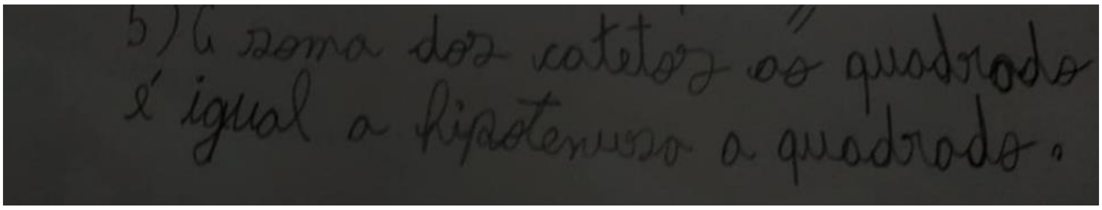


Fonte: Arquivo da Pesquisadora.

Na resposta de Claudia podemos perceber uma compreensão do que foi proposto nas atividades anteriores, entretanto ao expressar sua compreensão por meio da escrita matemática, notamos que a aluna não conseguiu expressar corretamente sua ideia sobre o compreendido. Podemos observar que Claudia usou a frase "a soma dos catetos ao quadrado" que matematicamente significa $(a + b)^2$, no lugar de da soma dos quadrados dos catetos, que matematicamente significa $(a^2 + b^2)$.

O mesmo erro ocorreu com o aluno Rodolfo como podemos observar na figura a seguir.

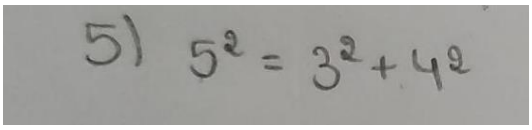
Figura 18: Resposta da questão cinco



Fonte: Arquivo da Pesquisadora.

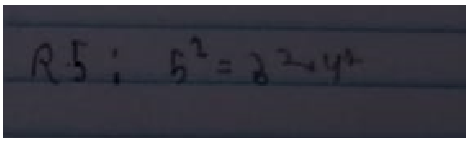
As figuras que se seguem mostram também respostas da questão de número cinco. Nessas respostas os alunos Sofia e Carlos não expressaram de maneira genérica a ideia do enunciado do Teorema de Pitágoras, mas sim indicaram numericamente sua hipótese.

Figura 19: Resposta da questão cinco



Fonte: Arquivo da Pesquisadora.

Figura 20: Resposta da questão cinco



Fonte: Arquivo da Pesquisadora.

A partir dessas respostas podemos pensar que os alunos conseguiram expressar suas ideias em relação às atividades propostas, entretanto quando ao solicitar que expressassem o seu raciocínio em relação forma abstrata, ou seja, a ideia apresentada no teorema, observamos uma dificuldade no modo pelo qual se expressaram sua escrita matemática.

A partir dessas observações, trazemos a seguir uma discussão relacionada a importância da escrita na compreensão de conceitos matemáticos.

4.2 SOBRE A ESCRITA EM MATEMÁTICA

Nesse tópico temos como objetivo apresentar o que a importância da escrita matemática a partir das ideias de Danyluk (2015)que, com o auxílio de diversos autores como: Ferreiro(1998), Luria(1988), Goodman (1987), Cohen e Gilabert (1992), Sinclair (1990), Machado (1990), Ramirez e Garcia (1994) , Sastre e Moreno (1990), discute as principais ideia em torno desse tema com um olhar da educação e da psicologia.

Segundo Danyluk (2015), a partir de seus estudos de diferentes autores sobre esse tema, identificou que a aquisição da escrita pode ser entendida como algo a ser iniciado antes mesmo do ingresso das crianças na instituição escolar. As crianças pequenas, por exemplo, de dois anos, se envolvem com letras e desenhos na esperança de expressar aos adultos o que desejam.

Danyluk (2015) ressalta que Ferreiro e Luria mostram as diferenças entre o desenho e a escrita: na fase do desenho, a criança, segundo esses autores, não toma essa forma de expressão como um expediente auxiliar, quer dizer, a imagem desenhada ainda não é percebida como símbolo.

Goodman, Luria, Sinclair e Machado dizem que o processo da aquisição da língua escrita, está ligado à cultura, à história e ao social. O que indica que o processo histórico de construção da escrita da humanidade deve ser levado em consideração no processo da escrita infantil. A sequência de linhas, rabiscos e a pictografia são exemplos de comunicação e expressão utilizados na história das civilizações. Assim, as crianças, quando iniciam seus primeiros traços de escrita, parecem transitar por caminhos semelhantes aos percorridos pelas civilizações. (DANYLUK, 2015).

Para Danyluk (2015) a história de construção da escrita deve ser considerada no processo da escrita infantil, de maneira a respeitar a evolução e o desenvolvimento dos registros iniciais da escrita. Nas origens da história da humanidade, o homem não escrevia tal como escreve atualmente. Suas escritas passaram por modificações como é o caso da evolução dos sinais das operações aritméticas, que levaram anos para acontecer, que hoje aparece na linguagem matemática.

Na compreensão de Danyluk (2015) as pesquisas de Luria, Ferreiro e Goodman, mostraram que as crianças, no desenvolvimento de aprendizagem da escrita, utilizam letras de seus nomes ou aquelas que conhecem para produzir seus registros escritos. Já nas pesquisas de Sinclair relata que não pôde constatar se as crianças, inicialmente, conseguem perceber que há duas classes diferentes de grafias, ou seja, de letras e de números. Assim, Ferreiro e colaboradores verificaram que algumas crianças utilizam alguns números junto com grafias-letras. O que significa que a distinção entre grafias-letras e grafias-números ainda não está estabelecida. Todavia, segundo Fereiro, é surpreendente que algumas crianças afirmem serem os números letras, e não dizerem que as letras são números.

A pesquisa de Cohen e Gilabert acredita que o registro escrito possibilita à criança o ato de aprender a escrever. Assim, no texto, elas, junto às crianças, procuram estimular o que está escrito. Sobre as pesquisas de Machado, destaca a interdependência entre o ensino da língua Materna e o da matemática, considerando que o processo de composição da escrita alfabética passa por processo semelhante ao utilizado usualmente na representação dos números. Da mesma forma que Ferreiro, Machado vê a aprendizagem da escrita como uma representação e, não apenas, como um código de transcrição. (DANYLUK, 2015).

Danyluk destaca que Machado, ao considerar a dependência mútua entre os dois sistemas de representação, o da língua materna e o dos números. Remete uma relação de troca, de interdependência, de complementaridade entre as duas disciplinas escolares, a língua portuguesa e a matemática, muitas vezes concebidas de forma isolada. O que chamaríamos de interdisciplinaridade teria o papel de juntar tais extremos, para que num possível contexto escolar, concepções radicalmente preconceituosas fossem, ao menos, investigadas [...]" (GARNICA, 1994, p. 1, apud DANYLUK 2015, p. 54).

Sob o olhar na filosofia Danyluk traz as ideias de Heidegger e Ricoeur buscando descobrir o que eles dizem a respeito da escrita.

Danyluk (2015) ressalta que várias formas de expressão estão presentes nas relações que o homem mantém com o mundo e com os outros homens. Ao conhecer o mundo, o ser humano estabelece uma rede de relações em que a sua própria linguagem se presentifica, materializando a cultura. Essa faz parte do horizonte de conhecimento, podendo ser adquirida também por leituras realizadas mediante os sinais emitidos pela linguagem.

Desse modo, os atos de comunicação os sinais que a linguagem emite conduz o homem ao trabalho de leitura. Ao realizar uma leitura tem a possibilidade de expressar aquilo que compreendeu e interpretou do lido. Uma das formas de executar é por meio do discurso oral, ou seja, da fala. Na fala, portanto, é expresso algo que foi compreendido. O discurso, então, é tomado como a comunicação da inteligibilidade, na compreensão de Heidegger (Danyluk, 2015).

Já na compreensão de Ricoeur, Danyluk (2015), destaca que o discurso, mesmo o oral, apresenta um traço primitivo, absolutamente de distanciamento. Um exemplo é que ao expressar o sentir, eu já me distancio do que senti. O sentir primeiro já não é mais aquele que no momento da dor eu sentia; ainda dói, mas minha expressão dessa dor é pronunciada ao outro diferentemente do que aquela sentida no primeiro momento. Há um distanciamento, porque eu já estou no processo de desenvolvimento do sentido da dor, que se pode desdobrar em interpretação. Esta é a compreensão existencial: sinto, percebo, compreendo, interpreto. E, nesse processo, já me vou distanciando dos atos primeiros. Vou elaborando esse sentir, perceber e compreender (DANYLUK, 2015).

Danyluk (2015) salienta que, a expressão do discurso é sempre um distanciamento, o qual Ricoeur diz que pode ser colocado sob o título da dialética do acontecimento e da significação. Os quais são apontados por ele como pertencentes ao discurso. Há uma dialética entre significação e acontecimento, que são exteriorizações realizadas pelo homem.

> Dizer que o discurso é acontecimento significa dizer que ele ocorre no momento, portanto, temporalmente, no presente. Quer dizer que ele é o referencial porque se refere a algo. O discurso é sempre sobre alguma coisa: “ele refere-se a um mundo onde se pretende descrever, exprimir ou representar” (Ricoeur, 1989, p. 112). Ao expressar ao outro o que leu, o homem busca na língua os códigos que lhe possibilitem a comunicação, mas é somente no discurso que ocorre a troca de mensagens (DANYLUK, 2015, p. 56).

Nesse sentido Danyluk (2015) traz que segundo Ricouer, o discurso, sozinho, não tem apenas um mundo, mas tem o outro, outra pessoa, um interlocutor ao qual se dirige; o acontecimento, neste último sentido, é o fenômeno temporal da troca, o estabelecimento do diálogo (RICOEUR, 1989, p. 112, *apud* DANYLUK, 2015, p. 56).

Portanto, é no momento da prática da língua em discurso que esse é tomado como acontecimento. Este que possui caráter de se atribuir à pessoa que fala, porque, embora a língua transcenda a pessoa, o discurso sempre remete ao interlocutor, aquele que fala e aquele para quem se fala. E, ainda, o discurso se refere a um mundo que pretende exprimir ou representar. Nesse caso, o acontecimento é a vinda a linguagem de um mundo por meio de um discurso (Danyluk, 2015).

Segundo Danyluk (2015),

> O discurso é tomado por Ricoeur também como obra, em aspectos, tais como: "Composição, pertença a um gênero e estilo individual, caracterizam o discurso como obra [...] a obra literária é um resultado de um trabalho que organiza a linguagem" (Ricoeur, 1989, p. 115). O estilo da obra designa o autor, produz o individual. Assim, é que o autor é visto por Ricoeur como um artesão da linguagem. E o que é fixado pela escrita é a significação dos atos da linguagem, ou seja, a escrita aponta o real; aquilo que a consciência percebe no mundo é, portanto, o noema do dizer. (DANYLUK, 2015, p.58)

Desta forma Danyluk (2015) faz um questionamento, qual é a relação que tem a fala com a escrita? A autora traz que segundo Ricoeur, há uma autonomia do texto, que segundo esse autor texto é a fixação do acontecimento da linguagem que é o discurso e, graças à escrita, o mundo do texto pode desagregar o mundo do autor, ou seja, na situação da fala e do diálogo, o emissor e o receptor da mensagem encontram-se frente a frente. Já, no discurso escrito, há a necessidade de saber ler, porque é o trabalho de compreensão e interpretação que é solicitado. Nesse ato de leitura, a escrita tem efeito de transformação pessoal; a contextualização e a recontextualização fazem com que o leitor busque novas leituras, novo textos. Dessa forma, os atos de ler e de escrever são relacionados.

Sobre a escrita matemática Danyluk (2015) traz uma síntese de um texto intitulado de a Origem da Geometria, em que Husserl afirma serem os objetos matemáticos ideais e fala da escrita como o modo pelo qual esses objetos persistem culturalmente.

> A existência dos objetos ideais persiste com a escrita. De acordo com Husserl, a escrita é uma expressão linguística documentada que possibilita a comunicação entre as pessoas, mesmo quando essas não estejam frente a frente. Assim, a escrita faz com que a comunicação entre os homens seja possível mesmo sem ela ter um destino pessoal. "Sinais escritos são, quando considerados de um ponto de vista puramente corporal, experienciáveis, sensível e diretamente; e é sempre possível que eles sejam exprienciáveis intersubjetivamente em comum" (HUSSERL, 1970, p. 11, apud, DANYLUK, 2015, p. 63).

Após suas pesquisas Danyluk (2015) faz uma reflexão sobre o que os autores referenciados dizem a respeito do ato de escrever, retomando o objetivo da sua pesquisa, que visa a compreender o processo pelo qual a escrita é desenvolvida e o que ela significa para o pensar matemático, enfocando a construção subjetiva, intersubjetiva e histórico-temporal do objeto matemático. O qual nesta pesquisa, esse objeto é enfocado como quantidade numérica.

A autora diz que a partir da leitura dos autores citados nesse capítulo, ela compreendeu que o processo da aquisição da escrita em matemática é altamente complexo, abrangendo a compreensão, a interpretação e a comunicação das idealidades matemáticas.

A partir dos estudos realizados em filosofia entendeu que o significado de discurso, de escrita, de texto e o significado da escrita na matemática. Sobre as concepções de Ricoeur e Husserl, em seus estudos, não buscam, na criança, como se dá o ato de escrever. No entanto, contribuem para o entendimento da escrita, o qual possibilitou, para a autora, um caminho na compreensão de como a criança entra no mundo da escrita da linguagem matemática.

Os estudos realizados em educação e em psicologia mostraram para Danyluk (2015) que as crianças conseguem, de alguma forma, expressar a sua escrita muito antes de chegar à instituição escolar, isso se verifica em Luria, que fala em pré-história da escrita. Da mesma forma, Goodman entende que a criança desenvolve sua escrita num evento cultural e antes de ser alfabetizada na escola. Sastre e Moreno apontam condutas que dão índices a uma gênese da representação gráfica da quantidade. Garcia e Ramirez também denominam suas investigações como psicogenética e apresentam níveis de produções realizadas pelas crianças investigadas. Cohen e Gilabert veem a escrita como meio de comunicação e buscam na leitura apoio para o ato de escrever. Ferreiro desenvolveu toda uma psicogênese da língua escrita e, assim como Machado, crê que a escrita seja um sistema de representação da realidade, que é construído nas relações vividas. De uma forma geral, o processo da língua escrita, no entender dos autores estudados, está ligado à cultura, à história e ao social. (DANYLUK, 2015, p.64).

> Em Heidegger, pela abordagem que faz sobre a questão de o discurso estar fundamentado na linguagem como articulação da inteligibilidade do aí, de onde os entes e os seres se manifestam, no envolvimento do homem com as entidades-no-mundo e, também, por situar o homem-no-mundo como compreensão. A compreensão em Heidegger é uma condição humana de existência. É, portanto, essencial à existência do homem que “ele esteja sempre atribuindo significados, descobrindo, analisando, pensando” (Martins, 1992, p. 78). Trata-se de uma compreensão existencial. (DANYLUK, 2015, p. 64).

Danyluk (2015) mostra que Husserl, entende a natureza dos objetos matemáticos, deixando claro o significado do ato original do ser conhecedor, entendendo a matemática como disciplina que tem existência no espaço-tempo concreto, referente a um local e momento específicos. O pensamento husserliano é trazido também na questão da escrita, tomada como existência persistente dos objetos ideais.

Por fim a autora traz que a interpretação hermenêutica, é um caminho percorrido por ela, pelas possibilidades permitidas ao homem de se perceber como ser-no-mundo com o outro, como ser que atribui significados e que realiza o trabalho que vai além da compreensão do fenômeno interrogado. Isto é, que desenvolve sua compreensão mediante o ato interpretativo, buscando entender o universo simbólico que permeia a compreensão e a interpretação cultural. Dessa forma, a interpretação, na perspectiva hermenêutica, no âmbito da leitura de Ricoeur, envolve a compreensão do sentido e do significado da produção humana. Que no trabalho da autora uma das produções humanas perseguidas é a produção escrita da linguagem matemática.

Refletindo a partir das ideias de Danyluk e relacionando com as escritas dos alunos percebemos que os alunos compreenderam o propósito das atividades. Sobre as suas escritas matemáticas consideramos dois pontos: a ausência da diferença do conceito matemático do "quadrado da soma" que matematicamente significa $(a + b)^2$ e a "soma dos quadrados", que matematicamente significa $(a^2 + b^2)$. Aqueles que só expressaram o enunciado do teorema com números, não passando para a linguagem matemática pode se perceber que sabem distinguir cada elemento dos lados do triângulo retângulo, ou seja, quanto vale a hipotenusa e os catetos, mas não conseguiram compreender de maneira que conseguissem generalizar o teorema de Pitágoras.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste estudo o objetivo foi analisar o que os alunos dizem sobre o Teorema de Pitágoras, quando desenvolvem atividades que envolvam sua demonstração a partir da ideia de área. As referências utilizadas para o desenvolvimento do trabalho permitiram compreender que Pitágoras foi um importante matemático e deixou como principal contribuição para a Matemática à descoberta da relação de igualdade entre o quadrado da hipotenusa e a soma dos quadrados dos catetos que ficou conhecido como Teorema de Pitágoras.

Dessa forma, pensamos em uma pesquisa de campo com alunos do Ensino Fundamental II no qual fosse possível desenvolver atividades com materiais manipulativos e com resolução de atividades, analisando o que os alunos conseguiram expressar sobre a generalização do Teorema de Pitágoras. A nossa pesquisa foi adaptada para o ensino remoto, devido ao impacto causado pela pandemia da COVID- 19. As atividades foram oferecidas pelo Google Meet.

Elaboramos duas atividades e trabalhamos com 6 alunos do 9º ano. Foram desenvolvidas com esses alunos dois quebra-cabeça diferentes e foi trabalhada a demonstração do Teorema de Pitágoras a partir da ideia de área. Após a discussão sobre a demonstração do Teorema foi solicitado aos alunos cinco perguntas referentes às atividades, uma delas tinha como o objetivo que os alunos expressassem o seu raciocínio em relação forma abstrata, ou seja, a ideia apresentada no teorema.

Com isso analisamos e percebemos que os alunos conseguiram expressar seu raciocínio, entretanto nem todos de maneira correta. Alguns alunos confundiram o conceito matemático “a soma dos catetos ao quadrado” que matematicamente significa $(a + b)^2$, no lugar da soma dos quadrados dos catetos, que matematicamente significa $(a^2 + b^2)$. Outros alunos não expressaram de maneira genérica a ideia do enunciado do Teorema de Pitágoras, mas sim indicaram numericamente sua hipótese.

Em seguida o trabalho traz sobre a escrita em Matemática a partir das ideias de Danyluk (2015), a qual diz que as crianças conseguem, de alguma forma, expressar a sua escrita muito antes de chegar à instituição escolar e que o processo da aquisição da escrita em matemática é altamente complexo, pois abrange a compreensão, a interpretação e a comunicação das idealidades matemáticas.

Ao relacionarmos a ideia de Danyluk sobre escrita em matemática com a escrita realizada nas respostas dos alunos, consideramos a não compreensão relacionada às diferenças entre os conceitos matemáticos “quadrado da soma”, que matematicamente significa $(a + b)^2$, e a “soma dos quadrados” que matematicamente significa ($a^2 + b^2$). Aqueles que só expressaram o enunciado do teorema com números, não transpondo para a linguagem matemática, percebemos que distinguem cada elemento dos lados do triângulo retângulo, ou seja, quanto vale a hipotenusa e os catetos, mas não conseguiram compreender a ideia geral do teorema de Pitágoras.

Com isso conclui-se a importância da compreensão e da interpretação do que se está sendo ensinado, com o intuito de que o olhar do aluno para a escrita matemática tenha algum significado para ele. A forma de comunicação em sala na aula torna-se, então, de extrema importância, pois, a maneira com que o professor se expressa, tanto na forma falada ou escrita, pode contribuir com a comunicação e, por consequência, com o aprendizado do aluno.

REFERÊNCIAS

BICUDO, M. A pesquisa em educação matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. **R. B. E. C. T**, v. 5, n. 2, p. 26, 2012. Disponível em: http://www.mariabicudo.com.br/resources/ARTIGOS/A%20pesquisa%20em%20educa%C3%A7%C3%A3o%20matem%C3%A1tica%20a%20preval%C3%AAncia%20da%20abordagem%20qualitativa.pdf. Acesso em: 31 maio 2020.

BICUDO, M. A.V.; GARNICA, A.V.M. Um estudo hermenêutico do texto de matemática. *In*: Bicudo, M. A.V.; ESPOSITO, V.H.C. (org**.). Pesquisa qualitativa em educação**: um enfoque fenomenológico. Piracicaba: UNIMEP, 1994. p. 102. Disponível em: http://www.mariabicudo.com.br/resources/CAPITULOS_DE_LIVROS/Um%20estudo%20hermen%C3%AAutico%20do%20texto%20de%20matem%C3%A1tica.pdf. Acesso em: 03 jun. 2020.

CRIACIONISMO. **Mistério de tábua da Babilônia é desvendado por cientistas**. Disponível em: http://www.criacionismo.com.br/2017/09/misterio-de-tabua-da-babilonia-e.html. Acesso em: 05 jul. 2020.

DANILUKY, O. S. **Alfabetização matemática**: as primeiras manifestações da escrita infantil. 5. ed. Passo Fundo: UPF Editora, 2015. p. 244.

FIORENTINI, D. *et al*. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática. **Boletim SBEM-SP.** 2020. Disponível em: https://docero.com.br/doc/x1x0xc0. Acesso em: 04 jan. 2021.

GARNICA, A.V. M. *et al*. Pesquisa qualitativa e educação (matemática): de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos. **Mimesis,** Bauru, v. 22, n. 1, p. 3548, 2001. Disponível em: https://secure.unisagrado.edu.br/static/biblioteca/mimesis/mimesis_v22_n1_2001_art_02.pdf. Acesso em: 05 jun. 2020.

GIL, A. Métodos e técnicas de pesquisa social. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008. 120 p. Disponível em: https://ayanrafael.files.wordpress.com/2011/08/gil-a-c-mc3a9todos-e-tc3a9cnicas-de-pesquisa-social.pdf. Acesso em: 31 maio 2020.

GULIN, C.; ROSÁRIO, L. História da Matemática e sua contribuição na compreensão do uso cotidiano dessa ciência. *In*: Paraná (Estado). Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. **os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE**, 2014. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_utfpr_mat_artigo_amarilda_de_cacia_gulin.pdf. Acesso em: 11 jul. 2020.

IMENES. M. L.; LELLIS. M. **Descobrindo o teorema de Pitágoras**. 2. ed. São Paulo: Scipione, 2000.

FIORENTINI, D. *et al*. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da matemática. **Boletim da SBEM-SP**, n. 7, de julho-agosto de 1990. Disponível em: http://www.cascavel.pr.gov.br/arquivos/14062012_curso_47_e_51_-_matematica_-_emersom_rolkouski_-_texto_1.pdf. Acesso em: 06 jul. 2020.

LEAL, A. R.; NUNES. R. A.; SOUSA,W. S. **O teorema de Pitágoras e suas demonstrações em sala de aula**. 2016. p. 36. Disponível em: https://www2.unifap.br/matematicaead/files/2016/03/Rodinelli-artigo-final.pdf. Acesso em: 08 ago. 2020.

LIMA, E. L. **Meu professor de matemática e outras histórias**. 3. ed. Rio de Janeiro: SBM, 1991. Disponível em: http://stoa.usp.br/podo/files/692/3592/Elon+-+Meu+Professor+de+Matematica.pdf. Acesso em: 05 jul. 2020.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MARTINS, P. C. **A irmandade Pitagóric**a. 2007. Disponível em: http://projetos.unioeste.br/cursos/cascavel/matematica/xxivsam/artigos/37.pdf. Acesso em: 25 jul. 2020.

MENDES, I. A. *et al*. **História nas aulas de Matemática**: fundamentos e sugestões didáticas para professores. Belém: SBHMat, 2016. Disponível em: http://sbempara.com.br/download/historia_matematica.pdf. Acesso em: 13 jul. 2020.

OLIVEIRA, A. M. L. *et al*. A trajetória de vida de Pitágoras e suas principais contribuições à matemática. **Itinerarius Reflectionis.** v. 16, n. 2. p. 1-13, 2020. Disponível em: www.revistas.ufg.br. Acesso em: 27 jul. 2020.

PERES, E. M. K. O ensino do teorema de Pitágoras e as novas tecnologias. *In*: CONGRESSO INTERNACIONAL DE ENSINO DA MATEMÁTICA, 6., 2013, Canoas/RS. **Anais** [...]. Canoas, 2013.

PONTE, J. P. Estudos de caso em educação matemática. **Bolema**, Rio Claro, v. 19, n. 25, p. 132, 2006. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/issue/view/705. Acesso em: 05 maio. 2020.

SANTOS, K. A. **Construindo significados para o teorema de Pitágoras utilizando resolução de problemas**. 2018. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20181211153949 .pdf. Acesso em: 28 ago. 2020.

SCHIRLO, A. *et al*. A pesquisa qualitativa na educação matemática: um diálogo auxiliando a formação do professor/pesquisador. **Espacios**, v. 34. p. 16, set. 2013. Disponível em: https://www.revistaespacios.com/a13v34n12/13341217.html. Acesso em: 27 jul. 2020.

SCHURÉ. É. **Os grandes iniciados.** Edições livros que constroem - Ibrasa, 1985. Disponível em: https://docero.com.br/doc/nc01v. Acesso em: 26 jul. 2020.

SCOLARO, A. M. **O uso dos materiais didáticos manipuláveis como recurso pedagógico nas aulas de matemática**. 2008. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1666-8.pdf. Acesso em: 20 mar. 2021.

SILVA, J. E. B. *et a*l. teorema de Pitágoras: extensões e generalizações. **C.Q.D.:** Revista Eletrônica Paulista de Matemática, Bauru, v. 6, p. 21-47, 2016. Disponível em: http://www2.fc.unesp.br/revistacqd/index.jsp. Acesso em: 07 ago. 2020.

STRATHERN, P. **Teorema de Pitágoras em 90 minutos**. Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 1997.

WOTTRICH, S. C. **História da matemática como um recurso metodológico no ensino de fração**. 2015. Disponível em: https://bibliodigital.unijui.edu.br:8443/xmlui/bitstream/handle/123456789/2700/historia%20da%20matematica%20como%20um%20reurso%20metodologico%20no%20ensino%20de%20fra%C3%A7ao.pdf?sequence=1. Acesso em: 09 jul. 2020.

ANEXO A – ATIVIDADES PROPOSTAS

Atividade 1: Contexto Histórico sobre Pitágoras

Objetivo: Apresentar um vídeo do youtube, para que os alunos conheçam sobre quem foi Pitágoras e um pouco das suas contribuições para a Matemática.

Link: https://www.youtube.com/watch?v=dTMNnikuyrc

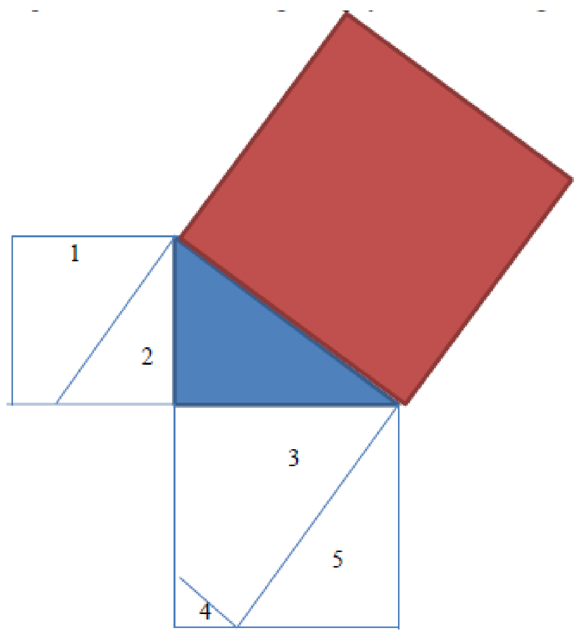
Atividade 2: Demonstração do Teorema de Pitágoras utilizando quebra-cabeça

Objetivo: demonstrar o Teorema de Pitágoras a partir da construção de um quadrado sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo, com peças divididas nos quadrados desenhados sobre os catetos.

Material utilizado: lápis de cor, régua, tesoura e quebra cabeça que será produzido juntamente com os alunos.

Duração: 50 minutos

Descrição da atividade: Será produzido um desenho de um triângulo retângulo e, sobre seus lados, quadrados divididos em algumas peças, conforme a figura abaixo.



Fonte: Santos (2018).

Após a construção do desenho o triângulo retângulo e as peças obtidas nos dois quadrados menores deverão ser coloridos. Depois, iremos recortar as 5 peças e com elas iremos formar um quadrado. Em seguida, vamos comparar o quadrado obtido com o desenhado sobre a hipotenusa do triângulo retângulo e, em seguida, responder às questões propostas.

Questões:

1. Quais são as medidas dos lados do triângulo retângulo?
2. Quais são as medidas das áreas dos quadrados desenhados sobre os lados do triângulo retângulo?
3. O que você observou ao montar um quadrado com as peças recortadas?
4. Calcule a soma das áreas dos quadrados desenhados sobre os catetos e compare o resultado com a medida da área do quadrado desenhado sobre a hipotenusa.
5. Escreva um enunciado ou uma regra geral de acordo com suas observações no desenvolvimento desta atividade.

Atividade 3: Demonstração do Teorema de Pitágoras utilizando quebra-cabeça- Demonstração feita por Henry Perigal.

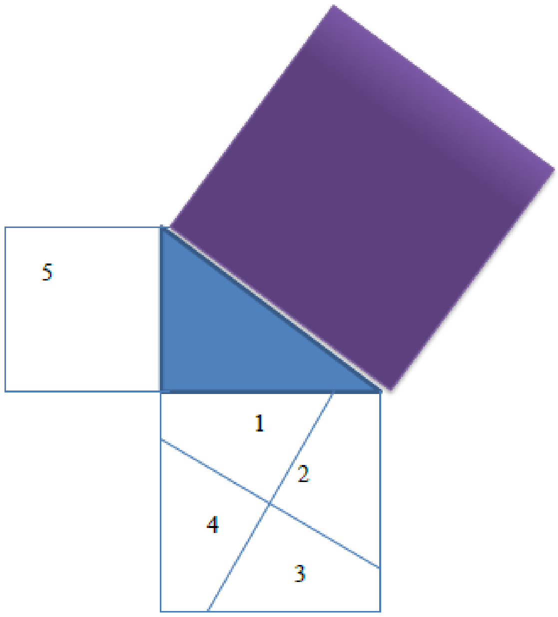
Objetivo: Essa atividade tem por objetivo demonstrar o Teorema de Pitágoras a partir da construção de um quadrado sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo, com peças divididas nos quadrados desenhados sobre os catetos.

Material utilizado: folha de sulfite ou de caderno desenho, lápis de cor, régua, tesoura.

Duração: 50 minutos

Descrição da atividade: Esta atividade será baseada na demonstração do Teorema de Pitágoras com a utilização de um quebra-cabeça, a partir da demonstração feita por Henry Perigal (1801-1898). Essa demonstração ficou conhecida como Dissecção de Perigal, segundo Cavalcanti e Roch (2011, p. 111, apud Santos, 2018, p.15).

Juntamente com os alunos irei criar o desenho de um triângulo retângulo e, sobre seus lados, quadrados divididos em algumas peças, conforme a figura seguinte:



Fonte: Santos (2018).

Após a construção do desenho o triângulo retângulo, o quadrado menor e as 4 peças obtidas no quadrado desenhado sobre o outro cateto deverão ser coloridos. Depois, iremos recortar o quadrado desenhado sobre o menor cateto e as 4 peças e, com essas 5 peças vamos formar um quadrado. Em seguida vamos comparar o quadrado obtido com o desenhado sobre a hipotenusa do triângulo retângulo e, em seguida, os alunos irão responder às seguintes questões:

1. Quais são as medidas dos lados do triângulo retângulo?
2. Quais são as medidas das áreas dos quadrados desenhados sobre os lados do triângulo retângulo?
3. O que você observou ao montar um quadrado com as peças recortadas?
4. Calcule a soma das áreas dos quadrados desenhados sobre os catetos e compare o resultado com a medida da área do quadrado desenhado sobre a hipotenusa.
5. Escreva um enunciado ou uma regra geral de acordo com suas observações no desenvolvimento desta atividade

Referências:

SANTOS, K. A. **Construindo significados para o Teorema de Pitágoras utilizando resolução de problemas.** 2018. Disponível em: http://www1.pucminas.br/imagedb/documento/DOC_DSC_NOME_ARQUI20181211153949.pdf. Acesso : 28 ago. 2020.