

**Universidade Estadual Paulista - UNESP**

Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Departamento de Engenharia Elétrica

Luiz Antônio Perezi Marçal

**Novas Técnicas de Detecção de Fase Óptica em  
Interferômetros Homódinos Aplicadas à Caracterização  
de Atuadores Piezoelétricos Flexensionais**

Ilha Solteira, Fevereiro de 2008.

Luiz Antônio Perezi Marçal

**Novas Técnicas de Detecção de Fase Óptica em  
Interferômetros Homódinos Aplicadas à Caracterização  
de Atuadores Piezoelétricos Flexensionais**

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da Universidade Estadual Paulista – UNESP, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador:

**Prof. Dr. Cláudio Kitano**

UNESP - UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
DOUTORADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA  
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA

Ilha Solteira – SP.

Fevereiro / 2008

## FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação/Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP-Ilha Solteira

M6313n Marçal, Luiz Antônio Perezi.  
Novas técnicas de detecção de fase óptica em interferômetros homódinos aplicadas à caracterização de atuadores piezoelétricos flexensionais / Luiz Antônio Perezi Marçal.  
Ilha Solteira : [s.n.], 2008  
263 f. : il., fots. (algumas color.)  
  
Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2008  
  
Orientador: Cláudio Kitano  
Bibliografia: p. 246-260  
  
1. Optoeletrônica. 2. Interferometria. 3. Transdutores piezoelétricos. 4. Medidas óticas.  
5. Ruído.



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**  
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

### CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

**TÍTULO:** NOVAS TÉCNICAS DE DETECÇÃO DE FASE ÓPTICA EM INTERFERÔMETROS HOMÓDINOS APLICADAS À CARACTERIZAÇÃO DE ATUADORES PIEZOELÉTRICOS FLEXTENSIONAIS

**AUTOR:** LUIZ ANTÔNIO PEREZI MARÇAL  
**ORIENTADOR:** Prof. Dr. CLAUDIO KITANO

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de DOUTOR em ENGENHARIA ELÉTRICA pela Comissão Examinadora.

Prof. Dr. CLAUDIO KITANO  
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. RICARDO TOKIO HIGUTI  
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. AILTON AKIRA SHINODA  
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. AGNALDO APARECIDO FRESCHI  
LUXSENS - Pesquisa e Desenvolvimento de Sensores Optoeletrônicos Ltda / Rio Claro-SP

Prof. Dr. GEFESON MENDES PACHECO  
Divisão de Engenharia Eletrônica / Instituto Tecnológico de Aeronáutica

Data da realização: 26 de fevereiro de 2008.

Presidente da Comissão Examinadora  
Prof. Dr. CLAUDIO KITANO

*Dedico a Jeová (do tetragrama original em hebraico, יהוה) Deus  
e a seu Filho Jesus Cristo.*

# ***Agradecimentos***

Às minhas queridas: esposa Adriana, filhas Driellen e Lorena, mãe Dalva e ao estimável irmão Lindsay, pela presença, dedicação, amor e auxílio sempre;

Ao Prof. Dr. Cláudio Kitano pela orientação na tese e por ter acreditado na concretização deste trabalho;

Ao Prof. Dr. Ricardo Tokio Higuti pelo apoio durante o desenvolvimento da tese;

Ao Prof. Dr. Nobuo Oki pela orientação no início da pesquisa;

Aos Profs. Dr. Emílio Silva e Dr. Gilder Nader pelo trabalho em conjunto, durante o desenvolvimento da tese;

Aos técnicos de laboratório Everaldo L. Moraes, Adilson A. Palombo, Valdemir Chaves e José Aderson Anhussi pela prestação dos serviços de manutenção dos equipamentos de laboratório;

A: José V. F. Leão, Wander W. M. Martins, João M. S. Sakamoto, João P. C. de Menezes, Francisco de A. A. Barbosa e Ericsson Vendramini, pelas contribuições na melhoria do Laboratório de Optoeletrônica e por participarem, sob a supervisão do Prof. Dr. Cláudio Kitano, do desenvolvimento desta área na FEIS-UNESP.

*“A fé é a expectativa certa de coisas esperadas, a demonstração evidente de realidades, embora não observadas”.*

*Hebreus 11:1*

# Resumo

Nesta tese, cinco novas técnicas de demodulação de fase óptica são propostas, as quais constituem versões melhoradas do método espectral  $J_1...J_4$  clássico. As técnicas são adequadas para uso com sistemas interferométricos de dois feixes, homódinos, operando em malha aberta e sob excitação senoidal. As novas técnicas, aqui denominadas de métodos  $J_1/J_3A$ ,  $J_1...J_3$ ,  $J_m/J_{m+2}$  e  $J_0...J_3$ , para medição do índice de modulação de fase, e, um novo método de medição da fase quase-estática, são de fácil implementação, não sendo afetadas pelo desvanecimento de sinal detectado, instabilidade da fonte óptica e visibilidade das franjas de interferência, possibilitando medições em tempo real. Os novos métodos espectrais foram avaliados com ruído branco,  $1/f^2$  e fase quase-estática aleatória, usando o Matlab. Além disso, simulações dinâmicas realizadas no Simulink evidenciaram as vantagens dos novos métodos, que também foram testados em dois experimentos distintos: o primeiro foi direcionado à medições de tensões elétricas senoidais, usando um sensor óptico de tensão (SOT), baseado numa célula Pockels de cristal de niobato de lítio; o segundo, foi dedicado à medições de amplitudes de deslocamentos nanométricos de um atuador piezoelétrico flexensional (APF), usando-se um interferômetro de Michelson. Por ser um sistema que pode ser modelado analiticamente, o SOT serviu para validar os novos métodos espectrais. A caracterização de APF's usando os novos métodos ópticos é a aplicação relevante desta tese. Medições de deslocamentos no APF, desde a faixa sub-nanométrica até a micrométrica, realizadas usando-se os métodos  $J_0...J_3$  e  $J_m/J_{m+2}$ , permitiram analisar sua linearidade e resposta em frequência, as quais foram comparadas com os resultados obtidos com um analisador de impedâncias vetorial. Ambos os resultados experimentais, para o SOT e o APF, foram comparados com os obtidos por métodos clássicos como  $J_1...J_4$ ,  $J_1...J_6$ -neg,  $J_1...J_6$ -pos e  $J_0...J_2$ , concluindo-se que a exatidão e a faixa dinâmica dos sensores são aumentadas pelo emprego dos novos métodos. Os resultados experimentais concordam com os simulados e, levando-se em conta a variação aleatória da fase quase-estática, revelam que os novos métodos são mais eficientes do que os métodos clássicos estudados.

**Palavras-chave:** optoeletrônica, interferometria, transdutor piezoelétrico, medidas ópticas, ruído.

# Abstract

In this work, five novel optical phase demodulation techniques are proposed, which overcome some of the limitations of the  $J_1...J_4$  classical method. These improved techniques are applied with two beams, homodyne, open loop and sinusoidal phase modulation interferometer systems. These new techniques, named in this work as “ $J_1/J_3A$ ,  $J_1...J_3$ ,  $J_m/J_{m+2}$  and  $J_0...J_3$  methods,” which are applied to phase modulation index measurements, and “the novel method for quasi-static phase measurements,” are of simple implementation, and are unaffected by signal fading, laser source instabilities or changes in fringe visibility. In addition they allow real time measurements. The new methods were evaluated with white noise,  $1/f^2$  noise and random fading, using Matlab/Simulink, making evident their advantages in relation to the classical methods. These methods were also tested in two experiments: the first one, corresponds to an optical voltage sensor (OVS), based on lithium niobate Pockels cell; the second one, refers to the measurement of nanometric displacement amplitudes of a piezoelectric flexensional actuator (PFA), by using a Michelson interferometer. Because the OVS has an analytic response, it was suitable to validate the new spectral methods. The characterization of the PFA by using the new optical methods is the main application of this thesis. PFA displacements, from sub-nanometer up to micrometer range were detected by applying the  $J_0...J_3$  and  $J_m/J_{m+2}$  methods. By measuring the PFA displacements, the linearity and frequency response of the PFA were evaluated. To confirm the observed frequencies of resonance an impedance analyzer was used to measure the magnitude and phase of the PFA admittance. Results obtained for the OVS and PFA systems, with the new methods and those produced by the  $J_1...J_4$ ,  $J_1...J_6$ -neg,  $J_1...J_6$ -pos and  $J_0...J_2$  classic methods, reveal that the new methods enhance the sensing accuracy and dynamic range, being more efficient than all the classic ones.

**Keywords:** optoelectronics, interferometry, piezoelectric transducer, optical measures, noise.

# LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Atuador Piezoelétrico Flextensional.....	56
Figura 2.1	Piezocerâmica retangular polarizada pela aplicação de um campo elétrico na direção da polarização elétrica do material (direção 3). (a) campo e polarização elétrica no mesmo sentido. (b) campo e polarização elétrica em sentidos contrários .....	65
Figura 2.2	Curvas de admitância elétrica medidas com o analisador de impedâncias (—) e calculadas usando o ANSYS (---). [122] (a) Magnitude em função da frequência. (b) Fase em função da frequência. ....	66
Figura 2.3	Deslocamentos $\Delta L_3$ (relacionado à $d_{33}$ ) e $\Delta L_1$ (relacionado à $d_{31}$ ), obtidos em análise quase-estática efetuada experimentalmente usando o sensor MTI-2000 e por simulação usando o ANSYS: $\downarrow$ $\Delta L_1$ experimental, --- $\Delta L_1$ simulado, $\bullet$ $\Delta L_3$ experimental e --- $\Delta L_3$ simulado [122]. ....	67
Figura 2.4	Atuadores piezoelétricos flexensionais: (a) <i>moonie</i> . (b) <i>cymbals</i> . ....	68
Figura 2.5	Processo de otimização topológica [158]. a) Domínio inicial. b) Domínio discretizado. c) Topologia obtida. d) Interpretação. e) Verificação. f) Fabricação.....	70
Figura 2.6	Resultados de otimização topológica e a interpretação correspondente [158]. a) Deslocamento máximo no centro do encapsulamento metálico. b) Deslocam. máximo na extremidade do encapsulamento.....	71
Figura 2.7	Piezoatuadores flexensionais com diferentes topologias, dependendo do ponto em que se deseja amplificar a vibração [146]. ....	71
Figura 2.8	Protótipo do flb0820 [122]. a) Vista lateral. b) Vista superior. c) Suporte com o atuador. d) Esquema dos três parafusos fixando a piezocerâmica.....	72
Figura 3.1	Representação do interferômetro de Young usando o modelo ondulatório da luz. ....	75
Figura 3.2	Representação do padrão de interferência de Young, simulado no software <i>Matlab</i> , onde a intensidade luminosa é senoidal. Os parâmetros de simulação são $\lambda = 0,6328 \mu\text{m}$ , $\beta = 1 \text{ mm}$ e $l = 1 \text{ m}$ . ....	78

Figura 3.3	Figuras de franjas obtidas em simulação para $\lambda = 0,6328 \mu\text{m}$ , $\beta = 1 \text{ mm}$ e $l = 1 \text{ m}$ . (a) 80% de visibilidade. (b) 20% de visibilidade. ....	79
Figura 3.4	Interferômetros de dois feixes homódinos não realimentados, em óptica volumétrica. (a) Mach-Zehnder. (b) Michelson. (c) vista em detalhe do separador de feixes BS <sub>2</sub> ou BS <sub>3</sub> , e do padrão de franjas típico, resultante da interferência.....	80
Figura 3.5	Diagrama de um sistema de transdução óptico-eletrônica usando um fotodiodo acoplado a um estágio de condicionamento de sinal usando um amplificador de transimpedância (AT). No caso de processamento digital é necessário um conversor A/D para gerar $v[n]$ , sendo $n$ o número da amostra. ....	86
Figura 3.6	Tensão fotodetectada $v(t)$ e seu espectro de magnitude em dB (até a quinta harmônica), normalizados, para uma excitação do tipo $\Delta\phi = x\text{sen}(\omega_s t)$ , considerando visibilidade unitária, e regime sub-franjas, com índice de modulação $x = 0,4 \text{ rad}$ . (a) ponto quiescente $Q_1 [\phi_0(t) = \pi/2 \text{ rad}]$ . (b) O ponto quiescente foi deslocado para $Q_2 [\phi_0(t) = \pi \text{ rad}]$ .....	92
Figura 3.7	Tensão fotodetectada $v(t)$ e seu espectro de magnitude em dB (até a décima harmônica), normalizados, para uma excitação do tipo $\Delta\phi = x\text{sen}(\omega_s t)$ , considerando visibilidade unitária, e regime multi-franjas, com índice de modulação $x = 2\pi \text{ rad}$ . (a) ponto quiescente $Q_3 [\phi_0(t) = \pi/2 \text{ rad}]$ . (b) Ponto quiescente $Q_4 [\phi_0(t) = 0]$ .....	93
Figura 3.8	Tensão fotodetectada $v(t)$ e seu espectro de magnitude em dB (até a décima harmônica), normalizados, para uma excitação $\Delta\phi = x\text{sen}(\omega_s t)$ , considerando visibilidade unitária, e regime multi-franjas, com índice de modulação $x = 2\pi \text{ rad}$ e ponto quiescente $Q_5, [\phi_0(t) = \pi/3 \text{ rad}]$ .....	94
Figura 3.9	SNR para ruído $1/f^2$ com $K=0,0011$ . (a) componente fundamental. (b)-(f) segunda a sexta harmônicas, respectivamente.....	98
Figura 3.10	SNR para ruído branco com $K=0,0004$ . (a) componente fundamental. (b)-(f) segunda a sexta harmônicas, respectivamente.....	98
Figura 4.1	Funções de Bessel de primeira espécie e ordem: — 1, -.-. 2, - - 3 e .... 4.....	102

Figura 4.2	Erro absoluto de fase $\Delta x$ como uma função do valor esperado $x$ , considerando-se: (*) ruído $1/f^2$ com $K=0,0011$ e (•) ruído branco com $K=0,0004$ . A linha tracejada $-x$ é utilizada para a identificação do MDPS: o valor de $x$ correspondente a $\Delta x = -x$ . (a) Método $J_1...J_4$ . (b) Método $J_1...J_4$ Modificado.....	113
Figura 4.3	Fase estimada $x'$ em função da fase $\phi_0(t)$ para o valor esperado $x = 1$ rad, pela aplicação do método $J_1...J_4$ . (a) Simulação para ruído $1/f^2$ com $K=0,0011$ . (b) Simulação para ruído branco com $K=0,0004$ .....	113
Figura 4.4	Erro relativo de fase $\Delta x_r$ como uma função de $x$ e de $\phi_0(t)$ , para o método $J_1...J_4$ e ruído branco com $K=0,0004$ .....	114
Figura 4.5	Erro relativo de fase $\Delta x_r$ como uma função de $x$ e de $\phi_0(t)$ , para o método $J_1...J_4$ Modificado e ruído branco com $K=0,0004$ .....	115
Figura 4.6	Erro relativo de fase $\Delta x_r$ em função de $K$ e de $\phi_0(t)$ , calculado para um valor esperado $x = 1$ rad, usando o método $J_1...J_4$ Modificado, considerando ruído branco. ....	116
Figura 4.7	Erro absoluto de fase $\Delta x$ em função do valor esperado $x$ para (*) ruído $1/f^2$ com $K=0,0011$ e (•) ruído branco com $K=0,0004$ , onde a linha tracejada $\pm x$ é utilizada para a identificação do MDPS; o valor de $x$ correspondente a $\Delta x = -x$ . (a) Método $J_1...J_6$ -neg. (b) Método $J_1...J_6$ -pos. ....	117
Figura 4.8	Fase estimada $x'$ em função do ruído de fase $\phi_0(t)$ considerando (*) ruído $1/f^2$ com $K=0,0011$ e (•) ruído branco e $K=0,0004$ . (a) Método $J_1...J_6$ -neg, para um valor esperado $x = 0,5$ rad. (b) Método $J_1...J_6$ -pos, para um valor esperado $x = 5,8$ rad. ....	118
Figura 4.9	Erro relativo de fase $\Delta x_r$ como uma função de $x$ e de $\phi_0(t)$ , para o método $J_1...J_6$ -neg. (a) simulação para ruído $1/f^2$ com $K=0,0011$ (b) simulação para ruído branco com $K=0,0004$ .....	119
Figura 4.10	Erro relativo de fase $\Delta x_r$ como uma função de $x$ e de $\phi_0(t)$ , para o método $J_1...J_6$ -pos, para ruído branco ilimitado em faixa e $K=0,0004$ .....	119

- Figura 4.11 Erro absoluto de fase  $\Delta x$  em função de  $x$  pelo cálculo usando o método  $J_0...J_2$ , considerando (\*) ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$  e (•) ruído branco com  $K=0,0004$ . (a)  $x$  variando de 0 a 2,5 rad. (b) Vista em detalhe na região de baixos índices, para  $x$  até 5 mrad. A linha tracejada é utilizada para a identificação do MDPS; o valor de  $x$  correspondente a  $\Delta x = x$  ..... 121
- Figura 4.12 Fase estimada  $x'$  em função da fase  $\phi_0(t)$  para o valor esperado  $x = 100$  mrad, pela aplicação do método  $J_0...J_2$ , considerando (\*) ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$  e (•) ruído branco com  $K=0,0004$ . ..... 122
- Figura 4.13 Erro  $\Delta x_r$  em função de  $x$  e  $\phi_0(t)$ , para o método  $J_0...J_2$ . (a) Cálculo para ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$  e (b) Cálculo para ruído branco com  $K=0,0004$ . ..... 122
- Figura 4.14 Erro absoluto de fase  $\Delta\phi_0(t)$  em função de  $x$  para o método de medição da fase  $\phi_0(t)$  proposto por Sudarshanam, com  $\phi_a = 1,84$  rad, para (\*) ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$  e (•) ruído branco com  $K=0,0004$ . ..... 124
- Figura 4.15 Erro absoluto de fase  $\Delta\phi_0(t)$  em função do valor esperado  $\phi_0(t)$  para o método de medição de  $\phi_0(t)$  proposto por Sudarshanam, com  $\phi_a = 1,84$  rad, considerando (\*) ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$  e (•) ruído branco com  $K=0,0004$ . (a)  $\phi_0(t)$  na faixa de 0 a  $\pi/2$  rad. (b) *zoom* na região de  $\phi_0(t)$  até 6 mrad. A linha tracejada é utilizada para a identificação do MDPS-DC; o valor de  $\phi_0(t)$  para o qual  $\Delta\phi_0(t) = -\phi_0(t)$ . ..... 124
- Figura 4.16 Erro relativo percentual  $\Delta\phi_0(t)_r$  em função de  $\phi_0(t)$  e  $x$ , para o método espectral indireto de medição de  $\phi_0(t)$  para ruído branco com  $K=0,0004$ . ..... 125
- Figura 5.1 Erro relativo percentual na estimação de  $x$  usando o método  $J_1/J_3A$ . ..... 129
- Figura 5.2 Erro absoluto de fase  $\Delta x$  em função do valor esperado  $x$  para os métodos (\*)  $J_1...J_4$  e (•)  $J_1/J_3A$ , considerando o fator de ruído  $K$ . (a) Ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$ . (b) Ruído branco com  $K=0,0004$ . A linha tracejada  $-x$  é utilizada para a identificação do MDPS; o valor de  $x$  correspondente a  $\Delta x = -x$  ..... 130
- Figura 5.3 Índice de modulação de fase estimado  $x'$  em função da fase  $\phi_0(t)$  para o valor esperado  $x=1$  rad, pela aplicação dos métodos (\*)  $J_1...J_4$  e (•)  $J_1/J_3A$ , considerando o fator de ruído  $K$ . (a) Ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$ . (b) Ruído branco com  $K=0,0004$ . ..... 131

Figura 5.4	Erro relativo percentual de fase $\Delta x_r$ em função da fase $\phi_0(t)$ e do índice de modulação de fase esperado $x$ , para o método $J_1/J_{3A}$ , considerando ruído branco com $K=0,0004$ . .....	132
Figura 5.5	Função $f_{13}$ e indicação do limiar de decisão em $f_{13}(4,83 \text{ rad}) = -0,78$ . .....	134
Figura 5.6	Fluxograma de cálculo de $x$ pelo método $J_1...J_3$ . .....	135
Figura 5.7	Erro relativo percentual na estimação de $x$ pelo método $J_1...J_3$ . .....	135
Figura 5.8	Erro de fase $\Delta x$ em função de $x$ para os métodos (*) $J_1...J_4$ Modificado e (•) $J_1...J_3$ , considerando o fator de ruído $K$ . (a) Ruído $1/f^2$ com $K=0,0011$ . (b) Ruído branco com $K=0,0004$ . .....	137
Figura 5.9	Índice de modulação de fase $x'$ em função da fase $\phi_0(t)$ para o valor esperado $x = 5,8 \text{ rad}$ , calculado usando os métodos (*) $J_1...J_6$ -pos e (•) $J_1...J_3$ , considerando o fator de ruído $K$ . (a) Ruído $1/f^2$ com $K=0,0011$ . (b) Ruído branco com $K=0,0004$ . .....	137
Figura 5.10	Erro relativo percentual de fase $\Delta x_r$ em função da fase $\phi_0(t)$ e do índice de modulação de fase esperado $x$ , para o método $J_1...J_3$ , considerando ruído branco com $K=0,0004$ . .....	138
Figura 5.11	Magnitude das harmônicas normalizadas ( $ V_m / V_m _{\text{máx}}$ ) em função da ordem harmônica $m$ , para: ° $P=Q=\sqrt{2}/2$ (harmônicas ímpares e pares presentes), * $P=0$ (harmônicas ímpares nulas) e • $Q=0$ (harmônicas pares nulas). (a) $x = 10 \text{ rad}$ . (b) $x = 50 \text{ rad}$ . (c) $x = 80 \text{ rad}$ . .....	142
Figura 5.12	Fluxograma do cálculo de $x$ pelo método $J_m/J_{m+2}$ . .....	147
Figura 5.13	Erro percentual relativo na estimação de $x$ usando o método $J_m/J_{m+2}$ em função do valor esperado de $x$ , para: ° $P=Q$ (harmônicas ímpares e pares presentes), * $P=0$ (harmônicas ímpares nulas) e • $Q=0$ (harmônicas pares nulas). .....	148
Figura 5.14	Erro de fase $\Delta x$ em função de $x$ para o método $J_m/J_{m+2}$ , nas condições: ° $P=Q$ (harmônicas ímpares e pares presentes), * $P=0$ (harmônicas ímpares nulas) e • $Q=0$ (harmônicas pares nulas), considerando ruído o fator de ruído $K$ . (a) Ruído $1/f^2$ com $K=0,0011$ . (b) Ruído branco com $K=0,0004$ . .....	152

Figura 5.15	Erro relativo de fase $\Delta x_r$ em função de $x$ e $\phi_0(t)$ , calculado para o método $J_m/J_{m+2}$ , considerando ruído branco com $K=0,0004$ . .....	153
Figura 5.16	Algoritmo do cálculo de $x$ pelo método $J_0...J_3$ . .....	157
Figura 5.17	Erro absoluto $\Delta x$ em função de $x$ usando os métodos (*) $J_0...J_2$ e (•) $J_0...J_3$ , considerando $x_a=2,7$ rad e $\phi_0(t) = \pi/4$ rad. (a) Ruído $1/f^2$ com $K=0,0011$ . (b) Ruído branco com $K=0,0004$ . (c) Ruído $1/f^2$ com $K=0,0011$ (região de baixos índices). (d) Ruído branco com $K=0,0004$ (região de baixos índices). .....	158
Figura 5.18	Erro relativo de fase $\Delta x_r$ em função de $x$ e $\phi_0(t)$ , obtido em simulação com ruído branco e $K=0,0004$ , $x_a = 2,5$ rad. (a) Cálculo pelo método $J_0...J_2$ . (b) Cálculo pelo método $J_0...J_3$ . .....	159
Figura 5.19	Erro $\Delta x_r$ em função de $x$ e $\phi_0(t)$ , obtido em simulação com ruído branco, calculado para baixos índices de modulação (vista em detalhe da região de baixos índices do gráfico da Fig. 5.18). (a) Método $J_0...J_2$ . (b) Método $J_0...J_3$ . .....	159
Figura 5.20	Índice de modulação $x'$ em função de $\phi_0(t)$ pela aplicação dos métodos (*) $J_0...J_2$ e (•) $J_0...J_3$ , simulado com ruído branco e $K=0,0004$ . (a) Cálculo para $x = 50$ mrad. (b) Cálculo para $x = 10$ mrad. (c) Erro relativo para $x = 50$ mrad. (d) Erro relativo para $x = 10$ mrad. ....	160
Figura 5.21	Erro de fase $\Delta\phi_0(t)$ em função de $x$ calculado usando (*) o método desenvolvido por Sudarshanam e (•) o novo método de medição de $\phi_0(t)$ proposto nesta tese (para $m=2$ ), considerando $\phi_0(t) = \pi/4$ rad e o fator de ruído $K$ . (a) Ruído $1/f^2$ e $K=0,0011$ . (b) Ruído branco e $K=0,0004$ . .....	163
Figura 5.22	Erro $\Delta\phi_0(t)$ em função de $\phi_0(t)$ para os métodos (*) desenvolvido por Sudarshanam, simulado com ruído $1/f^2$ e $K=0,0011$ , (•) desenvolvido por Sudarshanam, simulado com ruído branco e $K=0,0004$ , (*) novo método, simulado com ruído $1/f^2$ e $K=0,0011$ e (•) novo método, simulado com ruído branco e $K=0,0004$ . O valor de $x$ está fixado em 2,5 rad. (a) $\Delta\phi_0(t)$ na faixa $0 < \phi_0(t) < \pi/2$ rad. (b) $\Delta\phi_0(t)$ na região de baixo $\phi_0(t)$ (mrad). .....	164

Figura 5.23	Erro percentual relativo $\Delta\phi_0(t)_r$ em função de $x$ e $\phi_0(t)$ , simulado com ruído branco e $K=0,0004$ , para: (a) o método proposto por Sudarshanam e (b) o novo método direto de medição de $\phi_0(t)$ , calculado usando (5.49).....	165
Figura 5.24	Fluxograma de cálculo do método de cálculo de $\phi_0(t)$ proposto nesta tese .....	165
Figura 5.25	Erro $\Delta\phi_0(t)_r$ em função de $x$ e $\phi_0(t)$ , considerando ruído branco com $K=0,0004$ . (a) Cálculo pelo método desenvolvido por Sudarshanam. (b) Cálculo pelo método proposto nesta tese, usando o algoritmo da Fig. 5.24. ...	166
Figura 5.26	Fluxograma de estimação de $x$ e de $\phi_0(t)$ usando os novos métodos espectrais.....	171
Figura 6.1	Modelo implementado no Simulink para simulação dos métodos espectrais ..	174
Figura 6.2	Subsistema de geração do sinal modulado em fase.....	176
Figura 6.3	Subsistema de análise do sinal modulado em fase $[s(t)+r(t)]$ e identificação das componentes espectrais (a) Cálculo usando uma FFT. (b) Cálculo usando o algoritmo de Goertzel. ....	176
Figura 6.4	Subsistema de cálculo da fase inicial $\phi_s$ .....	179
Figura 6.5	Subsistema de cálculo das amplitudes das harmônicas usando a fase $\phi_s$ .....	179
Figura 6.6	Subsistema de análise das harmônicas. ....	180
Figura 6.7	Subsistema de cálculo de $x$ usando os métodos espectrais clássicos.....	180
Figura 6.8	Subsistema de cálculo de $x$ usando os novos métodos $J_1/J_3A$ e $J_1...J_3$ .....	181
Figura 6.9	Subsistema de cálculo de $x$ usando o método $J_m/J_{m+2}$ . ....	182
Figura 6.10	Subsistema de cálculo de $x$ através dos métodos $J_0...J_2$ e $J_0...J_3$ . ....	183
Figura 6.11	Subsistema de cálculo de $\phi_0(t)$ usando os métodos espectrais. ....	184
Figura 6.12	Sinal modulado em fase gerado para $x=2,9$ rad e $\phi_0(t)=\pi/4$ rad. (a) quadro temporal do sinal usando janela retangular. (b) Espectro de magnitude do sinal janelado. ....	185
Figura 6.13	Efeito do janelamento para o sinal modulado gerado, para $x=2,9$ rad e $\phi_0(t)=\pi/4$ rad. (a) quadro temporal do sinal usando janela de Hanning. (b) Espectro de magnitude do sinal janelado. ....	186

Figura 6.14	Distanciamento das componentes no espectro, como efeito do preenchimento com zeros. (a) FFT de 512 pontos. (b) FFT de 1024 pontos (512 pontos do sinal janelado + 512 pontos nulos). .....	186
Figura 6.15	Espectro de magnitude utilizado na estimação do fator de ruído $K$ . .....	187
Figura 6.16	Respostas dos subsistemas de cálculo de $x'$ em função do valor esperado $x$ , para $\phi_o(t)=\pi/4$ rad. (a) Método $J_1\dots J_4$ . (b) Erro relativo $\Delta x_r$ pelo método $J_1\dots J_4$ . (c) Método $J_1\dots J_3$ . (d) Erro relativo $\Delta x_r$ pelo método $J_1\dots J_3$ . .....	188
Figura 6.17	Respostas dos subsistemas de cálculo de $x'$ em função do valor esperado $x$ , para $\phi_o(t)=\pi/4$ rad. (a) Método $J_1\dots J_6$ -neg. (b) Erro relativo $\Delta x_r$ pelo método $J_1\dots J_6$ -neg. (c) Método $J_1\dots J_3$ . (d) Erro relativo $\Delta x_r$ pelo método $J_1\dots J_3$ . .....	189
Figura 6.18	Respostas dos subsistemas de cálculo de $x'$ em função do valor esperado de $x$ , para $\phi_o(t)=\pi/4$ rad. (a) Método $J_1\dots J_6$ -pos. (b) Erro relativo $\Delta x_r$ pelo método $J_1\dots J_6$ -pos. (c) Método $J_m/J_{m+2}$ . (d) Erro relativo $\Delta x_r$ pelo método $J_m/J_{m+2}$ . .....	190
Figura 6.19	Respostas dos subsistemas de cálculo de $x'$ em função do valor esperado de $x$ , para $\phi_o(t)=\pi/4$ rad. (a) $\bullet x'$ pelo método $J_0\dots J_2$ e - - valor esperado $x$ . (b) Erro $\Delta x_r$ pelo método $J_0\dots J_2$ . (c) $\bullet x'$ pelo método $J_0\dots J_3$ e - - valor esperado $x$ . (d) Erro $\Delta x_r$ pelo método $J_0\dots J_3$ . .....	190
Figura 6.20	Respostas dos subsistemas de cálculo de $x'$ em função do tempo de simulação, para $x=2,6$ rad e $\phi_o(t)$ variando. (a) Erro $\Delta x_r$ pelo método $J_1\dots J_4$ . (b) Erro $\Delta x_r$ pelo método $J_1\dots J_3$ . (c) Fase $\phi_o(t)$ . .....	192
Figura 6.21	Respostas dos subsistemas de cálculo de $x'$ em função do tempo, para $x=5,5$ rad e $\phi_o(t)$ variando. (a) Erro $\Delta x_r$ pelo método $J_1\dots J_6$ -pos. (b) Erro $\Delta x_r$ pelo método $J_m/J_{m+2}$ . (c) Fase $\phi_o(t)$ . .....	192
Figura 6.22	Respostas dos subsistemas de cálculo de $x'$ em função do tempo, para $x=1$ rad e $\phi_o(t)$ variando. (a) Erro $\Delta x_r$ pelo método $J_1\dots J_6$ -pos. (b) Erro $\Delta x_r$ pelo método $J_m/J_{m+2}$ . (c) Fase $\phi_o(t)$ . .....	193

- Figura 6.23 Respostas dos subsistemas de cálculo de  $x'$  em função do tempo, para  $x=1$  rad e  $\phi_o(t)$  variando. (a) Erro  $\Delta x_r$  pelo método  $J_1...J_6$ -neg. (b) Erro  $\Delta x_r$  pelo método  $J_1...J_3$ . (c) Fase  $\phi_o(t)$ . ..... 194
- Figura 6.24 Respostas dos subsistemas de cálculo de  $x'$  em função do tempo, para  $x=100$  mrad e  $\phi_o(t)$  variando. (a) e (b) Erros  $\Delta x_r$  calculados, respectivamente, para os métodos  $J_0...J_2$  e  $J_0...J_3$ , para  $\phi_o(t)$  variando de acordo com (c). (d) e (e) Erros  $\Delta x_r$  calculados, respectivamente, para os métodos  $J_0...J_2$  e  $J_0...J_3$ , para  $\phi_o(t)$  variando de acordo com (f)..... 194
- Figura 6.25 Resposta do subsistema de cálculo de  $x$  pelo método  $J_1...J_4$ , para  $x$  e  $\phi_o(t)$  variando. (a) Índice estimado  $x'$ . (b) Erro  $\Delta x_r$  na estimação de  $x$ . (c) Fase  $\phi_o(t)$ . ..... 195
- Figura 6.26 Respostas dos subsistemas de cálculo de  $x'$  pelo método  $J_1...J_6$ -pos, em função do tempo, para ambos,  $x$  e  $\phi_o(t)$ , variando. (a) Índice estimado  $x'$ . (b) Erro  $\Delta x_r$  na estimação de  $x$ . (c) Fase  $\phi_o(t)$ . ..... 196
- Figura 6.27 Resposta do subsistema de cálculo de  $x'$  usando o método  $J_m/J_{m+2}$ , para  $x$  e  $\phi_o(t)$  variando. (a) índice estimado  $x'$ . (b) Erro  $\Delta x_r$  na estimação de  $x$ . (c) Fase  $\phi_o(t)$ . ..... 196
- Figura 6.28 Cálculo de  $x'$  em função do tempo, para  $x$  e  $\phi_o(t)$  variando, onde (--) corresponde ao valor esperado  $x$  e (•) ao valor calculado  $x'$ . (a) Método  $J_0...J_2$ . (b) Método  $J_0...J_3$ . (c)  $x_a'$  calculado pelo método  $J_0...J_3$  para um valor esperado  $x_a=2,7$  rad. (d) --  $\phi_o(t)$  esperado e •  $\phi_o(t)$  estimado usando a técnica proposta no fluxograma do método  $J_0...J_3$ . ..... 197
- Figura 6.29 Erro  $\Delta x_r$  para  $x$  e  $\phi_o(t)$  variando. (a) Método  $J_0...J_2$ . (b) Método  $J_0...J_3$ . (c) Fase  $\phi_o(t)$ . ..... 198
- Figura 6.30 Respostas do subsistema de cálculo de  $\phi_o'(t)$  em função do tempo, para  $x$  variando e  $\phi_o'(t) = \pi/4$  rad. (a) (•) Cálculo pelo método desenvolvido por Sudarshanam (clássico) e (●) cálculo pelo novo método. (b) Erro absoluto no cálculo de  $\phi_o(t)$  usando (●) o método desenvolvido por Sudarshanam e (•) o novo método. (c) Índice de modulação  $x$ . ..... 199

Figura 6.31	Respostas do subsistema de cálculo de $\phi_0'(t)$ em função do tempo, para $x$ e $\phi_0(t)$ variando. (a) (●) Cálculo pelo método desenvolvido por Sudarshanam (clássico) e (●) cálculo pelo novo método. (b) Erro absoluto no cálculo de $\phi_0(t)$ usando (●) o método desenvolvido por Sudarshanam e (●) o novo método. (c) Índice de modulação $x$ . ....	199
Figura 7.1	Célula Pockels de $LiNbO_3$ empregada no SOT. (a) Cristal de $LiNbO_3$ utilizado como elemento sensor. (b) Célula Pockels transversal montada com o cristal num suporte.....	204
Figura 7.2	SOT montado no laboratório de optoeletrônica da FEIS. ....	204
Figura 7.3	Curva de Transmissão de uma célula Pockels de $LiNbO_3$ e operação na região linear da curva de transmissão.....	207
Figura 7.4	Sinais de saída típicos observados quando uma tensão senoidal de valor eficaz igual a 160 V <sub>RMS</sub> e frequência de 60 Hz é aplicada à célula Pockels. (a) Forma de onda da tensão proporcional à intensidade da luz detectada pelo fotodiodo. (b) Banda do espectro de magnitude normalizado correspondente, para frequências até 1,2 kHz. ....	210
Figura 7.5	Espectro de magnitude da janela de tensão fotodetectada da Fig. 7.5-a, onde se destaca a região das harmônicas (início da banda) e a região onde somente o ruído prevalece (acima de 500 Hz). ....	210
Figura 7.6	Cálculos realizados para o SOT excitado por uma tensão senoidal variando de 0 a 270 V. (a) Profundidade de modulação de fase estimada usando-se os métodos: (*) $J_1...J_6$ -pos e (●) $J_m/J_{m+2}$ . (b) Fase $\phi_0(t)$ calculada pelo: (*) método desenvolvido por Sudarshanam e (●) novo método proposto nesta tese.....	211
Figura 7.7	Cálculos realizados para o SOT excitado por uma tensão senoidal variando de 0 a 27 V. (a) Profundidade de modulação de fase estimada usando-se os métodos: (*) $J_1...J_6$ -neg, e (●) $J_1/J_3A$ . (b) Fase $\phi_0(t)$ calculada pelo: (*) método desenvolvido por Sudarshanam e (●) novo método proposto nesta tese.....	213
Figura 8.1	Configuração experimental para medidas de deslocamentos da superfície do APF.....	216

Figura 8.2	Interferômetro de Michelson montado como sensor de deslocamentos da superfície do AFP.....	217
Figura 8.3	Amplificador de transimpedância para a monitoração da fotocorrente detectada. (a) diagrama em blocos do circuito. (b) Resposta em frequência obtida em simulação. ....	219
Figura 8.4	Montagem experimental para caracterização do APF, composto basicamente pelo interferômetro de Michelson, o sintetizador de sinais Agilent 33220A, o osciloscópio digital Tektronix TDS2022 e o microcomputador para aquisição e processamento digital da tensão fotodetectada. ....	220
Figura 8.5	Sinal fotodetectado típico observado quando uma tensão senoidal de 47 V de pico e frequência de 4 kHz é aplicada ao APF. a) Forma de onda da tensão fotodetectada (a.c.). b) Espectro de magnitude normalizado correspondente, calculado em dB.....	223
Figura 8.6	Sinal fotodetectado quando uma tensão senoidal de 12 V (valor de pico) e 23,2 kHz (maior ressonância do atuador) é aplicada ao APF. a) Forma de onda da tensão fotodetectada (a.c.) b) Espectro de magnitude normalizado correspondente.....	223
Figura 8.7	Banda de ruído compreendida entre 600 Hz e 24 kHz.....	224
Figura 8.8	Deslocamento $\Delta l_s$ do APF obtido em análise harmônica, em 4 kHz, na região de baixo índice de modulação, calculado usando os métodos: (◦) $J_1...J_6$ -neg, (✕) $J_1...J_4$ e (*) $J_1/J_3A$ .....	226
Figura 8.9	– Análise harmônica do APF na ressonância de 15,3 kHz. (a) Deslocamento $\Delta l_s$ do APF calculado usando os métodos: (●) $J_m/J_{m+2}$ e (*) $J_1...J_4$ . (b) Fase $\phi_0(t)$ calculada usando: ● o novo método espectral proposto nesta tese e (*) o método desenvolvido por Sudarshanam .....	227
Figura 8.10	Análise harmônica do atuador na ressonância de 23,2 kHz. (a) Deslocamento $\Delta l_s$ do APF efetuada experimentalmente aplicando-se os métodos: (●) $J_m/J_{m+2}$ e (*) $J_1...J_4$ . (b) Fase $\phi_0(t)$ calculada usando o método espectral proposto nesta tese.....	228
Figura 8.11	Linearidade do APF em 4,6 kHz e em 23,2 kHz (ressonâncias).....	229

Figura 8.12	Resposta em freqüência do APF em termos do deslocamento normalizado pela tensão elétrica aplicada ao atuador, calculado usando os métodos: (●) $J_1/J_3A$ e (*) $J_1...J_4$ .	230
Figura 8.13	Analisador de impedâncias HP 4192A utilizado na obtenção do módulo e fase da admitância elétrica do atuador.	231
Figura 8.14	Curvas da admitância elétrica medidas com o analisador de impedâncias HP 4192A. (a) Magnitude em função da freqüência. (b) Fase em função da freqüência.	232
Figura 8.15	Fase da admitância elétrica medida entre o nível DC e 20 kHz, mostrando pequenas ressonâncias em torno de 5 e 15 kHz.	233
Figura 8.16	(a) Detalhe do <i>tweeter</i> usado no interferômetro para uso específico dos métodos $J_0...J_2$ e $J_0...J_3$ . (b) Interferômetro de Michelson modificado em seu braço de referência, pelo uso do <i>tweeter</i> .	234
Figura 8.17	Sinal interferométrico de saída observado quando uma tensão senoidal de 41,2 V (valor de pico) e 4 kHz é aplicada ao APF e uma tensão senoidal de 1,7 V (valor de pico) e 2,312 kHz é aplicada ao <i>tweeter</i> (corresponde a um índice de modulação auxiliar $x_a = 1,61$ rad). (a) Forma de onda da tensão fotodetectada (a.c.). (b) Espectro de magnitude normalizado correspondente.	235
Figura 8.18	Deslocamentos da superfície do atuador como uma função do valor de pico da tensão aplicada ao atuador, calculada pelos métodos: (●) $J_0...J_3$ e (*) $J_0...J_2$ .	235
Figura 9.1	Estruturas metálicas flexíveis de novos manipuladores piezoelétricos desenvolvidos pelo Grupo de Sensores e Atuadores da EPUSP [194].	245

# LISTA DE TABELAS

Tabela. 5.1 – Faixas de $x$ associadas a cada valor de $m$ (considerando um limiar de 0,85) e faixa expandida de $x$ usada na determinação dos coeficientes $a_m$ e $b_m$ .....	144
Tabela 5.2 – Coeficientes $a_m$ e $b_m$ determinados usando a teoria de mínimos quadrados, para as respectivas faixas dinâmicas estabelecidas (faixas expandidas na Tab. 5.1), associadas aos valores específicos de $m$ .....	146
Tabela 5.3 Ordem harmônica $u$ para $1 \leq m_{m\acute{a}x} \leq 98$ .....	150
Tabela 5.4 Quadro comparativo entre os métodos espectrais de demodulação de fase óptica.....	167
Tabela 5.5 MDPSs calculados (em mrad) para ruído $1/f^2$ e branco, com $K=0,0011$ e $K=0,0001$ . .....	168
Tabela 5.6 Erro padrão em mrad na estimação de $x$ nas simulações considerando o fator de ruído $K$ , calculado para $\phi_0(t) = \pi/4$ rad. ....	168
Tabela 5.7 Correlação entre os valores calculados e os valores esperados de $x$ considerando o fator de ruído $K$ , calculada para $\phi_0(t) = \pi/4$ rad. ....	169
Tabela 6.1 Número de operações reais de adição e multiplicação envolvidas no cálculo das componentes de frequências usando Goertzel para alguns métodos espectrais e janela de 512 amostras.....	178

# LISTA DE ABREVIATURAS

A/D	Analógico/Digital
AlGaAs	Arseneto de Gálio e Alumínio ( <i>Aluminium Gallium Arsenide</i> )
APD	Fotodiodo de Avalanche ( <i>Avalanche Photodiode</i> )
APF	Atuador Piezoelétrico Flexensional
AT	Amplificador de Transimpedância
BS	Separador de Feixes ( <i>Beam Splitter</i> )
DC	Corrente direta ( <i>Direct Current</i> )
DSP	Processador de Sinal Digital ( <i>Digital Signal Processor</i> )
EDM	Máquina de descarga elétrica ( <i>Electrical Discharge Machining</i> )
ESP	Espelho
FBG	Grades de Bragg em fibra óptica ( <i>Fiber-Bragg Grating</i> )
FFT	Transformada de Fourier Rápida ( <i>Fast Fourier Transform</i> )
FM	Modulação de Frequência ( <i>Frequency Modulation</i> )
He-Ne	Hélio-Neônio
Laser	Amplificação da luz por emissão estimulada de radiação ( <i>Light amplification by stimulated emission of radiation</i> )
LD	Limiar de Decisão
LED	Diodo emissor de luz ( <i>Light emitting diode</i> )
LiNbO <sub>3</sub>	Niobato de Lítio
MDPS	Mínimo deslocamento de fase detectável ( <i>Minimum Detectable Phase Shift</i> )
MDPS-DC	Mínimo deslocamento de fase DC detectável ( <i>Minimum Detectable Phase Shift - DC</i> )
MEF	Método de Elementos Finitos
MEMS	Sistemas micro-eleto-mecânicos ( <i>Micro-Electro-Mechanical Systems</i> )
NEP	Potência Equivalente de Ruído ( <i>Noise Equivalent Power</i> )
Piezocerâmica	Cerâmica Piezoelétrica
PIN	Fotodiodo PIN ( <i>Positive-Intrinsic-Negative</i> )
PLL	Circuito PLL ( <i>Phase Locked Loop</i> )

PM	Modulação de Fase ( <i>Phase Modulation</i> )
PVDF, PVF <sub>2</sub>	Fluoreto de polivinilideno ( <i>Polyvinylidene-fluoride</i> )
PZT	Tinato Zirconato de Chumbo ( <i>Lead zirconate titanate</i> )
RMS	Valor quadrático médio ( <i>root mean square</i> )
Si	Silício
SI	Sistema Internacional de Unidades
SOI	Tecnologia SOI ( <i>Silicon-on-Insulator</i> )
SOT	Sensor Óptico de Tensão
STFT	Transformada de Fourier de Curta Duração ( <i>Short Time Fourier Transform</i> )
USB	Conexão USB ( <i>Universal serial bus</i> )

# LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Significado	Unidade SI
$a_m, b_m$	Coefficientes usados no método $J_m/J_{m+2}$ . No caso de $m = 1$ , têm-se os coeficientes $a_1$ e $b_1$ , usados também no método $J_1/J_3A$ .	
$a_n', b_n'$	Parte real e parte imaginária, respectivamente, da série trigonométrica de Fourier.	
$A$	Fator de ganho da tensão fotodetectada, que depende da intensidade da fonte, da responsividade do fotodetector e do ganho do circuito de condicionamento de sinal	
$\alpha$	Distância do ponto $O$ ao ponto $P$ , no interferômetro de Young	$m$
$\beta$	Distância entre as fendas no interferômetro de Young	$m$
$c_n, d_n$	Coefficientes de ordem $n$ dos polinômios de ajustamento de curvas do método $J_1 \dots J_3$ .	
$c_{ijkl}$	Componente elástica de rigidez	$N/m^2$
$[c_{mn}]$	Forma matricial de representação das constantes elásticas de rigidez usando índices reduzidos	$N/m^2$
$d$	Altura do cristal de $\text{LiNbO}_3$ usado na célula Pockels (dimensão do cristal, na direção $Y$ )	$m$
$d_{ikl}$	Constante piezoelétrica tensão mecânica/campo elétrico	$m/V$
$[d_{ml}]$	Forma matricial de representação das constantes piezoelétricas usando índices reduzidos	$m/V$
$D$	Deslocamento elétrico	$C/m^2$
$D_i$	Componente do deslocamento elétrico	$C/m^2$
$\Delta\phi$	Varição de fase óptica que contém informação sobre a grandeza física que se deseja medir	$rad$
$\Delta\phi$	Diferença total de fase óptica acumulada no interferômetro, até o ponto de observação	$rad$
$\Delta l_s$	Varição de comprimento induzido no ramo de sinal do interferômetro	$m$

Símbolo	Significado	Unidade SI
$\Delta L_n$	Varição do comprimento na direção $n$	$m$
$\Delta \theta$	Retardo de fase na célula Pockels	$rad$
$\Delta n_s$	Varição do índice de refração induzida no ramo de sinal do interferômetro	
$\Delta x$	Erro absoluto na estimação de $x$	$rad$
$\Delta x_r$	Erro relativo percentual na estimação de $x$	
$E$	Campo elétrico	$V / m$
$E_i$	Componente do campo elétrico	$V / m$
$\varepsilon_{kl}$	Componente da permissividade dielétrica	$F / m$
$[\varepsilon_{ij}]$	Forma matricial de representação da permissividade dielétrica usando índices reduzidos	$F / m$
$f, f_s, f_a$	Freqüências: do laser, de sinal e de modulação auxiliar, respectivamente	$Hz$
$f_{am}$	Freqüência de amostragem	$Hz$
$f_{mn}, g_{mn}$	Funções empregadas nos métodos $J_1/J_3A$ e $J_1...J_3$ , que relacionam as componentes de Bessel de ordens $m$ e $n$ .	
$f'_{mn}, g'_{mn}$	Funções estimadas de $f_{mn}, g_{mn}$ , considerando-se o fator de ruído $K$	
$F$	Visibilidade das franjas	
$F_e$	Freqüência espacial das franjas	$franjas / m$
$\phi_s$	Fase inicial do sinal senoidal de excitação no ramo sensor do interferômetro, cuja amplitude é $x$	$rad$
$\phi_r, \phi_{sgn}$	Fases acumuladas pelos campos elétricos dos feixes ópticos de referência e de sinal, respectivamente	$rad$
$\phi_0, \phi_0', \phi_0''$	Fases quase-estáticas: esperada, estimada e medida, respectivamente.	$rad$
$h_{kij}$	Constante piezoelétrica campo elétrico/tensão mecânica	$V / m$
$I$	Intensidade óptica de saída, resultante da interferência de dois feixes ópticos	$W / m^2$

Símbolo	Significado	Unidade SI
$I_0$	Intensidade da fonte óptica	$W / m^2$
$J_n(\cdot)$	Função de Bessel de primeira espécie e ordem $n$	
$J_n$	Função de Bessel de primeira espécie e ordem $n$ com argumento $x$ .	
$J_n'$	Função de Bessel de primeira espécie e ordem $n$ com argumento $x_a$	
$k$	Constante de fase	$rad / m$
$K$	Fator de ruído estimado na frequência fundamental	
$l, l_1, l_2, l_3$	Distâncias no interferômetro de Young	$m$
$L_n$	Comprimento na direção $n$	$m$
$\lambda$	Comprimento de onda da portadora óptica	$m$
$\Lambda$	Período espacial das franjas	$m$
$n_o, n_e$	Índices de refração ordinário e extraordinário do cristal de $LiNbO_3$	
$n_s$	Índice de refração no ramo sinal do interferômetro	
$\eta_{ar}$	Impedância intrínseca do ar	$\Omega$
$P$	Fator de desvanecimento de sinal [ $P = \text{sen}(\phi_0)$ ]	
$Q$	Fator de desvanecimento de sinal [ $Q = \text{cos}(\phi_0)$ ]	
$r_{mn}$	Coefficientes eletro-ópticos do cristal de $LiNbO_3$	$m / V$
$R_L$	Resistência de carga do fotodiodo	$\Omega$
$S_{ijkl}$	Componente elástica de flexibilidade	$m^2 / N$
$S_n$	Deformação mecânica ( <i>strain</i> ) na direção $n$	
$S_{ij}$	Componente da deformação mecânica ( <i>strain</i> )	
$SNR_n$	Relação sinal/ruído estimada para a harmônica de ordem $n$	
$T$	Período da portadora óptica	$s$
$T_{ij}$	Componente da tensão mecânica ( <i>stress</i> )	$N / m^2$

Símbolo	Significado	Unidade SI
$T'$	Função de transmissão, que relaciona as intensidades ópticas de saída e de entrada no SOT	
$\tau$	Temperatura	$K$
$v(t)$	Tensão elétrica fotodetectada	$V$
$v_{CP}(t)$	Tensão senoidal aplicada à célula Pockels	$V$
$V_{PZT}$	Tensão elétrica aplicada ao APF (valor de pico)	$V$
$V_{\pi}$	Tensão de meia onda do cristal eletro-óptico	$V$
$V_n$	Amplitude da harmônica de ordem $n$ da tensão fotodetectada (modulada em fase)	$V$
$V_{(m,n)}$	Componente de tensão harmônica utilizada nos métodos $J_0...J_2$ e $J_0...J_3$ , que usam um interferômetro de dois feixes com dupla modulação de fase.	$V$
$V_{R1}$	Tensão de ruído na frequência fundamental	$V$
$\omega, \omega_s, \omega_a$	Frequências angulares: do laser, de sinal e de modulação auxiliar, respectivamente	$rad / s$
$x, x', x''$	Índices de modulação de fase: esperado, estimado e medido, respectivamente	$rad$
$x_a, x_a', x_a''$	Índices de modulação de fase auxiliar: esperado, estimado e medido, respectivamente	$rad$
$X, Y, Z$	Direções cristalográficas do cristal de $LiNbO_3$	
$y_m$	Relações de Funções de Bessel usadas no novo método de cálculo da fase quase-estática $\phi_0$	

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>32</b>
1.1	Noções Preliminares sobre Interferometria Óptica .....	33
1.2	Principais Tipos de Interferômetros Ópticos.....	35
1.3	Principais Técnicas de Demodulação de Fase Óptica .....	38
1.4	Detecção de Fase usando Análise Espectral – Levantamento do Estado da Arte.....	47
1.5	Detecção da Fase Quase-Estática usando Análise Espectral – Levantamento do Estado da Arte .....	53
1.6	Motivação para o Desenvolvimento da Pesquisa.....	55
1.7	Metodologia utilizada na Caracterização do APF .....	57
1.8	Objetivos da Tese .....	59
1.9	Organização da Tese .....	59
<b>2</b>	<b>ATUADORES PIEZOELÉTRICOS FLEXTENSIONAIS</b>	<b>62</b>
2.1	Efeito Piezoelétrico .....	62
2.2	Resposta em Frequência da Piezocerâmica.....	66
2.3	Medição dos Coeficientes Piezoelétricos $d_{33}$ e $d_{31}$ .....	67
2.4	Atuadores Piezoelétricos Flexensionais .....	68
2.5	Noções Gerais sobre o Projeto dos APF's .....	69
2.6	O APF f1b0820 .....	71
2.7	Discussão.....	73
<b>3</b>	<b>INTERFEROMETRIA ÓPTICA DE DOIS FEIXES</b>	<b>74</b>
3.1	Interferômetro de Young.....	74
3.1.1	Franjas resultantes da Interferência óptica .....	77
3.1.2	Visibilidade das Franjas .....	79
3.2	Interferômetros de Mach-Zehnder e de Michelson .....	80
3.3	Fotodetecção e Análise do Sinal Fotodetectado.....	85
3.3.1	Ruído na Fotodetecção e no Condicionamento de Sinal .....	86

3.3.2	Tensão Fotodetectada nos Interferômetros de Dois Feixes para uma Excitação de Fase Senoidal .....	88
3.3.3	Efeito da Variação Aleatória da Fase $\phi_0(t)$ nas Harmônicas da Tensão Fotodetectada.....	90
3.3.4	Efeito do Ruído Eletrônico nas Harmônicas da Tensão Fotodetectada.....	95
3.4	Discussão.....	99

#### **4 MÉTODOS CLÁSSICOS DE ANÁLISE ESPECTRAL PARA DEMODULAÇÃO DE FASE ÓPTICA**

**100**

4.1	Método $J_1...J_4$ .....	101
4.2	Método $J_1...J_4$ Modificado.....	102
4.3	Método $J_1...J_6$ -neg .....	105
4.4	Método $J_1...J_6$ -pos .....	107
4.5	Método $J_0...J_2$ .....	108
4.6	Método Espectral de Medição da Fase $\phi_0(t)$ desenvolvido por Sudarshanam.....	110
4.7	Análises dos Métodos Espectrais Clássicos considerando Ruído $1/f^2$ e Ruído Branco.....	111
4.7.1	Faixa Dinâmica e Erro no Cálculo de $x$ usando os Métodos $J_1...J_4$ e $J_1...J_4$ Modificado .....	112
4.7.2	Faixa Dinâmica e Erro no Cálculo de $x$ usando os Métodos $J_1...J_6$ -neg e $J_1...J_6$ -pos .....	116
4.7.3	Faixa Dinâmica e Erro no Cálculo de $x$ usando o Método $J_0...J_2$ .....	120
4.7.4	Análise do Método de Medição de $\phi_0(t)$ desenvolvido por Sudarshanam, considerando Ruído .....	123
4.8	Discussão.....	125

#### **5 NOVOS MÉTODOS DE ANÁLISE ESPECTRAL PARA DEMODULAÇÃO DE FASE ÓPTICA**

**127**

5.1	O Método $J_1/J_3A$ .....	127
5.2	O Método $J_1...J_3$ .....	132
5.3	O Método $J_m/J_{m+2}$ .....	139
5.3.1	Identificação de $m$ a partir do Espectro Fotodetectado e associação de cada valor de $m$ a uma respectiva faixa ótima para a estimação de $x$ .....	141

5.3.2	Determinação dos Coeficientes $a_m$ e $b_m$ .....	145
5.3.3	Algoritmo do Método $J_m/J_{m+2}$ e Erro na Estimação de $x$ .....	147
5.3.4	Análise Espectral e Frequência Mínima de Amostragem para Processamento Digital do Sinal Fotodetectado .....	149
5.3.5	Resposta do método $J_m/J_{m+2}$ considerando o Fator de Ruído $K$ .....	151
5.4	O Método $J_0...J_3$ .....	154
5.5	O Novo Método de Medição da Fase Quase Estática $\phi_0(t)$ Proposto nesta Tese ...	161
5.6	Análise Comparativa dos Métodos Espectrais de Demodulação de Fase Óptica ....	166
5.7	Discussão.....	169
<b>6</b>	<b>SIMULAÇÕES DINÂMICAS E RESULTADOS</b>	<b>172</b>
6.1	Implementação dos Métodos Espectrais no Simulink.....	173
6.2	Resultados das Simulações.....	184
6.2.1	Sinal Modulado em Fase Emulado no Simulink .....	184
6.2.2	Estimação do Fator de ruído $K$ .....	187
6.2.3	Respostas dos Subsistemas de Cálculo do Índice de Modulação de Fase ( $x'$ ) para $x$ Variando e $\phi_0(t)$ Constante .....	187
6.2.4	Respostas dos Subsistemas de Cálculo do Índice de Modulação de Fase para $\phi_0(t)$ Variando e $x$ Constante.....	191
6.2.5	Respostas dos Subsistemas de Cálculo do Índice de Modulação de Fase para ambos, $\phi_0(t)$ e $x$ , Variando .....	195
6.2.6	Respostas dos Subsistemas de Cálculo da Fase $\phi_0(t)$ .....	198
6.3	Discussão.....	200
<b>7</b>	<b>VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DOS MÉTODOS ESPECTRAIS USANDO UM SENSOR ÓPTICO DE TENSÃO</b>	<b>202</b>
7.1	Sensor Óptico de Tensão (SOT) Baseado no Efeito Eletro-Óptico em Cristais de Niobato de Lítio.....	203
7.2	Resultados Experimentais .....	208
7.3	Discussão.....	214

<b>8</b>	<b>CARACTERIZAÇÃO DE UM ATUADOR PIEZOELÉTRICO FLEXTENSIONAL (APF) USANDO OS MÉTODOS ESPECTRAIS</b>	<b>215</b>
8.1	Configuração Experimental para Medições da Amplitude de Vibração da Superfície do APF .....	215
8.2	Procedimentos para Análise de Linearidade e Resposta em Frequência do APF, e da Amplificação Proporcionada pela Estrutura Metálica do APF	220
8.3	Sinais Temporais Fotodetectados e seus Respectivos Espectros de Magnitude.....	222
8.4	Linearidade do APF.....	225
8.5	Resposta em Frequência do APF.....	229
8.6	Medições de Deslocamentos Sub-Nanométricos.....	233
8.7	Amplificação de Deslocamento Proporcionada pela Estrutura Metálica do APF....	236
8.8	Discussão.....	238
<b>9</b>	<b>CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS</b>	<b>239</b>
9.1	Conclusões.....	239
9.2	Perspectivas futuras.....	245
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>246</b>
	<b>APÊNDICE A – AJUSTE DE CURVAS POR MÍNIMOS QUADRADOS</b>	<b>261</b>

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

Em tecnologia de precisão, o desafio de superar o limite do muito pequeno aumenta a cada dia, resultado de exigências impostas pela minituarização, baixo consumo, sensibilidade, etc. A microeletrônica, por exemplo, repousa sobre técnicas que produzem, rotineiramente, estruturas de menos que 100 nm de comprimento, algo em torno de 1 milésimo da largura de um fio de cabelo. Além disso, projeções divulgadas pelo *International Technology Roadmap for Semiconductors*, prevêm que até 2014 o tamanho mínimo dos transistores em chips de computadores terá diminuído até chegar a 20 nm [1]. Uma pergunta natural que surge é como medir dimensões dessa ordem de grandeza ?

Outro exemplo emblemático refere-se aos limites mínimos da resolução da velocidade de rotação exigidos dos sistemas giroscópios. Quando aplicados à navegação automotiva ou em robôs industriais, esta resolução é da ordem de 200°/h. Porém, para sistemas de navegação de grandes aeronaves comerciais, é da ordem de 1°/h, e, no caso extremo dos sistemas de navegação de veículos espaciais, chega ao patamar inferior de 0,01°/h [2].

Citando ainda outros exemplos, observa-se que *strain-gauge's* comerciais do tipo resistivo, tipicamente, apresentam sensibilidades da ordem de  $10^{-3} \mu\epsilon$ , no entanto, exigências atuais demandam pela detecção de deformações da ordem de  $10^{-7} \mu\epsilon$ . E, por fim, destaca-se o caso dos acelerômetros: medições de amplitudes de deslocamento exigem elevada sensibilidade ao longo de uma grande faixa dinâmica, tarefa que se torna particularmente difícil quando as frequências de vibração aumentam. Para se obter uma aceleração igual à da gravidade devido à Terra, numa frequência de 1 kHz, um deslocamento de aproximadamente 0,25  $\mu\text{m}$  deve ser estabelecido. Porém, uma aceleração de 100  $\text{m/s}^2$  (RMS) na frequência de 10 kHz, produz uma amplitude de apenas 36 nm [3].

Uma solução para medição de grandezas físicas como distância, velocidade de rotação, deformação, vibração, deslocamento, e outras, em sistemas em que se requer alta sensibilidade, como no caso dos exemplos citados acima, é a interferometria óptica, a qual constitui o tema desta tese.

## 1.1 Noções Preliminares sobre Interferometria Óptica

Relativamente à medição de deslocamento, a interferometria óptica pode, em princípio, detectar amplitudes mínimas, da ordem de  $10^{-5}$  nm. Para se ter uma noção do que isto significa cita-se que o tamanho de células de animais ou plantas em desenvolvimento, tipicamente, se encontra entre 5000 e 10000 nm. Um vírus, tem um diâmetro da ordem de 100 nm, enquanto o da hélice do DNA é de 2 nm. O diâmetro do átomo de hidrogênio é de aproximadamente 0,1 nm. Esta é a chamada nanoescala, a escala dos átomos e moléculas [1].

De forma geral, interferômetros ópticos são transdutores eficientes que convertem uma variação de fase induzida ao longo de seus ramos, numa variação de intensidade óptica que possa ser mensurada.

O princípio de interferência entre raios de luz normalmente está associado ao nome de Thomas Young (1773-1829), quem o inventou como uma maneira de explicar o fenômeno dos anéis de Newton (os quais, por sua vez, foram observados pela primeira vez por Boyle e Hooke), com base na teoria ondulatória. Na época, embora polêmica, esta constituiu a primeira grande descoberta teórica em óptica em aproximadamente 100 anos [4].

Atualmente, existem vários tipos de interferômetros práticos, como será discutido nas próximas seções. Um deles, o interferômetro de Michelson, foi proposto em 1880 pelo prêmio Nobel americano A. B. Michelson, a fim de investigar o meio hipotético denominado “éter”. Este conceito, após a experiência, foi finalmente rejeitado, estabelecendo subsídios fundamentais para a teoria da relatividade especial de Einstein [5].

Conforme será mostrado em detalhes no Capítulo 3, o sinal de saída de um interferômetro de dois feixes, como o interferômetro de Michelson, é dado por:

$$I = \frac{I_0}{2} \{1 + F \cos[\Delta\phi(t) + \phi_0]\}, \quad (1.1)$$

sendo  $I$  a intensidade óptica de saída (a qual pode ser detectada por fotodiodos, convertendo-se num sinal elétrico),  $I_0$  a intensidade da fonte óptica,  $\Delta\phi(t)$  a variação de fase óptica que contém informações sobre a grandeza física que se deseja medir,  $\phi_0$  é uma fase constante e  $F$  é a visibilidade das franjas. Em princípio,  $\Delta\phi(t)$  pode ser arbitrária, contudo, dois casos têm merecido atenção: o caso onde  $\Delta\phi(t)$  é constante no tempo, em que é denominada de fase estática, e o caso onde  $\Delta\phi(t)$  varia senoidalmente no tempo, em que é denominada de

variação de fase dinâmica. Neste último caso, considerando-se  $\Delta\phi(t) = x\text{sen}\omega_s t$ , sendo  $x$  o índice de modulação de fase (modulação PM – *Phase Modulation*) e  $\omega_s$  a frequência de modulação, obtém-se, de (1.1):

$$I = \frac{I_0}{2} \{1 + F \cos[x\text{sen}\omega_s t + \phi_0]\}. \quad (1.2)$$

Nesta tese, os sinais na saída do interferômetro obedecem a (1.2), e o problema, portanto, consiste em se medir o índice de modulação  $x$ , dado que a frequência  $\omega_s$  é conhecida.

Contudo, existe outra abordagem em interferometria óptica, na qual é gerada uma portadora de fase auxiliar, também senoidal (com amplitude  $x_a$  e frequência  $\omega_a$ ), e cujo sinal de saída assume a forma:

$$I = \frac{I_0}{2} \{1 + F \cos[x_a\text{sen}\omega_a t + \Delta\phi(t) + \phi_0]\}. \quad (1.3)$$

Neste caso, o problema consiste em se medir  $\Delta\phi(t)$ , que pode inclusive ser arbitrário, sendo  $x_a$  e  $\omega_a$  conhecidos.

Uma limitação da interferometria é que a intensidade óptica de saída é uma função senoidal, não-linear, do deslocamento de fase induzido pelo sinal. Isto torna o processo de demodulação de sinal algo não trivial. Além disso, o deslocamento de fase de sinal invariavelmente é corrompido por grandes derivas aleatórias de fase  $\phi_0$  em (1.2) e (1.3), devido a perturbações ambientais.

As flutuações de baixa frequência na temperatura e pressão no local do interferômetro, e também vibrações externas, produzem derivas diferenciais (entre os ramos do interferômetro) que causam variações na amplitude do sinal detectado, bem como distorção do sinal. O primeiro fenômeno é conhecido como desvanecimento de sinal (*fading*), e o segundo, de “*frequency up-conversion*”. Nesta tese, a fase  $\phi_0$ , portanto, inclui todos os termos de deriva de fase estática ou de variações lentas no tempo.

Desta forma, o problema da interferometria óptica consiste essencialmente em se medir valores extremamente pequenos de  $x$  em (1.2), ou, de  $\Delta\phi(t)$  em (1.3), diante de grandes variações aleatórias de  $\phi_0$ . Para isto, a literatura tem divulgado várias propostas, as quais serão discutidas a seguir. Antes porém, alguns comentários sobre os vários tipos de interferômetros serão apresentados no próximo item.

## 1.2 Principais Tipos de Interferômetros Ópticos

Embora exista uma grande variedade de tipos de interferômetros atualmente, os arranjos clássicos ainda são os mais amplamente utilizados. Estes, por sua vez, podem ser implementados nas versões volumétrica, em fibra óptica, óptica integrada e MEMS.

### a - Interferômetros Volumétricos

O interferômetro volumétrico (*bulk interferometer*) é aquele onde os raios ópticos não são confinados em estruturas de guiamento. Os componentes ópticos são fixados sobre mesas ópticas chamadas de “*breadboards*”. O direcionamento dos feixes ópticos no espaço livre é realizado com o auxílio de espelhos, divisores de feixes, prismas, etc.

Em geral, a montagem de interferômetros em óptica volumétrica é a mais adequada para a implementação de versões provisórias ou de protótipos, ao contrário das montagens definitivas, em fibra óptica, óptica integrada, etc. Assim, constituem vantagens dessa arquitetura o baixo custo, a flexibilidade de mudanças e a possibilidade de se operar com lasers de alta potência. O preço que se paga por isso são: dificuldade de alinhamento óptico, grandes dimensões e maiores instabilidade mecânica e exposição à perturbações ambientais espúrias.

Dentre os tipos de interferômetros volumétricos, o interferômetro de Michelson constitui o mais amplamente conhecido, principalmente devido ao seu uso por A. A. Michelson, em três importantes experiências realizadas no final dos anos 1880: o experimento de Michelson-Morley de deriva do éter, o primeiro estudo sistemático da estrutura fina das linhas espectrais e a primeira comparação direta do comprimento de onda de linhas espectrais de fontes ópticas com o metro padrão [6]. Trata-se de um interferômetro de dois feixes que, embora seja particularmente adequado para medir deslocamentos e grandezas associadas (deformação mecânica, vibração, aceleração, etc.), pode ser adaptado para medir um grande número de outras grandezas físicas ou químicas [7].

O interferômetro de Mach-Zehnder é outro arranjo com dois feixes, mais versátil que o de Michelson, devido aos seus braços estarem fisicamente separados. Este interferômetro recebeu este nome em homenagem aos seus criadores, L. Zehnder e L. Mach, por volta de 1891 [6]. Sua montagem exhibe uma conveniência inerente para medir variações de índices de

refração e grandezas associadas (fluxo de gás, combustão, densidade e difusão de plasma, pressão, temperatura, concentração relativa, etc.) [7].

Um interferômetro no qual os dois feixes se propagam em sentidos opostos, porém, num mesmo circuito fechado, corresponde ao interferômetro de Sagnac, demonstrado por G. Sagnac em 1913 [8]. Devido à superposição dos feixes contra-propagantes, o interferômetro é extremamente estável. O interferômetro de Sagnac serve intrinsecamente para medir velocidade de rotação, constituindo a versão em óptica do giroscópio (*Ring Laser Gyro*). Contudo, também pode ser usado para medir outras grandezas, embora isto seja menos freqüente [9].

Interferômetros de dois feixes também podem ser estabelecidos usando-se filmes ou duas placas espaçadas. Quando isto resulta em franjas de interferência com espessuras iguais, tem-se o interferômetro de Fizeau, devido a H. Fizeau, ao final dos anos 1880 [6]. É muito usado para medir deslocamento, vibração, etc.

O conceito de interferência de múltiplos feixes foi adaptado para se conceber o interferômetro de Fabry-Perot, cujo nome é devido aos seus criadores C. Fabry e A. Perot, em 1899 [6]. Este interferômetro é usado com regularidade para examinar a estrutura fina de linhas espectrais, mas pode ser modificado para medir outras grandezas [7].

Além desses interferômetros ditos clássicos, cita-se que versões modificadas dessas configurações e combinações entre as mesmas surgem a cada dia. Assim, várias configurações diferentes não foram discutidas, no entanto, antes de passar ao próximo item, deseja-se destacar alguns arranjos não convencionais como, por exemplo, o interferômetro de feixe dual (*dual-beam interferometer*), no qual se deriva duas sondas ópticas espacialmente distantes, convenientes para detectar a velocidade de ondas elásticas superficiais [10]. O interferômetro de duplo feixe, também chamado de interferômetro diferencial, permite medir a resposta de filmes piezoelétricos eliminando-se a contribuição das curvaturas [11]. Usando-se braços com comprimentos iguais, o interferômetro diferencial também permite compensar as variações de fase induzidas por temperatura [12].

## ***b – Interferômetros em Fibra Óptica***

As versões em fibra óptica dos interferômetros como Mach-Zehnder, Michelson, Sagnac, etc., bem como, os sensores associados, surgiram concomitantemente ao

desenvolvimento da tecnologia das comunicações ópticas a partir do final da década de 1970. À medida que o preço dos componentes ópticos caiu e sua qualidade melhorou, também melhorou a capacidade desses sensores superarem os sensores tradicionais para medir grandezas como velocidade de rotação, aceleração, campo elétrico e magnético, temperatura, pressão, ultra-som, vibração, posição linear ou angular, deformação, umidade, viscosidade, etc. [13]-[15]. Esses sensores são leves, imunes à interferência eletromagnética, permitem grande flexibilidade geométrica, podem penetrar em locais de difícil acesso e são intrinsecamente seguros em ambientes perigosos, insalubres ou explosivos. Possuem sensibilidade extremamente elevada e grandes largura de banda e faixa dinâmica. Além disso, são compatíveis com sistemas de telemetria óptica, transmissão de dados e tecnologia de multiplexação/demultiplexação óptica.

Provavelmente esta seja a classe de interferômetros com o maior número de arranjos estruturais diferentes, e, a descrição de cada um deles foge aos objetivos desta tese. Assim, recomenda-se ao leitor interessado, consultar (além das referências acima) os livros editados por Udd [9], por Culshaw e Dakin [16]-[17], e por Grattan e Megitt [18]-[20].

### ***c – Interferômetro em Óptica Integrada***

Na tecnologia de óptica integrada, a luz se propaga em guias de onda, resultando em circuitos ópticos extremamente pequenos. Interferômetros em óptica integrada são, portanto, muito compactos e fisicamente robustos, podendo ser fabricados por técnicas de produção em larga escala. Além disso, são insensíveis à vibração, operam com velocidade elevada e possuem alinhamento permanente.

Circuitos ópticos integrados, em particular os passivos, podem ser implantados em vidro usando a técnica de troca iônica e têm a vantagem de serem compatíveis com fibras ópticas monomodo [21], [22]. Guias ópticos implantados por difusão de titânio em  $\text{LiNbO}_3$  são bastante adequados para uso em sensores, por ser uma tecnologia consolidada de circuitos ópticos integrados com baixas perdas. Além disso, por exibirem o efeito eletro-óptico, permitem a integração de guias com moduladores de fase, deslocadores de frequência, etc. [23]. Tecnologias mais promissoras têm sido desenvolvidas usando substrato de GaAs e InP, que permitem a integração monolítica de guias de onda, diodo laser, fotodetectores e circuitos eletrônicos [24]. Circuitos ópticos integrados usando semicondutor do tipo III – V (GaAs – AlGaAs) também proporcionam a possibilidade de integrar monoliticamente componentes ativos e passivos [25].

Outra tecnologia importante, usa o silício (Si) como meio de guiamento óptico. O Si apresenta baixa perda de transmissão óptica para os comprimentos de onda entre 1,2 e 9  $\mu\text{m}$ . Isto significa que pode ser usado um conjunto com fibras ópticas e seus componentes na área de telecomunicações, no comprimento de onda entre 1,2 e 1,6  $\mu\text{m}$  [26], [27].

## **d – Interferômetros em MEMS**

Uma das versões interferométricas mais recentes refere-se aos sistemas micro-eleto-mecânicos (MEMS – *Microelectromechanical systems*). Os MEMS's são arranjos micro-integrados que combinam componentes elétricos e mecânicos. Suas dimensões variam de micrometros a milímetros, e são fabricados usando tecnologia de circuitos integrados. Interferômetros de Michelson [28]-[29], Fizeau [30], Fabry-Perot [31]-[32] e Mach-Zehnder [33] têm sido implementados na forma de MEMS e aplicados a sensores de deslocamento, vibração, etc. Os substratos são variados como, por exemplo, de AlGaAs, SOI (*Silicon-on-insulator*), polímeros, dentre outros. A título de ilustração cita-se que interferômetros de Michelson em miniatura, com dimensões da ordem de 150  $\mu\text{m} \times 150 \mu\text{m}$  já foram implementados e testados recentemente [29].

## **1.3 Principais Técnicas de Demodulação de Fase Óptica**

Um grande número de diferentes técnicas de demodulação de fase, de sinais PM como (1.2) ou (1.3), são disponíveis na literatura. Obviamente, não será possível descrever todas neste texto, porém, pode-se registrar alguns comentários sobre algumas técnicas clássicas mais conhecidas.

### **a – Contagem de Franjas de Interferência**

Quando os dois feixes de saída de um interferômetro são superpostos e projetados sobre um anteparo, franjas formadas com luz monocromática são estabelecidas, constituídas por faixas estreitas claras sobre um fundo escuro [6]. A diferença de caminho óptico entre os dois braços do interferômetro pode ser mensurada pela contagem do número de franjas que passam através de um ponto fixo sobre o anteparo. No caso particular de se medir

deslocamento, a distância a ser mensurada é comparada com o comprimento de onda ( $\lambda$ ) de uma fonte de referência. Um contador eletrônico suficientemente rápido fornece a indicação correta do deslocamento e é insensível ao desvanecimento do sinal, com uma resolução de  $\lambda/8$  [34]-[36]. O uso de interpoladores de franjas permite a detecção de deslocamentos na faixa  $\lambda/100$  [37]. Contudo, se uma sensibilidade maior for exigida, um interferômetro de múltiplos feixes, como o Fabry-Perot, é indicado [38], [39].

Uma característica insatisfatória deste método é que a incerteza do deslocamento pode ser uma fração apreciável de uma franja e, portanto, a exatidão da medição pode ser adequada somente para grandes deslocamentos. Assim, o método de contagem de franjas é mais recomendado para medir deslocamentos superiores a 2000 nm, aproximadamente, e em particular, usando-se o método de razão entre frequências [40].

### ***b – Detecção Homódina de Sinais PM com Baixo Índice de Modulação***

Um método simples de detecção de fase óptica corresponde à técnica de demodulação de fase com baixo índice de modulação (também chamada *narrow band phase modulation*). Ao contrário do método de contagem de franjas, porém, este método somente se aplica à detecção de deslocamentos (por exemplo) cujas amplitudes sejam inferiores a  $\lambda/100$  (da ordem de 60 Å, usando-se o laser de He-Ne) [41]-[43]. Uma vantagem desta técnica é que a variação de fase óptica pode ter forma de onda arbitrária. Deslocamentos da ordem de  $10^{-2}$  Å têm sido detectados no caso de vibrações senoidais.

Contudo, o método exige que se opere na condição de quadratura de fase (com  $\phi_0$  fixado em  $\pi/2$  rad), o que torna necessário executar as medições em laboratórios sísmicos, típicos dos usados em metrologia. Além disso, demanda a aplicação de algum procedimento de auto-calibração inicial do interferômetro, a fim de se medir grandezas em valores absolutos.

### ***c – Interferometria com Dois Comprimentos de Onda***

Medições absolutas de distância, sem contato, com alta resolução e ampla faixa são essenciais para aplicações como fotolitografia, calibração de transdutores, fabricação de

semicondutores e sistemas robóticos. Num interferômetro com um único comprimento de onda, não se consegue distinguir a ordem da franja a partir de uma única medição, sendo que isto é chamado de ambigüidade. Todos os métodos ópticos sensíveis à fase para medição de distância têm em comum: o fato que a faixa de não ambigüidade é igual à metade do comprimento de onda usado. A fim de se aumentar a faixa de não-ambigüidade (e, conseqüentemente, a faixa dinâmica), sem reduzir a precisão do interferômetro, pode-se recorrer à tecnologia de interferência com múltiplos comprimentos de onda.

O princípio deste tipo de interferometria foi descrito em 1973 por Polhemus [44]. Nesta técnica, uma combinação de vários lasers ou um laser multimodos estabilizado podem ser usados, sendo que as diferenças entre as frequências ópticas determinam a faixa de não-ambigüidade do deslocamento (por exemplo). No caso de se usar apenas dois comprimentos de onda (*dual wavelength interferometry*), gera-se uma nova onda, com um sinal de batimento. O chamado comprimento de onda sintético resulta consideravelmente maior que o comprimento de onda das ondas originais, conduzindo a uma menor sensibilidade, maior largura dinâmica e boa resolução [45]. Além disso, permite-se operar com superfícies rugosas.

Vários métodos para medição de fase em tempo real com comprimento de onda sintético foram propostos, dentre eles, a análise do contraste das franjas, modulando-se o espelho de referência mecanicamente. Uma medição de distância baseada no comprimento de onda sintético tem a vantagem de que a ordem das franjas sintéticas varia mais lentamente, reduzindo-se a ambigüidade. Os dois comprimentos de onda podem ser obtidos, por exemplo, a partir de dois diodos laser [46], [47].

### ***d – Interferometria com Luz Branca***

A despeito da elevada sensibilidade oferecida pela interferometria, particularmente quando o interferômetro é iluminado por fontes laser com banda estreita, um grande problema surge quando esta técnica é usada para medir grandezas quase-estáticas em valores absolutos. Isto ocorre devido à natureza periódica da função de transferência do interferômetro, porém, pode ser solucionada usando-se a técnica de interferometria com luz branca (na verdade uma fonte banda larga como um diodo laser, diodo super-luminescente, LED ou lâmpada de Xe). Também chamada de interferometria com baixa coerência, ela permite a medição de fase absoluta de forma não-ambígua [48]-[50].

Num processo interferométrico, o comprimento de coerência da fonte de luz define a diferença de caminho óptico máxima entre os braços do interferômetro, dentro da qual ocorre a formação de franjas. Para uma fonte não coerente a interferência construtiva ocorre quando os caminhos ópticos dos dois braços são iguais, dentro de uma pequena tolerância estabelecida pelo comprimento de coerência.

Em particular, este tipo de interferometria tem se mostrado valioso para medições de parâmetros estáticos ou quase estáticos de grandezas físicas. No caso de medição de distâncias, chega-se à faixa de  $\mu\text{m}$  com resolução de  $\text{nm}$ . A exatidão não é afetada por flutuações na potência ou instabilidade na frequência da fonte óptica. Permite-se a implementação de sensores com elevadas exatidão e faixa dinâmica, e ainda admite a multiplexação de sensores por divisão no tempo [51].

### ***e – Interferometria Polarimétrica***

Embora este tipo de interferômetro seja conveniente para ser implementado em fibra óptica Hi-Bi (*highly birefringent*), também são encontradas versões em óptica volumétrica [9]. Variações de fase relativas nestes interferômetros são detectadas utilizando-se os retardos de fase individuais que são induzidos nos dois modos ortogonais de polarização numa fibra óptica que preserva a polarização [52]-[54]. Sensores deste tipo podem ser aplicados à medição de várias grandezas físicas como deformação, temperatura, pressão, etc.

### ***f – Interferometria Intermodal***

Os interferômetros intermodais (*intermodal interferometer, mode-mode interferometer* ou *two-mode polarization-sensitive interferometer*) são específicos para sistemas em fibra óptica. Num interferômetro de dois feixes convencional, os ramos de referência e de sinal estão fisicamente separados, e assim, muito susceptíveis ao problema do desvanecimento do sinal. Este problema pode ser atenuado através dos sensores interferométricos intermodais, onde dois modos guiados de uma fibra óptica são usados no lugar dos dois braços do interferômetro.

A maioria dos sensores intermodais discutidos na literatura usa os modos  $\text{LP}_{01} - \text{LP}_{11}$  [55], [56] ou  $\text{LP}_{01} - \text{LP}_{02}$  [57], [58] de fibras com núcleos do tipo elíptico ou *bow-tie*. Os sensores intermodais podem ser usados para medir deformação, temperatura, pressão, vibração, etc.

## **g – Interferometria Homódina Ativa**

Conforme foi discutido, em interferometria, sinais fracos de fase são superpostos a flutuações muito maiores causados por variações de temperatura, pressão e vibração mecânica. Na maioria dos sistemas homódinos o ponto de operação do interferômetro deve ser travado (*locked*) na posição de quadratura, para assegurar ótima sensibilidade de detecção de desvio de fase sem desvanecimento de sinal. Se houver garantias que o sinal e as flutuações estão separados em frequência, então, é possível estabelecer técnicas de medição que permitam a observação de um sinal estável. As variações aleatórias podem ser rastreadas e compensadas para manter a diferença de fase entre os braços do interferômetro em 90°. Isto poderia ser realizado manualmente, contudo, este ajuste seria muito impreciso.

Pode-se implementar um sistema automático de realimentação negativa, que detecta a fase do padrão de franjas e atua um dispositivo deslocador de fase no caminho de um dos seus feixes. Tal rastreador de franja (*fringe locker*) tem sido usado há décadas e, tipicamente, limita a deriva da franja a  $\pm 1/20$  de um período da franja. Esta constitui a interferometria ativa (*phase-tracking, phase-locking* ou *closed-loop interferometry*).

Um grande número de técnicas de deslocamento de fase de compensação têm sido propostas. Na estabilização ativa de interferômetros em fibra óptica, um modulador de fase piezoelétrico cilíndrico é usado para manter o sistema na quadratura. Contudo, a faixa de rastreamento limitada torna necessário um sistema servo-eletrônico de reativação (*resetting*). Verifica-se que a necessidade de um circuito sensor para auto-reativar o sistema toda vez que as flutuações ultrapassam sua faixa dinâmica constitui um grande problema pois acrescenta ruído adicional [59], [60].

Moduladores de fase constituídos por pastilhas piezoelétricas que movimentam pequenos espelhos, normal à suas superfícies, também podem ser usados [61], [62]. Para compensar a instabilidade de  $\phi_0$  pode-se utilizar ainda a técnica baseada no deslocamento do comprimento de onda de emissão de um diodo laser, através da variação de sua corrente de alimentação [63]. Como último exemplo, cita-se que moduladores eletro-ópticos também são regularmente empregados, porém, estes geralmente possuem variações de índice de refração muito pequenas para os níveis de tensão aplicados, limitando sua faixa dinâmica de modulação de fase, contudo, circuitos de reativação eficientes têm sido acrescentados para resolver o problema [64], [65].

O sistema homódino ativo possibilita atingir um elevado nível de desempenho, com faixa dinâmica entre  $10^{-6}$  e 10 rad, com boa linearidade e baixa distorção harmônica.

## ***h – Métodos de Demodulação de Fase Baseados no Espectro do Sinal***

Ao contrário dos sistemas homódinos ativos, as técnicas homódinas passivas têm a vantagem de executar a demodulação da fase óptica do sinal, independentemente da variação aleatória de  $\phi_0$ , com um processamento de sinal realizado sem realimentação e, portanto, evitando-se os problemas associados à reativação (*reset*) do rastreador de fase. Uma das classes da técnica homódina passiva corresponde aos chamados métodos baseados no espectro do sinal fotodetectado.

Antes de prosseguir, antecipa-se que um sinal do tipo (1.2), pode ser reescrito da seguinte forma, aplicando-se as expansões de Jacobi-Anger [66]:

$$I = \frac{I_0}{2} \left\{ 1 + F \left\{ \cos \phi_0 \left[ J_0(x) - 2J_2(x) \cos 2\omega_s t + 2J_4(x) \cos 4\omega_s t - \dots \right] \right. \right. \\ \left. \left. - \sin \phi_0 \left[ 2J_1(x) \cos \omega_s t - 2J_3(x) \cos 3\omega_s t - \dots \right] \right\} \right\} \quad (1.4)$$

sendo que  $J_n(x)$ ,  $n = 0, 1, \dots$ , são as funções de Bessel de primeira espécie. Alguns dos métodos baseados na análise do espectro (1.4) procuram proporcionar uma linearização da saída do interferômetro [entre o índice de modulação esperado ( $x$ ), e o estimado ( $x'$ ) e/ou medido ( $x''$ )], que resulta numa leitura auto-consistente (auto-calibrável) e direta (sem resolução de equações transcendentais, com inverso de funções de Bessel) da variação da fase dinâmica.

Dentre os principais métodos, destacam-se o  $J_0$  nulo,  $J_1$  máx,  $J_1/J_2$ ,  $J_1/J_3$ ,  $J_1 \dots J_4$ ,  $J_1 \dots J_6$  e  $J_0 \dots J_2$ . Por fazer parte do objeto de estudo desta tese, este tópico será abordado em detalhes na seção 1.4 e no capítulo 4.

## ***i – Interferômetro de Quadratura***

O interferômetro de quadratura é mais uma estrutura homódina passiva, onde os sinais podem ser processados eletronicamente para fornecer o deslocamento de fase diferencial, independentemente das variações de  $\phi_0$ . No caso de um interferômetro volumétrico, consiste

essencialmente de uma estrutura adaptada para o uso de óptica polarizada e que fornece dois sinais de saída defasados de  $90^\circ$ , ou seja, em quadratura [67]-[69].

No caso do interferômetro em fibra óptica, o deslocamento de fase de  $\pi/2$  rad pode ser obtido beneficiando-se das propriedades intrínsecas dos acopladores direcionais  $3 \times 3$ . Operações algébricas realizadas eletronicamente com os seus três sinais de saída, conduzem aos termos em quadratura desejados [70], [71]. Um esquema que merece destaque, é o que foi divulgado no artigo clássico de Dandridge et alii, usando uma portadora de fase auxiliar em (1.3) [72]. Este esquema proporcionou elevada sensibilidade ( $10^{-6}$  rad em 1 kHz), grande faixa dinâmica e boa linearidade.

O uso de grades com períodos definidos e impressos em folhas de acetato que foram dispostas na saída de um interferômetro de Michelson, também possibilita a obtenção dos sinais em quadratura, conforme discutido em [73].

## ***j – Interferometria Heteródina***

Quando uma vibração excede  $250 \text{ \AA}$ , medições do tipo homódino apresentam uma desvantagem: o movimento da superfície deve ser senoidal. A resposta a uma onda quadrada, um transitório ou uma entrada aleatória não pode ser determinada por esta técnica porque a combinação de termos da série harmônica, devido à cada componente de frequência do movimento, impede a medição dos coeficientes de amplitude separadamente, ou seja, porque o sistema é não-linear. Para superar esta limitação e proporcionar uma operação passiva do interferômetro, as técnicas heteródinas foram propostas.

A idéia básica consiste em introduzir um deslocamento de frequência  $\Omega$  (da ordem de dezenas de MHz) entre os dois braços do interferômetro. Devido a isto, a interferência entre os feixes produz uma modulação na intensidade óptica, em torno da frequência de batimento  $\Omega$ , a qual pode ser fotodetectada. Em contraste com a técnica homódina, não é necessário manter a condição de quadratura, existe uma melhor relação sinal-ruído (SNR – *signal-noise ratio*), menor sensibilidade às variações diferenciais e à deriva devido ao ruído  $1/f$ .

O deslocamento de frequência óptica em interferômetros volumétricos normalmente é realizado por uma célula Bragg alimentada por um sinal de RF na frequência  $\Omega$ . Embora a técnica heteródina permita medir vibrações (e outras grandezas) com formato arbitrário,

freqüentemente resulta em sistemas eletrônicos complexos e caros, bem como, a aplicação de algum processo de calibração [74].

Existem várias formas de se processar um sinal modulado em banda larga com espectro centrado em torno de  $\Omega$ , incluindo-se o uso de analisadores de espectros, receptores de VHF, sintonizados numa das bandas laterais e seguido por detecção de lei quadrática, detecção de FM padrão, dentre outras [75], [76]. No caso de modulação em banda estreita, o deslocamento pode ser demodulado com facilidade uma vez que o espectro de freqüências consiste basicamente de três linhas: a portadora em  $\Omega$  e duas linhas laterais [77]. Amplitudes de deslocamentos extremamente pequenas têm sido mensuradas com esta técnica, resultando em sensibilidade de  $10^{-4} \text{ \AA}/\sqrt{\text{Hz}}$  [78].

Células Bragg são difíceis para serem inseridas em circuitos em fibra óptica uma vez que demandam alinhamento preciso e estabilidade mecânica. A fim de resolver este problema, versões de deslocadores de freqüência em fibra óptica foram desenvolvidas usando-se fibras Hi-Bi operando com os modos  $LP_{01}$  e  $LP_{11}$  [79].

### ***k – A técnica Pseudo-Heteródina***

Na técnica pseudo-heteródina (também chamada *serrodyne*) uma portadora de baixa freqüência (dezenas de kHz) pode ser produzida por modulação de fase em forma de rampa [80]. Esta abordagem recebeu este nome porque nenhum dispositivo deslocador de freqüências ópticas realmente é usado. O método exhibe todas as vantagens associadas ao sistema heteródino, exceto que a freqüência máxima na qual a portadora deve ser produzida é limitada àquela na qual a modulação de fase em rampa pode ser realizada com exatidão. A amplitude desta modulação de fase é dependente do tempo de *flyback* [81].

Uma modulação de fase em forma de dente-de-serra pode ser gerada usando-se um modulador de fase piezoelétrico, entretanto, isto pode dar origem a “*ringing*” mecânico. Soluções como utilizar um modulador de fase em óptica integrada [82], ou então, usar uma modulação de fase senoidal amostrada (*gated phase modulation*) [83], têm sido divulgadas. A técnica pseudo-heteródina é particularmente útil para aplicações em giroscópio em fibra óptica [84].

## ***l – Sistema Heteródino com Múltiplos Comprimentos de Onda***

Atualmente, máquinas de precisão de alto desempenho estão adotando interferômetros heteródinos como transdutores de realimentação que detém resolução sub-micrométrica ao longo de distâncias de grande curso de movimento. Por exemplo, cursos de 10  $\mu\text{m}$  com resolução de 10 nm, tipicamente são usados em máquinas de litografia para fabricação de chips semicondutores. Por isto, a técnica heteródina com dois comprimentos de onda (*dual-wavelength interferometry*) é adequada utilizando-se, por exemplo, lasers de He-Ne do tipo Zeeman [85], ou então, duas células Bragg [86]. Medições absolutas de distância e de velocidade de um alvo podem ser realizadas.

A fim de se atingir uma resolução e exatidão ainda melhor na medição de deslocamentos, o laser com dois modos pode ser substituído por outro de três modos longitudinais estabilizados, aumentando-se o comprimento de onda sintético [87]. Uma cavidade laser de He-Ne ( $\lambda=0,6328 \mu\text{m}$ ) com três modos apresenta duas frequências de batimento primárias em 435,00 e 435,30 MHz e, portanto uma frequência de batimento secundária igual a 300 kHz.

Tipicamente, duas técnicas são concorrentes para medição do deslocamento/velocidade [88]: contagem do deslocamento Doppler, com capacidade de medir velocidades elevadas, e, demodulação síncrona de fase, com a vantagem de resolução extremamente fina. Atualmente, estes sistemas apresentam resolução de posição de 0,31 nm, com velocidade máxima de 2,1 m/s.

## ***m – Interferômetros com Grades de Bragg***

Uma alternativa recente e muito promissora para detectar grandezas físicas é constituída por sensores interferométricos em fibra óptica com grades de Bragg - FBG (*fiber Bragg grating*). Estes sensores têm sido aplicados na medição de deslocamentos (por exemplo) quase-estáticos e dinâmicos.

A demodulação do sinal de informação é realizada usando-se instrumentação óptica para detectar as variações no comprimento de onda, induzidos pela grandeza física num elemento FBG [89], [90]. Este, por sua vez, pode ser vinculado às superfícies ou embebido no material para proporcionar medição direta da grandeza (deslocamento, vibração, etc.) [91].

## ***n – Outros métodos de Demodulação de Fase Óptica***

Além dos métodos clássicos de demodulação de sinal interferométrico apresentados nos itens anteriores, obviamente, existe um grande número de outras técnicas diferentes, embora não sejam usadas com tanta regularidade. Em particular, deseja-se enfatizar a técnica homódina passiva que emprega três fotodetectores para amostrar sinais de três posições sobre o padrão de franjas de interferência, a qual é conhecida como detecção trifásica [92]. Um esquema similar, que utiliza cinco amostras, cujos sinais são processados para demodular a fase desejada encontra-se na referência [93]. Outra técnica bastante interessante consiste na interferometria com amplitude modulada [94]. E, finalmente, ressalta-se o método de análise do domínio temporal induzido por Jin et alii, que tem faixa dinâmica de demodulação de fase dinâmica que se estende entre 0,3 e 78 rad e, portanto, compete com um dos métodos propostos nesta tese em termos de desempenho [95].

### ***1.4 Detecção de Fase usando Análise Espectral – Levantamento do Estado da Arte***

Antes mesmo da invenção do laser, na década de 1960, já se utilizava a interferometria óptica para medição de microvibração em sólidos. O primeiro trabalho, baseado no comportamento do espectro do sinal detectado (1.4), se deve a Thomas e Warren (1928), que descreveram as aparências apresentadas pelas franjas de interferência formadas entre uma superfície reflexiva em repouso e outra sob vibração com pequena amplitude [96]. Sob frequências moderadas e altas, ocorria o fenômeno de desaparecimento das franjas, o qual pode ser usado para determinar a amplitude do movimento durante procedimentos de calibração. Assim, o método do desaparecimento das figuras consiste basicamente da observação visual das franjas quando se analisa vibrações senoidais acima de aproximadamente 30 Hz. Nestas frequências, devido à ação de integração, o olho humano consegue perceber somente a componente DC da série de Fourier de (1.2), a qual depende da função de Bessel  $J_0(x)$  e dos seus pontos de nulo, de acordo com as amplitudes das vibrações. Quando a amplitude do movimento entre as superfícies do interferômetro aumenta a partir do zero, as franjas tornam-se não-distintas, desaparecem, reaparecem, e assim por diante.

O método do desaparecimento das franjas, que depois passou a ser conhecido como método  $J_0$  nulo, foi aperfeiçoado por Smith, em 1945, para medir deslocamentos entre 104,5 nm e 1,33  $\mu\text{m}$  [97]. Nesta, e em várias experiências realizadas nos anos de 1940, 1950 e

início de 1960, empregou-se como fonte óptica a luz monocromática obtida por filtragem da raia espectral verde de uma lâmpada de mercúrio a baixa pressão ( $\lambda=546,1$  nm). O interferômetro usado foi o de Fizeau, com uma superfície refletora em repouso e outra oscilando, acoplada a um diafragma metálico que vibrava senoidalmente por excitação eletromecânica.

Em 1953, Ziegler empregou este método com um interferômetro de Michelson e  $\lambda=546,1$  nm, para calibrar sensores eletromecânicos (*electromechanical pick-up*) acoplados a acelerômetros piezoelétricos [98]. Operando-se entre 250 e 700 Hz, Ziegler mediu amplitudes de vibração entre 127 e 762 nm.

Em 1955, Edelman et alii aplicaram o método  $J_0$  nulo com um interferômetro de Fizeau para calibrar acelerômetros de titanato de bário [99]. Usando-se as cinco primeiras ordens de desaparecimento de franjas, mediu-se deslocamentos entre 104 e 648,9 nm, para frequências entre 50 e 11000 kHz.

Em 1961, Schmidt et alii propuseram o método de  $J_1$  max, no qual as medições não ficam limitadas a amplitudes discretas e são realizadas eletronicamente com o auxílio de um fotodetector (célula foto-multiplicadora) [100]. Usando-se o interferômetro de Fizeau e  $\lambda=546,1$  nm, os autores conseguiram medir amplitudes de vibração de 7,2 a 440 nm, para frequências entre 500 e 4000 Hz. Embora seja bastante sensível, o método não opera para  $x$  acima de 1,83 rad, quando  $J_1(x)$  atinge o primeiro máximo.

Um grande problema do método do desaparecimento das franjas é que a determinação visual do desaparecimento introduz consideráveis incertezas subjetivas. Assim, em 1962, Schmidt et alii apresentaram uma extensão deste método no qual o nulo era determinado eletronicamente, com uma fotomultiplicadora [101]. Neste caso, utilizou-se o interferômetro de Fizeau, com  $\lambda=546,1$  nm, e a técnica fotométrica modulada em frequência. Com isto, os autores mediram vibrações entre 500 e 30000 Hz, contudo, somente em amplitudes discretas, sendo a menor delas 104,5 nm.

Em 1963, Bowie aplicou o método de desaparecimento de franjas convencional com o interferômetro de Fizeau, no entanto, ao contrário dos trabalhos anteriores, onde eram considerados apenas dois feixes, propôs considerar uma estrutura com múltiplos feixes [102].

Em 1964, Golderg propôs um novo método para medir amplitudes de deslocamento baseado no comportamento da segunda harmônica do sinal detectado [103]. Usando um interferômetro de Fizeau com múltiplos feixes e um fotodetector com elevada largura de

banda, detectou os vários pontos de mínimo desse sinal, cuja forma aguda torna a precisão muito elevada. O método é adequado para a calibração de transdutores, capaz de medir deslocamentos entre 0,25 e 10  $\mu\text{m}$ , em incrementos de 0,25  $\mu\text{m}$ .

Em 1966, surgiu um dos primeiros trabalhos na área utilizando o laser de He-Ne ( $\lambda=0,6328 \mu\text{m}$ ). Deferrari e Andrews aplicaram o método de  $J_1 \text{ max}$  para medir deslocamentos de vibração com um interferômetro de Michelson [104]. Beneficiando-se das vantagens do laser, mediu-se deslocamentos de uma placa de aço inox engastada nas extremidades e excitada mecanicamente por um disco delgado de titanato de bário, na faixa entre 0,1 e 5000  $\text{\AA}$ , para frequências entre 100 Hz e 20 kHz.

Em 1967 foi publicado o artigo clássico de Deferrari et alii, no qual são apresentados os métodos do nulo,  $J_1/J_2$  e  $J_1/J_3$ , em que são comparados entre si e com o método  $J_1 \text{ max}$  [105]. Todos os métodos foram propostos para medir vibrações, abaixo de 6000  $\text{\AA}$ , usando o interferômetro de Michelson. A técnica do nulo só se presta a detecção de vibrações de transdutores onde a relação entre a tensão aplicada e o deslocamento produzido é linear. Por outro lado, os métodos de  $J_1/J_2$  e  $J_1/J_3$  são semelhantes e utilizam a razão de duas componentes espectrais. Os métodos independem de fatores como a eficiência homódina, responsividade do detector e potência do laser, e assim, não demanda uma auto-calibração inicial. Os autores conseguiram medir deslocamentos acima de 55 e 250  $\text{\AA}$  usando-se os métodos de  $J_1/J_2$  e  $J_1/J_3$ , respectivamente. Relativamente ao método de  $J_1 \text{ máx}$  (já discutido) ficou evidenciado ser o mais sensível de todos, conseguindo medir 0,1  $\text{\AA}$ . Finalmente, cita-se que os métodos  $J_1 \text{ max}$ ,  $J_1 \text{ nulo}$ ,  $J_1/J_2$  e  $J_1/J_3$  têm o problema de que a diferença de fase  $\phi_0$  deve ser polarizada (*biased*) em  $0^\circ$  ou  $90^\circ$ , contra grandes derivas imprevisíveis de fase. Além disso, existe a dificuldade em se inverter as funções de Bessel a fim de se determinar as amplitudes de vibração.

Em 1968, Khanna et alii aplicaram o método  $J_1 \text{ max}$  para medir deslocamentos, com vistas para aplicações em estruturas biológicas [106]. Utilizaram um interferômetro de Fizeau ultra-estável e  $\lambda=0,6328 \mu\text{m}$ . O sistema foi estabilizado através de uma rigorosa isolamento mecânica, com a montagem em mesa sísmica e laboratório com isolamento acústica, apresentando-se uma deriva de saída menor que 1 dB ao longo de 20 min. Testes realizados com vibrações em 1 kHz mostraram que o sistema era capaz de detectar amplitudes da ordem de  $3 \times 10^{-2} \text{\AA}$ .

Em 1971, Goldberg aperfeiçoou o método de análise dos pontos de mínimo da componente da 2ª harmônica na saída do interferômetro de Fizeau com múltiplos feixes permitindo-se dobrar a sua resolução [107]. Com isto foram medidos deslocamentos entre 32,49 e 6973 nm com incrementos de 0,137 nm aproximadamente, na frequência de 1 kHz.

Em 1972, Brown et alii aplicaram o método  $J_1/J_3$  em conjunto com uma instrumentação mais moderna (laser de He-Ne, fotodiodo PIN, analisador de espectros), conseguindo medir deslocamentos entre 16 e 40 nm, nas frequências entre 10 e 25 kHz [108]. Aplicações para medição de deformação em experimentos de fricção interna de metais são propostas.

Em 1980, Jackson et alii aplicaram o método de  $J_1$  max para medir deslocamentos produzidos por uma cerâmica piezoelétrica na faixa sub-angstrom e frequências entre 40 a  $10^4$  Hz [109]. As medições foram realizadas com um interferômetro de Michelson ultra-estável usinado em Invar, laser de He-Ne e amplificador *lock-in* acoplado à saída do fotodetector. Para frequências acima de 300 Hz, deslocamentos da ordem de  $10^{-3}$  Å foram detectados (com SNR  $\sim 1$ ), sendo que o mínimo deslocamento detectado foi da ordem de  $10^{-4}$  Å em 5 kHz (limitado pelo ruído *shot*).

Em 1982, Kersey et alii divulgaram uma nova técnica, aplicável a um interferômetro Mach-Zehnder em fibra óptica com polarização preservada [110]. Com o auxílio de lâminas de  $\lambda/4$  foram gerados dois sinais de saída em quadratura de fase. Filtrando-se as componentes fundamentais de cada um deles e combinando-os adequadamente, pode ser gerado um sinal que não dependia de  $\phi_0$  e cuja informação estava no argumento da função  $J_1(x)$ .

Em 1983, Clarck automatizou o método do nulo num interferômetro de Michelson, movendo automaticamente o espelho de referência numa velocidade relativamente baixa (com o auxílio de um pequeno *shaker* eletrodinâmico) [111]. O sistema permitia localizar os primeiros 40 zeros de  $J_1$  e  $J_2$  em apenas 1 minuto. Acelerômetros de quartzo foram calibrados, na faixa de operação entre 200 Hz e 10 kHz, com deslocamentos entre 0,19 e 6,4  $\mu\text{m}$ .

Em 1989, Clarck introduziu um dos primeiros trabalhos a usar medição automática por computador, com aquisição de dados do sinal fotodetectado e cálculo numérico das componentes espectrais através de FFT [112]. Com isto, explorou a faixa de deslocamentos entre 10 nm e 255 nm, para frequências entre 10 Hz e 10 kHz. Movendo-se o espelho de referência à velocidade constante, digitalizou um número suficiente de amostras do sinal e aplicou as técnicas de  $J_2/J_0$ ,  $J_3/J_1$  e  $J_4/J_2$ , de acordo com a magnitude do deslocamento a ser medido.

Também em 1989, Sudarshanam e Srinivasan apresentaram um método simples e confiável para medir deslocamentos de fase dinâmica, denominado de  $J_1...J_4$  [113]. Baseado em relações de recorrência das funções de Bessel, o método permite realizar medições lineares através da análise do espectro (1.4), num interferômetro sem realimentação e sem *phase-bias*. Assim, o método não é afetado por derivas aleatórias de fase  $\phi_0$ , flutuações na intensidade da fonte e variações na visibilidade das franjas. Utilizou-se um interferômetro Mach-Zehnder em fibra óptica cujo sinal de saída foi digitalizado para o cálculo das quatro primeiras componentes do espectro através de FFT. O cálculo do índice de modulação  $x$  é direto e não exige a inversão de funções de Bessel. Segundo os autores, a mínima fase detectável é 0,1 rad, abaixo da qual o efeito de ruído eletrônico torna-se problemático. Entretanto, a faixa dinâmica do método estende-se somente até 3,83 rad, quando o sinal associado a  $J_1(x)$  torna-se negativo. Como se trabalha apenas com as magnitudes das componentes espectrais (positivas), o método é insuficiente para operar com valores elevados de  $x$ .

Por isso, em 1991, Jin et alii aperfeiçoaram o método  $J_1...J_4$ , fazendo o uso da série trigonométrica de Fourier em vez de (1.4), levando-se em conta a fase instantânea do sinal de modulação senoidal e corrigindo-se as discrepâncias do método original [114]. Considerando-se este algoritmo, o método passou a ser denominado “ $J_1...J_4$  Modificado”.

Ainda em 1991, Minoni e Docchio propuseram uma nova versão do método do nulo para as componentes em  $J_1$  e  $J_2$  do sinal detectado, com vistas a medir amplitudes de vibração em transdutores de PZT [115]. Ao contrário de Clark [111], que mediu deslocamentos pequenos a partir de  $J_1$  e os maiores a partir de  $J_2$ , mediu-se as duas componentes simultaneamente, e os zeros foram sendo determinados ora na frequência fundamental ora na frequência dupla à medida que o deslocamento aumentava. Como resultado, mediu-se amplitudes na faixa entre 0,4 e 1,7  $\mu\text{m}$ , na banda de frequência entre 8 e 22 kHz.

Em 1992, Sudarshanam propôs uma nova técnica para medição linear e direta de deslocamento de fase dinâmica, denominada de método  $J_0...J_2$ , em que o mínimo deslocamento de fase detectável – MDPS (*minimum detectable phase shift*) melhora em uma ordem de grandeza [116]. Utilizou-se um interferômetro Mach-Zehnder em fibra óptica, no qual a fase do ramo de referência também foi modulada para produzir uma portadora de fase adicional (em aproximadamente 2 kHz). O ramo sensor foi colado em um filme de PVF<sub>2</sub> (o elemento sob teste), excitado por um sinal senoidal em aproximadamente 400 Hz. Como resultado, conseguiu-se medir um MDPS de 0,01 rad.

Ainda em 1992, Sudarshanam também analisou o efeito do ruído do tipo  $1/f^2$  sobre os métodos  $J_1...J_4$  e  $J_0...J_2$ , obtendo-se valores de MDPS iguais a 0,13 rad e 9 mrad, respectivamente [117].

Em 1993, Sudarshanam e Claus introduziram o método denominado  $J_1...J_4$  genérico, ou então,  $J_1...J_6$ , no qual são consideradas as magnitudes da componente fundamental e das 5 próximas harmônicas para o cálculo do índice de modulação  $x$  [118]. Na realidade, o método é dividido em duas partes complementares: (a) o método  $J_1...J_6$ -neg, com o objetivo de melhorar o MDPS, e, (b) o método  $J_1...J_6$ -pos, para expandir o limite superior da faixa dinâmica.

Em 1994, Sudarshanam e Desu aplicaram o método  $J_1...J_4$  à medição da profundidade de modulação da polarização de um modulador polarimétrico a base de filme de PVDF, para fins de aplicação em elipsômetros [119]. Gráficos da resposta em frequência (1 a 15 kHz) e de linearidade da resposta do transdutor em relação à tensão aplicada foram apresentados.

Em 2000, Lee e Kim apresentaram um interferômetro de Michelson melhorado, com a incorporação de um aparato auxiliar com múltiplas reflexões [120]. Neste sistema, o deslocamento de fase devido ao movimento de um dos espelhos do interferômetro foi aumentado sensivelmente por um fator  $H$ , que depende da quantidade de reflexões,  $N$ . Usando-se o método do  $J_1$  nulo, por exemplo, chega-se a observar até o trigésimo zero da função  $J_1(Hx)$ , aumentando-se a sensibilidade do interferômetro. Trabalhando-se com  $N$  entre 1 e 15, na frequência de 1250 kHz, deslocamentos entre 12,927 e 1609 nm puderam ser medidos.

Ainda em 2000, Ivaschescu generalizou o método  $J_0$  nulo para permitir a medição contínua de deslocamentos (ao contrário do método original, discreto) [121]. Utilizando-se um interferômetro de Michelson com laser de He-Ne, realizou a aquisição de dados do sinal fotodetectado e aplicou um algoritmo para estabelecer o intervalo em que se encontrava a raiz da função  $J_0(x)$ , bem como o valor dessa raiz. Com isso, demodulou sinais com índice de modulação até 32 rad, associados à vibrações (80 Hz) geradas por um transdutor de quartzo. Neste aspecto, este método é competitivo com o que vai ser descrito nesta tese, contudo, o mesmo tem uma desvantagem: a condição  $\phi_0 = 0$  (concordância de fase) deve ser estabelecida ao longo das medições, ou seja, não é imune ao problema do desvanecimento de sinal devido à deriva de  $\phi_0$ .

Em 2007, Marçal et alii aplicaram o método  $J_1...J_4$  à caracterização de um atuador piezoelétrico flexensional projetado pelo método de otimização topológica [122]. Análises

de linearidade do deslocamento em função da tensão externa aplicada e da resposta em frequência (1 a 50 kHz) foram realizadas.

### **1.5. Detecção da Fase Quase-Estática usando Análise Espectral – Levantamento do Estado da Arte**

Embora a literatura apresente uma grande diversidade de métodos de demodulação de sinais interferométricos do tipo (1.3), existem poucas referências usando especificamente a análise espectral.

Em (1.3), o interesse se concentra em variações de fase  $\Delta\phi(t)$  que são transitórias, não-periódicas ou de frequências muito baixas, e assim, relativamente mais difíceis de se medir. Nenhum método de demodulação pós-detecção consegue distinguir entre a fase induzida pelo sinal,  $\Delta\phi(t)$ , e a deriva aleatória,  $\phi_0$ , a menos que o sinal e a deriva estejam em diferentes bandas de frequências.

Em 1982, Cole et alii introduziram o método clássico conhecido como heteródino sintético [123]. Embora se permita detectar  $\Delta\phi(t)$  arbitrários, também possibilita a medição de  $\phi_0$  se nenhum sinal for aplicado ao interferômetro. No arranjo, usou-se um interferômetro de Mach-Zehnder em fibra óptica com uma modulação auxiliar de fase senoidal na frequência  $\omega_a$  de valor elevado (correspondente a 300 kHz). O método é baseado na filtragem passa-banda do espectro do sinal (1.3), extraíndo-se as componentes centradas em torno de  $\omega_a$  e  $2\omega_a$ . Manipulando-se eletronicamente estes sinais, obtém-se um sinal do tipo heteródino, centrado na frequência  $3\omega_a$  e que contém a variação de fase de interesse. Vários filtros passa-banda são necessários, bem como circuitos multiplicadores, divisores de frequência e detectores de FM do tipo PLL, acrescentando complexidade e custo ao circuito.

Ainda em 1982, Green e Cable propuseram uma técnica denominada “recombinação de quadratura” para demodular a fase  $\Delta\phi(t) + \phi_0$  em (1.3), desde que as frequências em  $\Delta\phi(t)$  e  $\phi_0$  sejam alta e baixa, respectivamente [124]. O esquema de demodulação, bastante complexo, envolve um pré-processamento analógico do sinal fotodetectado, a partir das componentes fundamental e 2ª harmônica, a digitalização dos sinais pré-processados e um processamento digital subsequente.

Em 1983, Bohm et alii introduziram um algoritmo para medir  $\Delta\phi(t)$  (bem como  $\phi_0$ ) através de processamento digital de sinais, com vistas a aumentar a faixa dinâmica de um giroscópio em fibra óptica [125]. Os autores propuseram obter a fase a partir da razão entre as componentes fundamental e 2ª harmônica. Contudo,  $x$  deve ser mantido constante, o que foi realizado monitorando-se a razão entre as componentes de 2ª e 4ª harmônicas (para que permanecesse constante) através de um sistema de controle automático. Em 1985, Barlow aplicou o método de Bohm et alii [125] para medir birrefringências em fibras ópticas Lo-Bi [126].

Em 1988, Sasaki e Takahashi propuseram uma nova técnica para demodular sinais do tipo (1.3), a fim de se medir deslocamentos com um interferômetro em fibra óptica [127]. O processamento do sinal fotodetectado foi realizado totalmente em computador e, ao contrário do procedimento convencional, onde se trabalha com a série de Fourier, os autores aplicaram a transformada de Fourier bilateral.

Em 1992, Sudarshanam tornou o método de Bohm et alii [125] linear, auto-consistente e exato [128]. Assim, usando-se as componentes espectrais nas frequências fundamental e 2ª harmônica, pode extrair  $\phi_0$  (no método,  $\Delta\phi(t) = 0$ ). Antes, porém, seria necessário obter o valor de  $x$ , o que foi resolvido com o método  $J_1...J_4$  (o qual é independente de  $\phi_0$ ). Considerando-se um ruído dominante do tipo  $1/f^2$ , estimou-se um deslocamento de fase estática mínimo de 1,025 mrad.

Em 1993, Zhang e Lit aplicaram o método proposto por Barlow [126] para medir deformação mecânica e temperatura, usando sensores polarimétricos em fibra óptica Hi-Bi com polarização preservada [129].

Em 1995, Gronau e Tur aperfeiçoaram o algoritmo de Bohm et alii [125], dispensando a necessidade de um controle em malha-fechada [130]. A fase  $\Delta\phi(t)$  continuava sendo calculada da mesma forma, porém,  $x$  deveria ser mantido constante, monitorando-se a razão entre a fundamental e a 3ª harmônica. No entanto, em vez de usar um sistema de controle analógico, o valor de  $x$  era estimado, e seu valor era usado para calcular um fator de compensação na determinação de  $\Delta\phi(t)$ .

Em 2001, Lo e Chuang descreveram um novo demodulador heteródino sintético, mais simples e barato que o sistema proposto por Cole et alii [123], para ser usado com um interferômetro em fibra óptica do tipo Fabry-Perot [131]. O novo algoritmo baseia-se no sinal de saída do tipo (1.3). Operando as componentes harmônicas usando-se multiplicadores e

filtros, gera-se um par de componentes que podem ser adequadamente combinadas para gerar um sinal heteródino com portadora na frequência  $\omega_a$ . O sinal  $\Delta\phi(t)$  (em conjunto com  $\phi_0$ ) pode ser demodulado com um *lock-in*.

## 1.6. Motivação para o Desenvolvimento da Pesquisa

Piezocerâmicas, como o PZT, podem converter energia da forma elétrica para mecânica (e vice-versa), e assim, quando a tensão de alimentação do PZT varia, as suas dimensões também variam. Contudo, como a deformação da piezocerâmica é muito pequena, esta geralmente não pode ser usada diretamente como um atuador. Torna-se necessária uma amplificação dos deslocamentos.

Assim, os atuadores piezoelétricos freqüentemente empregam mecanismos amplificadores para converter a pequena deformação induzida na piezocerâmica num deslocamento maior de saída, o qual pode ser usado em aplicações práticas. Mecanismos flexíveis do tipo complacente (com a piezocerâmica) são usados regularmente para esta função, com o objetivo de evitar perdas, como ocorre com mecanismos convencionais, usando-se pinos e juntas.

Se forem acoplados a elementos de restrição de movimento, os piezoatuadores podem gerar forças. Isto vem sempre acompanhado por redução no deslocamento. Na geração de força máxima, o deslocamento é nulo. Esta força máxima (*blocked force*) depende diretamente da rigidez da piezocerâmica.

Quando empregados como posicionadores eletromecânicos, os atuadores piezoelétricos têm sido aplicados ao ajuste de espelhos em instrumentos ópticos como lasers e interferômetros, bem como, no posicionamento rigoroso na fabricação de chips semicondutores, cuja precisão é da ordem de 100 nm [132]. Em microscopia de varredura, uma ferramenta freqüentemente usada em biologia, vários atuadores piezoelétricos são aplicados nos seus estágios de translação, permitindo-se áreas de varredura da ordem de vários  $\mu\text{m}^2$  [133]. Em manipulação celular, existe grande número de diferentes tarefas de micro-manipulação, cujos arranjos geralmente consistem de posicionadores lineares que conduzem ferramentas como agulhas ou micro-pipetas. O atuador piezoelétrico é muito adequado para a substituição tanto dos elementos de posicionamento manual (acoplados a sistemas pneumáticos) quanto dos motorizados, melhorando a resolução e reduzindo as dimensões do sistema [134]. Na indústria de discos rígidos (*hard-disk*), o atuador

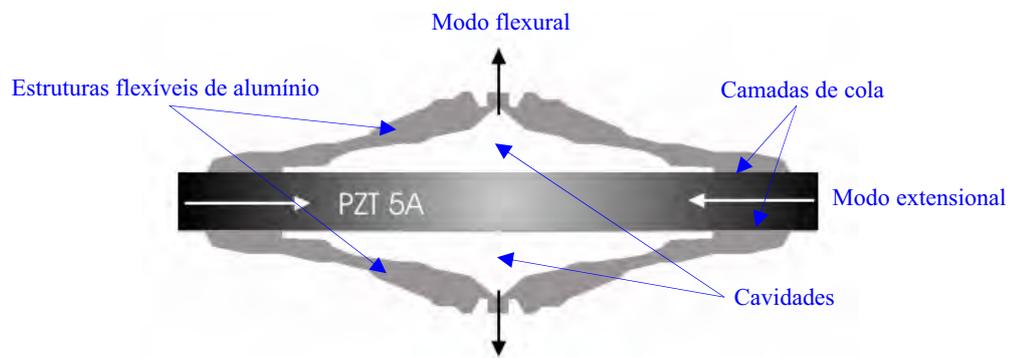
piezoelétrico pode ser aplicado para acionar a montagem de suspensão da cabeça magnética, com a vantagem de possuir uma maior largura de banda em relação à associada aos atuadores eletromagnéticos [135].

Na área de supressão de vibração, a aplicação dos piezoatuadores em estruturas espaciais e veículos militares também constitui uma alternativa promissora. O controle ativo de vibração tem sido usado em várias aplicações estruturais como, por exemplo, para isolar o motor do automóvel do seu chassi, o rotor de um helicóptero de sua fuselagem e motores navais do casco do navio. Classicamente, isto já foi realizado usando-se atuadores de relutância, hidráulicos, eletrodinâmicos, magnetostritivo e com PZT. Porém, Brennan et alii, usando critérios objetivos concluíram que os piezoatuadores constituem a opção mais eficiente [136].

Nesta tese, o principal interesse concentra-se nos piezoatuadores usados essencialmente para produzir deslocamento, e assim, o estudo enfatizará os atuadores de posicionamento (*free displacement*). Um atuador muito eficiente e com mecanismo amplificador complacente, corresponde ao atuador piezoelétrico flexensional – APF, cujas primeiras versões foram desenvolvidas no final dos anos 1960 [137].

Um APF é capaz de apresentar tempo de resposta inferior a 1 ms, e não tem problema de desgaste uma vez que seu deslocamento é baseado na dinâmica de estado sólido. Em operações estáticas, absorve energia somente durante o movimento, e assim, mesmo diante de cargas elevadas, não consome potência.

O projeto dos APF's é muito complexo e foge aos objetivos desta tese. Por isto, os APF's utilizados foram projetados e construídos pelo Grupo de Sensores e Atuadores da Escola Politécnica da USP (EPUSP), utilizando o método de otimização topológica [138]. Os protótipos contêm estruturas flexíveis manufaturadas em alumínio, que são coladas a piezocerâmicas (PZT-5A) retangulares. Um exemplo destes APF's encontra-se desenhado na Fig. 1.1.



**Figura 1.1 – Atuador Piezoelétrico Flexensional.**

Em trabalhos futuros a serem desenvolvidos na FEIS-UNESP, pretende-se utilizar o APF como elemento ativo para estabilizar um interferômetro homódino, movimentando o espelho no ramo de referência. Com tal sistema, será possível executar a demodulação de fase diferencial com forma de onda arbitrária. Antes porém, é necessário caracterizar o APF em termos de linearidade do deslocamento gerado em relação à tensão externa aplicada, da resposta em frequência, do fator de amplificação, etc.

Como os deslocamentos de espelho necessários para estabilizar um interferômetro ativo variam entre nanômetros e micrometros, percebe-se que é natural utilizar justamente a interferometria para executar esta caracterização. Para esta tarefa, contudo, empregar-se-á um interferômetro passivo, sendo o APF excitado por tensão elétrica senoidal, com amplitudes e frequências conhecidas.

Como um APF, operando em sua faixa dinâmica de deslocamento, constitui um sistema linear invariante no tempo, sua resposta em frequência pode ser obtida através da razão entre a amplitude do deslocamento senoidal de saída e a amplitude da tensão senoidal de entrada, ao longo da banda de frequências de interesse. Assim, um processo de demodulação de variação de fase dinâmica, mensurada por um interferômetro passivo, é suficiente para realizar a caracterização do APF.

### **1.7. Metodologia Utilizada na Caracterização do APF**

Um grande número de dispositivos pode ser usado para medir deslocamentos micrométricos, tais como aqueles envolvendo fenômenos magnetostritivo, eletrostritivo, piezoelétrico e expansão térmica [139]. Estes incluem dispositivos empregando sistemas mecânicos e ópticos: variações de capacitância, *strain-gauges* e interferômetros. Dentre estes métodos, apenas o interferômetro não necessita de calibração por comparação com um padrão de deslocamento ou o uso de escalas previamente calibradas.

Numa calibração comparativa (secundária), a sensibilidade (fator de calibração) de um transdutor é determinada por comparação direta com um transdutor padrão de referência. A sensibilidade deste último deve ser conhecida, sendo recomendável que tenha sido calibrado por um método primário.

Na calibração absoluta (ou primária) a sensibilidade do transdutor é determinada por medições das grandezas de interesse com base nas unidades fundamentais e derivadas do Sistema Internacional de Unidades (SI). Sistemas de calibração por interferometria, na qual a

grandeza é determinada em relação ao comprimento de onda ( $\lambda$ ) ou a frequência ( $f = 1/T$ ) [logo, as unidades básicas do SI (comprimento e tempo)], estão incluídos nesta categoria.

De fato, a interferometria proporciona uma referência direta a um padrão altamente estável, a saber, as transições de energia no átomo. A luz emitida pelos átomos é característica de níveis de energia particulares, e é constituída por uma série de bandas ou linhas de frequências bem definidas. Por exemplo, a radiação emitida pelo laser de He-Ne, correspondente ao comprimento de onda  $\lambda=0,6328 \mu\text{m}$ , está associada à transição  $3s_2 \rightarrow 2p_4$  do átomo de Ne. Assim, a determinação do deslocamento,  $\Delta l_s$ , é estabelecida por comparação com o comprimento de onda do laser utilizado,  $\lambda$ . Com isso, se o índice de modulação de fase for conhecido ( $x$ ), então, o deslocamento será uma fração ( $x/4\pi$ ) do comprimento de onda, isto é,  $\Delta l_s = (x/4\pi)\lambda$ .

Portanto, nesta tese, utilizar-se-á a interferometria óptica para caracterizar o APF, onde o padrão de referência será o comprimento de onda do laser de He-Ne. A fim de reduzir o custo e simplificar a montagem óptica, optou-se por usar um interferômetro de Michelson convencional, em óptica volumétrica. Para executar a demodulação do índice de modulação de fase  $x$ , foi eleita a metodologia de análise do espectro do sinal fotodetectado, uma classe genérica de esquemas de detecção passiva que é particularmente adequada para o estudo de vibrações harmônicas.

Usando interferometria óptica e análise do espectro fotodetectado, na caracterização do APF, necessita-se de um esquema de demodulação de fase que seja robusto, possua ampla faixa dinâmica, larga resposta em frequência, seja linear e permita o cálculo direto de  $x$ , independentemente do desvanecimento do sinal, de variações na intensidade da fonte óptica, na visibilidade das franjas e do valor da responsividade do fotodiodo. Embora técnicas como  $J_1 \dots J_4$ ,  $J_0 \dots J_2$  e  $J_1 \dots J_6$  exibam muitas dessas características, não têm faixas dinâmicas suficientes. Além disso, como será mostrado no Capítulo 3, possuem singularidades devido ao desvanecimento de sinal, que dificultam uma implementação para operação contínua no tempo.

De face a estes problemas, propôs-se investigar e implementar novos métodos para detectar  $x$ , o qual passou a constituir a meta principal desta tese. Assim, procedimentos de aquisição do sinal e algoritmos para o processamento digital dos dados amostrados foram desenvolvidos. Para avaliar se o código de programação foi corretamente inserido no computador, um ambiente gráfico da simulação para análise dinâmica dos métodos foi implementado, simulando-se tanto os sinais quanto a deriva de  $\phi_0$  e o ruído eletrônico. Com

isso, haveria garantia de que se a rotina de programação demonstrasse sucesso na simulação, então, também seria eficiente para o caso prático no laboratório. Submeteram-se os novos métodos a um teste definitivo de validação, procedendo-se a demodulação do retardo de fase de um modulador eletro-óptico a base de célula Pockels, cujo modelamento matemático tem solução fechada, baseando-se somente na teoria eletromagnética. Finalmente os métodos propostos foram aplicados na caracterização de um APF.

## **1.8 Objetivo da Tese**

O objetivo desta tese é o desenvolvimento de métodos de análise espectral para uso em sistemas interferométricos homódinos passivos, que tenham ampla faixa dinâmica para que sejam aplicados na caracterização de APFs. Pretende-se que estes métodos possam ser implementados para operação contínua no tempo, e que a fase  $\phi_0(t)$  também possa ser monitorada durante os testes com o APF.

## **1.9 Organização da Tese**

Visando cumprir o objetivo proposto, o texto foi dividido em 9 Capítulos, incluindo-se esta introdução.

No Capítulo 2 descrevem-se os atuadores piezoelétricos flexensionais (APF's), direcionando-se o texto para o APF f1b0820, que será o atuador a ser caracterizado nesta tese. O efeito piezoelétrico é discutido de forma sucinta, assim como algumas características da piezocerâmica PZT-5A empregada no f1b0820. Noções básicas sobre o projeto de APFs pelo método de otimização topológica (utilizado no projeto do f1b0820) também são apresentadas.

No Capítulo 3, conceitos fundamentais de interferometria óptica de dois feixes serão apresentados, direcionados para os interferômetros de Mach-Zehnder e Michelson, por exemplos. O ruído na fotodetecção e no condicionamento de sinais também é assunto deste capítulo, destacando-se o condicionamento usando um amplificador de transimpedância típico. Nas seções finais são realizadas análises do sinal fotodetectado quando o interferômetro está sob excitação senoidal. Simulações são realizadas considerando as conseqüências do desvanecimento de sinal devido à deriva de fase  $\phi_0$  e de um fator de ruído aditivo no espectro de magnitude da tensão fotodetectada.

Os métodos espectrais clássicos de demodulação de fase óptica, denominados  $J_1...J_4$ ,  $J_1...J_6$ -neg,  $J_1...J_6$ -pos e  $J_0...J_2$ , são explanados no Capítulo 4. Análises considerando ruído  $1/f^2$ , ruído branco e desvanecimento de sinal são efetuadas. Os resultados de simulações, realizadas para cada um dos métodos analisados, evidenciarão suas limitações. Um método espectral que permite quantificar a fase  $\phi_0$ , mesmo quando esta varia no tempo, também será apresentado no final do capítulo.

Um conjunto de novos métodos espectrais para a solução de limitações inerentes aos métodos clássicos estudados será apresentado no Capítulo 5. Adianta-se que, tanto os métodos clássicos, como os novos métodos propostos, utilizam a mesma configuração interferométrica simples. As diferenças estarão nas equações utilizadas nos cálculos e nos algoritmos associados aos métodos propostos. Uma nova equação para o monitoramento de  $\phi_0$  também será proposta. Para cada novo método proposto, resultados de simulações com ruído e considerando a influência de  $\phi_0$  variável, serão mostrados e discutidos, tornando evidentes as vantagens dos novos métodos em relação aos clássicos.

No Capítulo 6, um modelo (*software*) desenvolvido no Simulink, composto de vários subsistemas, será mostrado. Os métodos espectrais clássicos explanados no Capítulo 4 e os novos métodos, propostos no Capítulo 5, estarão implementados neste modelo. Discute-se a geração do sinal (interferométrico) modulado em fase, sua análise (janelamento temporal e cálculo usando uma FFT ou algoritmo de Goertzel), a identificação da magnitude das harmônicas e o processamento envolvido na correção de seus sinais algébricos. Vários resultados de simulações dinâmicas comparando-se os novos métodos e os métodos clássicos são apresentados e discutidos. O desenvolvimento deste capítulo visa uma futura implementação dos novos métodos em placas de DSPs; no entanto, os resultados servem essencialmente para validar os novos métodos também nesta plataforma de desenvolvimento e simulação dinâmica, que muito se aproxima da realidade prática, como será mostrado nos testes experimentais, nos Capítulos 7 e 8.

A validação experimental dos novos métodos espectrais  $J_1/J_3A$ ,  $J_1...J_3$  e  $J_m/J_{m+2}$  é assunto do Capítulo 7. Inicialmente descrever-se-á o sensor óptico de tensão (SOT) empregado nos experimentos. O modelamento matemático para o SOT será apresentado. Posteriormente, no texto, seguem-se resultados de vários experimentos efetuados com o SOT, incluindo-se formas de onda temporais e espectros de sinal e de ruído, bem como medições de tensão elétrica externa (ou, do índice de modulação  $x$ ) e da fase  $\phi_0$  (realizadas pelo uso dos métodos espectrais,

tanto os propostos, quanto os clássicos). Os resultados são comparados, evidenciando-se as principais vantagens dos novos métodos concebidos nesta tese. O valor da tensão de meia onda ( $V_{\pi}$ ) da célula Pockels utilizada no SOT será calculado teoricamente e através dos experimentos usando-se os métodos espectrais. Os resultados serão então comparados, o que permitirá validar experimentalmente o comportamento dos métodos ópticos.

A aplicação proposta nesta tese, de grande relevância, por tratar-se da caracterização de APF's inéditos projetados recentemente, é o assunto do Capítulo 8, onde se descreve a configuração experimental elaborada para os testes do APF f1b0820, incluindo-se um interferômetro de Michelson, circuitos auxiliares (cita-se, como exemplo, um amplificador de transimpedância, utilizado na amplificação do sinal fotodetectado) e o sistema de aquisição de dados para processamento digital do sinal fotodetectado. Descreve-se, na seqüência do texto, os procedimentos realizados para a análise de linearidade e resposta em frequência do APF, e da amplificação proporcionada pela sua estrutura metálica flexível. Janelas do sinal temporal fotodetectado e seus respectivos espectros de magnitude são mostrados e discutidos. Procedese a caracterização experimental do APF, usando-se os métodos espectrais. Os resultados obtidos pelo emprego dos novos métodos são comparados com aqueles resultantes da aplicação dos métodos clássicos, o que permitirá avaliar o comportamento de todos os métodos espectrais estudados nesta tese. Medições de vibração da superfície do APF são realizadas desde alguns angstroms até a escala micrométrica.

As conclusões finais e algumas perspectivas futuras serão assuntos do Capítulo 9.

# CAPÍTULO 2

## ATUADORES PIEZOELÉTRICOS FLEXTENSIONAIS

Na montagem de transdutores piezoelétricos são utilizados materiais piezoelétricos e não piezoelétricos, combinados de forma a produzir uma vibração mecânica com grande faixa dinâmica de deslocamento e/ou força. Neste capítulo são descritas as características gerais da piezocerâmica PZT-5A e do atuador piezoelétrico flextensional (APF) usado nesta tese. Informações sobre o projeto e manufatura da estrutura flexível vinculada ao APF são apresentadas.

### 2.1 – Efeito Piezoelétrico

Um meio material quando sofre deformações está sujeito a forças atuando em seus átomos. Essas forças elásticas tendem a restaurar a posição de equilíbrio desses átomos. O comportamento microscópico de tais corpos é explicado pela teoria da elasticidade.

Considerando-se o caso de meios contínuos, a relação entre deformação (*strain*) e tensão (*stress*) mecânicas é fornecida pela Lei de Hooke [140]:

$$T_{ij} = c_{ijkl} S_{kl}, \text{ para } i, j, k, l = 1, 2, 3 \quad (2.1)$$

ou sua relação inversa:

$$S_{ij} = s_{ijkl} T_{kl}, \text{ para } i, j, k, l = 1, 2, 3 \quad (2.2)$$

sendo  $S_{ij}$  e  $T_{ij}$  os tensores de 2ª ordem correspondentes à deformação e à tensão mecânicas, respectivamente, enquanto que  $c_{ijkl}$  e  $s_{ijkl}$  são tensores de 4ª ordem correspondentes às constantes elásticas de rigidez e flexibilidade do material, respectivamente.

A deformação mecânica está relacionada com a variação do comprimento do corpo numa dada direção, e a tensão mecânica, com a força por unidade de área aplicada ao sólido. A rigidez se relaciona com a força necessária para produzir uma unidade de deslocamento numa direção. A flexibilidade é a recíproca da rigidez. Então, (2.1) estabelece que se o corpo

possui uma elevada rigidez, a deformação será pequena, enquanto (2.2) indica que se a flexibilidade for alta, a deformação será grande.

Os tensores  $c_{ijkl}$  e  $s_{ijkl}$  podem ser representados na forma de matrizes, no caso, com ordens  $9 \times 9$  [141]. No entanto, usando-se a notação de índices reduzidos, no qual se associa (11)  $\rightarrow$  1, (22)  $\rightarrow$  2, (33)  $\rightarrow$  3, (23)  $\rightarrow$  4, (13)  $\rightarrow$  5 e (12)  $\rightarrow$  6, essas ordens caem para  $6 \times 6$ . Assim, associando-se  $(ij) \rightarrow m$  e  $(kl) \rightarrow n$ , e, no caso de materiais isotrópicos,  $c_{ijkl} = c_{mn}$  é dada por [140]:

$$[c_{mn}] = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{12} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{bmatrix}, \quad (2.3)$$

sendo  $c_{44} = (c_{11} + c_{12})/2$ . Ou seja, a matriz é bastante esparsa e com apenas dois coeficientes independentes. A matriz associada a  $s_{ijkl}$  tem forma similar.

Contudo, (2.1) ou (2.2) não descrevem completamente o caso dos materiais piezoelétricos. Formalmente, a piezoeletricidade acopla a deformação e tensão mecânicas com os campos elétrico ( $E$ ) e de deslocamento elétrico ( $D$ ) [142]. O efeito piezoelétrico direto estabelece que seja gerado um deslocamento elétrico quando se aplica uma tensão mecânica ou um campo elétrico sobre o corpo:

$$D_i = d_{ikl} T_{kl} + \varepsilon_{kl}^T E_k, \quad \text{para } i, k, l = 1, 2, 3 \quad (2.4)$$

sendo que  $\varepsilon_{kl}^T$  é o tensor permissividade dielétrica (2ª ordem) e  $d_{ikl}$  é o tensor das constantes piezoelétricas tensão mecânica/campo elétrico (3ª ordem). O sobrescrito  $T$  informa que a grandeza deve ser mensurada na condição de tensão mecânica constante ou nula.

Para uma piezocerâmica como o PZT (titanato zirconato de chumbo), tem-se que [143]:

$$[\varepsilon_{ij}^T] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}, \quad (2.5)$$

enquanto

$$[d_{ml}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

em que foi utilizada a notação de índices reduzidos  $d_{ikl} \rightarrow d_{ml}$ .

Por outro lado, o efeito piezoelétrico inverso estabelece que o material sofre tensão mecânica tanto devido à deformação mecânica quanto ao deslocamento/campo elétrico [142]:

$$T_{ij} = c_{ijkl}^D S_{kl} - h_{kij} D_k, \quad \text{para } i, j, k, l = 1, 2, 3 \quad (2.7)$$

ou, sua relação inversa

$$S_{ij} = s_{ijkl}^E T_{kl} + d_{kij} E_k, \quad \text{para } i, j, k, l = 1, 2, 3 \quad (2.8)$$

sendo  $h_{kij}$  o tensor das constantes piezoelétricas campo elétrico/tensão mecânica (3ª ordem).

Os sobrescritos  $D$  e  $E$  informam que as grandezas devem ser mensuradas sob condição de deslocamento elétrico e campo elétrico constantes ou nulos, respectivamente. A matriz associada a  $h_{kij} = h_{mj}$  tem forma similar a (2.6).

O PZT pertence a uma família de materiais piezoelétricos sintéticos, que proporciona elevada eficiência de conversão eletro-mecânica. Trata-se de uma cerâmica em estrutura multicristalina cujos domínios microscópicos precisam ser alinhados através da técnica de polarização (*poling*) [144]. Com isto, fica estabelecida uma direção de alinhamento dos domínios, denominada de eixo de polarização do material. Adotando-se a convenção de eixos geométricos  $x \rightarrow (1)$ ,  $y \rightarrow (2)$  e  $z \rightarrow (3)$ , então, (2.6) foi estabelecida considerando-se que o eixo de polarização é paralelo à direção (3).

Nesta tese o principal interesse é o efeito piezoelétrico inverso. Assim por exemplo, se uma piezocerâmica retangular de PZT estiver livre de tensão mecânica externa, tem-se que  $T_{kl} = 0$  em (2.8), e então, pode se deformar sem restrições, tal que:

$$S_{ij} = d_{kij} E_k, \quad \text{para } i, j, k = 1, 2, 3. \quad (2.9)$$

Se, além disso, for aplicado um campo elétrico na mesma direção do eixo de polarização,  $E_3$ , então, (2.9) conduz a (usando a notação de índices repetidos) [145]:

$$S_1 = \frac{\Delta L_1}{L_1} = d_{31} E_3, \quad (2.10-a)$$

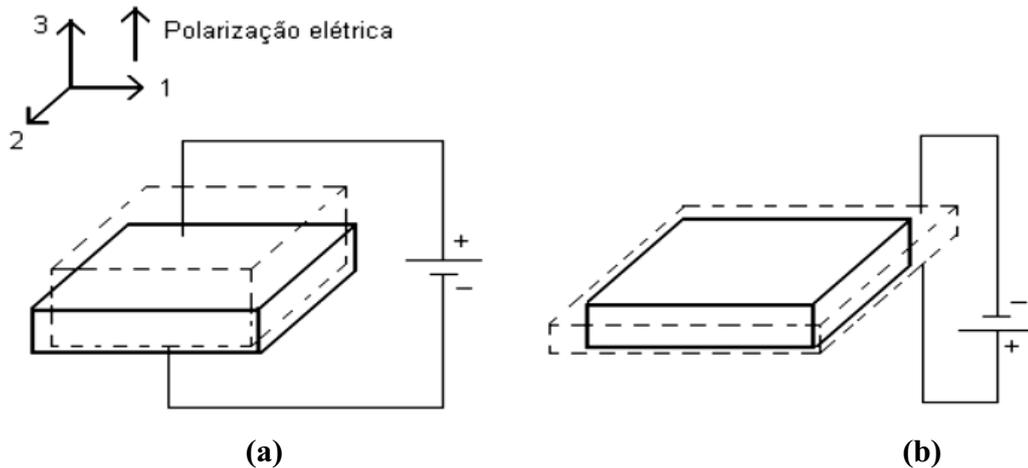
$$S_2 = \frac{\Delta L_2}{L_2} = d_{31} E_3, \quad (2.10-b)$$

$$S_3 = \frac{\Delta L_3}{L_3} = d_{33} E_3, \quad (2.10-c)$$

e que não há rotação na estrutura do PZT, pois segue que:

$$S_4 = S_5 = S_6 = 0, \quad (2.10-d)$$

sendo  $\Delta L_1$ ,  $\Delta L_2$  e  $\Delta L_3$  [m] as variações de comprimento do PZT nas direções 1, 2 e 3, respectivamente,  $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_3$  [m], são as dimensões do PZT na ausência de campo elétrico. Esta situação encontra-se desenhada na Fig. 2.1, para campos elétricos  $E_3$  positivos e negativos. Especificamente para a piezocerâmica PZT-5A, a literatura informa que  $d_{31} = -171$  pm/V e  $d_{33} = 374$  pm/V [146]. Embora, adverte-se, que grandes discrepâncias com valores experimentais podem ser obtidas.



**Figura 2.1** - Piezocerâmica retangular polarizada pela aplicação de um campo elétrico na direção da polarização elétrica do material (direção 3). (a) campo e polarização elétrica no mesmo sentido. (b) campo e polarização elétrica em sentidos contrários.

No modo de expansão da espessura da piezocerâmica (*thickness expander*), descrito por (2.10-c), a deformação ocorre na mesma direção do campo elétrico e do eixo de polarização, e depende da constante de proporcionalidade  $d_{33}$ . À medida que  $E_3$  aumenta (ou diminui)  $S_3$  aumenta (ou diminui) na mesma proporção, ocorrendo o mesmo quando ocorre inversão de sinal.

No modo de expansão do comprimento da piezocerâmica (*length expander*), descrito por (2.10-a) e (2.10-b), as deformações ocorrem nas direções 1 e 2 devido ao campo aplicado na direção 3. O coeficiente  $d_{31}$  tem valor negativo, indicando que um aumento de  $E_3$  implica em diminuição de  $S_1$  e  $S_2$  e vice-versa.

## 2.2 Resposta em Frequência da Piezocerâmica

Todo elemento piezoelétrico apresenta frequências de ressonâncias, fundamental ou superiores, nas quais o meio tende a vibrar com amplitudes mais elevadas do que vibraria em outras frequências. Essas ressonâncias ocorrem quando as frequências da tensão de excitação são tais que se acomodam múltiplos de  $\lambda_{ac}/2$ , sendo  $\lambda_{ac}$  o comprimento de onda acústico, ao longo da direção transversal ou de espessura da amostra. As frequências onde o deslocamento da piezocerâmica é máximo são aquelas onde sua impedância elétrica de entrada é mínima, ou seja, onde sua admitância elétrica é máxima.

A análise da piezocerâmica objetivando estudar sua impedância elétrica pode ser realizada utilizando, por exemplo, o modelo de Mason, baseado em circuitos elétricos equivalentes [147]. Por outro lado, uma avaliação experimental dinâmica pode ser executada com o auxílio de um analisador de impedâncias vetorial. Contudo, como a curva de resposta em frequência do dispositivo em termos de admitância elétrica é mais simples de se interpretar, costuma-se proceder à aquisição dos dados de impedância e invertê-los no computador. Na Fig. 2.2 ilustra-se a curva de resposta em frequência da admitância elétrica de entrada da piezocerâmica utilizada nesta tese (PZT-5A, *American Piezoceramics*, 30 mm × 14 mm × 3 mm, nas direções 1, 2 e 3, respectivamente) [143].

Na Fig. 2.2 também são apresentados os resultados obtidos por simulação por [122], [143]. Em particular, evidenciam-se os pontos de ressonância e antirressonância, em 46 e 48 kHz, respectivamente. Caso não houvesse ressonâncias nesta banda de frequências, o gráfico de magnitude da admitância seria linear, passando pela origem, e, o de fase, seria constante, em 90° [147].

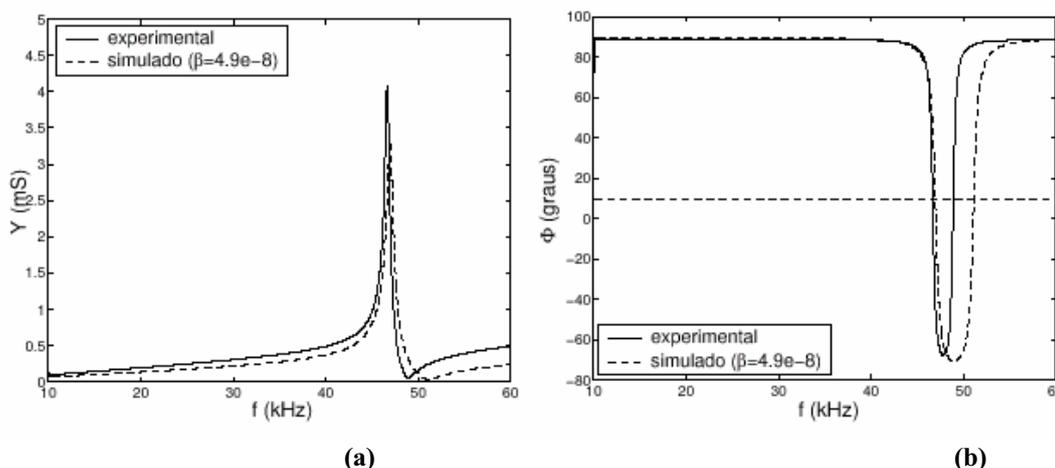


Figura 2.2 - Curvas de admitância elétrica medidas com o analisador de impedâncias (—) e calculadas usando o ANSYS (---) [122], [143]. (a) Magnitude em função da frequência. (b) Fase em função da frequência.

### 2.3 Medição dos Coeficientes Piezoelétricos $d_{33}$ e $d_{31}$

Uma cerâmica piezoelétrica tem seu comportamento influenciado pelas constantes dielétricas, constantes piezoelétricas e constantes de rigidez mecânica do material. Os valores dessas constantes são fornecidos pelos fabricantes, contudo, como já foi citado anteriormente, podem apresentar uma discrepância de até 20%. Por isso, é importante estabelecer procedimentos experimentais para medir o valor verdadeiro dessas constantes.

No caso da piezocerâmica PZT-5A usada nesta tese, foram medidos, em outro trabalho, os valores das constantes piezoelétricas  $d_{33}$  e  $d_{31}$  [122]. Aplicando-se uma forma de onda de tensão triangular, com valor de pico igual a 200 V e frequência igual a 1 Hz, levantou-se o gráfico mostrado na Fig. 2.3, com o auxílio de um sensor reflexivo em fibra óptica do tipo MTI-2000 *fotonic sensor*<sup>TM</sup> (MTI – 2020R). O deslocamento mensurado na direção 1 está relacionado a  $d_{31}$ , enquanto o deslocamento na direção 3, a  $d_{33}$ .

Baseados nos resultados da Fig. 2.3 e nas dimensões da piezocerâmica PZT-5A utilizada, Marçal et alii [122] mediram os seguintes valores:  $d_{33} = 287$  pm/V e  $d_{31} = -133$  pm/V, cujos valores são bem diferentes dos fornecidos na literatura [146]. Os valores destes coeficientes serão empregados no Capítulo 8 para estabelecer os fatores de amplificação do APF.

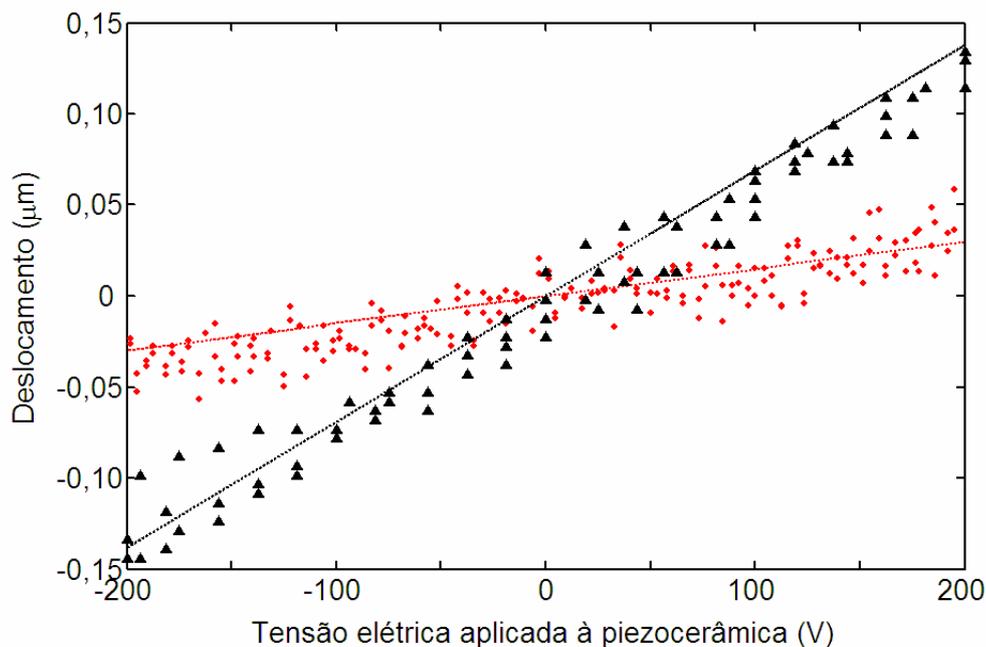


Figura 2.3 – Deslocamentos  $\Delta L_3$  (relacionado a  $d_{33}$ ) e  $\Delta L_1$  (relacionado a  $d_{31}$ ), obtidos em análise quase-estática efetuada experimentalmente usando o sensor MTI-2000 e por simulação usando o ANSYS:  $\blacktriangle$   $\Delta L_1$  experimental, ---  $\Delta L_1$  simulado,  $\bullet$   $\Delta L_3$  experimental e ---  $\Delta L_3$  simulado [122].

## 2.4. Atuadores Piezoelétricos Flexensionais

Um atuador piezoelétrico flexensional (APF) pode ser definido como uma estrutura composta de uma piezocerâmica (ou uma pilha de piezocerâmicas) conectada à uma estrutura flexível que amplifica e altera a direção do deslocamento gerado na piezocerâmica [148]. Dois exemplos são os atuadores *moonie* e *cymbals* [149]-[151], que consistem de piezocerâmicas de PZT fixadas a estruturas metálicas no plano 1-2, como ilustrado na Fig. 2.4. As setas duplas informam que as estruturas metálicas amplificam e mudam a direção do deslocamento gerado pela piezocerâmica.

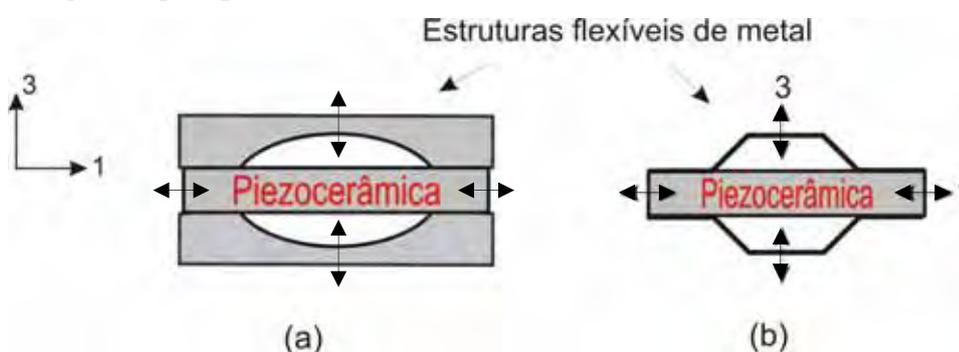


Figura 2.4 – Atuadores piezoelétricos flexensionais: (a) *moonie*. (b) *cymbals*.

Os APF's têm diversas aplicações, incluindo sistemas de micro ou nanoposicionamento, cujas vantagens em relação a sistemas convencionais incluem elevada resolução, geração de forças de até centenas de newtons, rápida expansão, imunidade a campos magnéticos, consumo de potência reduzido e durabilidade. Informações gerais sobre as várias aplicações e o estado da arte dos atuadores piezoelétricos podem ser encontradas em [152] e [153].

Nos trabalhos desenvolvidos no Laboratório de Optoeletrônica da FEIS-UNESP há um interesse particular em posicionadores de deslocamentos da ordem de micro/nanômetros para aplicações em fotônica e óptica, tais como sistemas de varredura e posicionadores de espelhos e ajuste fino de feixes de *laser* em sistemas ópticos. Conforme foi mencionado no Capítulo 1, o projeto e implementação do APF usado na tese foram executados pelo Grupo de Sensores e Atuadores da EPUSP, através da técnica de otimização topológica, utilizando elementos finitos e o software ANSYS.

O projeto de um APF leva em consideração a amplificação no deslocamento, proporcionada pela estrutura metálica, e a força produzida na direção do deslocamento, parâmetros que podem ser otimizados se a estrutura for projetada para se obter flexibilidade e

rigidez. Nesta tese, o APF utilizado foi projetado para aplicações em baixas frequências (na faixa de Hz a poucos kHz), para ser utilizado como posicionador. No Capítulo 8, pretende-se estabelecer a largura de banda do APF, bem como, detectar as novas frequências de ressonâncias introduzidas pela estrutura flexível.

Análises numéricas utilizando o software ANSYS permitem uma modelagem dos dispositivos levando-se em consideração todos os componentes mecânicos da estrutura, como a piezocerâmica, adesivos, formas de excitação, pontos de engaste, etc. As relações (2.4), (2.7) e (2.8) são consideradas relações constitutivas da elasticidade, as quais, em conjunto com a 2ª lei de Newton, permitem obter uma equação do movimento (ou equação de equilíbrio), que pode ser resolvida pelo ANSYS [143].

O ANSYS resolve as equações do equilíbrio para meios piezoelétricos e não-piezoelétricos. Devem ser fornecidos os valores das constantes das relações constitutivas e as condições de contorno da estrutura. As simulações podem ser realizadas em duas ou três dimensões, com um custo computacional sensivelmente maior no último caso. Por isso, os modelos bidimensionais são preferidos, desde que a simetria da estrutura o permita.

## **2.5 Noções Gerais sobre o Projeto dos APF's**

APF's foram desenvolvidos no passado usando modelos analíticos complementados por observações experimentais, no caso de estruturas mais simples [149] - [150], ou, o método de elementos finitos (MEF), no caso de estruturas mais complexas. Normalmente, a escolha da topologia era baseada na intuição física do problema.

Recentemente, novos modelos de APF's foram desenvolvidos usando a técnica de otimização topológica, um método de projeto computacional que combina algoritmos de otimização e o MEF para encontrar uma topologia ótima das partes mecânicas [138], [154]. A topologia do APF é obtida através da busca pela distribuição ótima de duas fases (material e nulo) no domínio de projeto, adotando que as propriedades das fases podem variar de uma para outra, proporcionalmente a certo parâmetro, que é a variável de projeto no problema. O desempenho do APF depende da distribuição de rigidez e flexibilidade na estrutura de acoplamento que é colada à piezocerâmica, a qual está relacionada com a topologia da estrutura de acoplamento. Portanto, o objeto de estudo de um APF usando otimização topológica é projetar uma estrutura flexível acoplada à piezocerâmica, que maximiza o deslocamento de saída e a força generativa numa direção específica. Uma solução de

compromisso é buscada, uma vez que grandes deslocamentos de saída são obtidos quando a flexibilidade da estrutura é aumentada, enquanto que, uma grande força generativa demanda um aumento na rigidez da estrutura. A principal vantagem deste método é que permite encontrar novos interstícios na estrutura de acoplamento, levando à redução de peso do APF [148].

A Fig. 2.5 ilustra o procedimento de otimização topológica para projetar um APF. Primeiro, um domínio de projeto inicial é definido, o qual é limitado pelas condições de contorno, tais como, regiões onde há restrição e cargas aplicadas (Fig. 2.5-a). Este domínio é discretizado usando elementos finitos, constituindo entrada para o software de otimização topológica (Fig. 2.5-b). O objetivo da otimização topológica é determinar os interstícios e conectividades da estrutura pela adição e remoção de material no domínio fixo estendido (Fig. 2.5-c). O domínio de modelo de elementos finitos não é alterado durante o processo de otimização. O software fornece como resultado uma distribuição de material no domínio de projeto, o qual deve ser interpretado (Fig. 2.5-d), verificado (Fig. 2.5-e) e manufaturado (Fig. 2.5-f). Alterando-se as topologias da estrutura de acoplamento, novos projetos de APF's são obtidos com melhor desempenho, para diferentes aplicações, como mostra as duas estruturas (projetadas com a mesma piezocerâmica) na Fig. 2.6 [148]. A Fig. 2.7 mostra diferentes protótipos manufaturados, usando algumas topologias de estruturas que podem ser utilizadas em APF's [143]. Cada um destes APF's foi projetado para possuir um deslocamento máximo num determinado ponto sobre sua superfície.

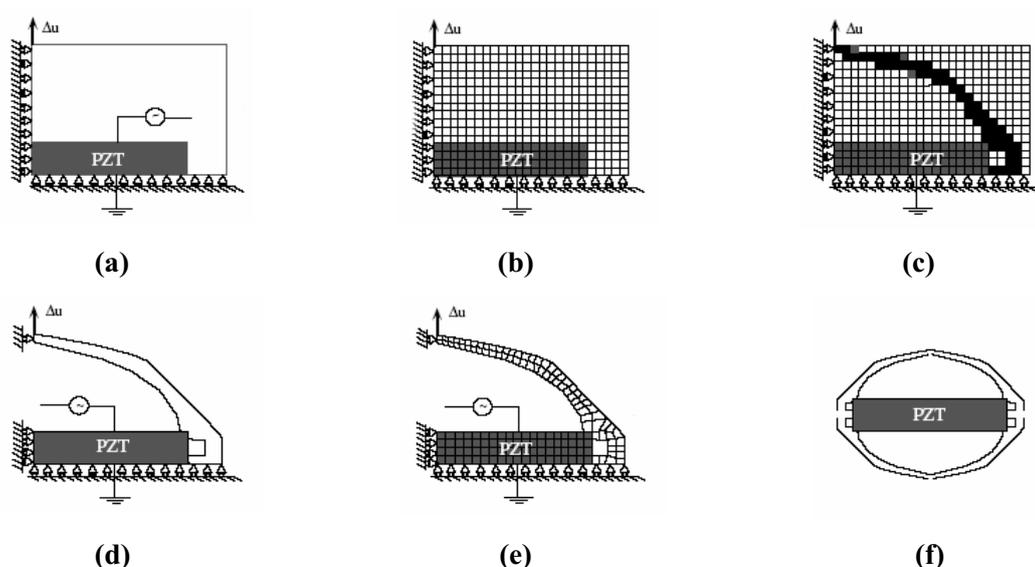


Figura 2.5 - Processo de otimização topológica [155]. a) Domínio inicial. b) Domínio discretizado. c) Topologia obtida. d) Interpretação. e) Verificação. f) Fabricação.

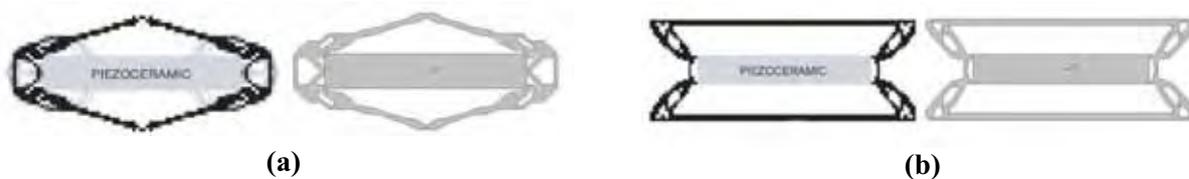


Figura 2.6 - Resultados de otimização topológica e a interpretação correspondente [155]. a) Deslocamento máximo no centro do encapsulamento metálico. b) Deslocamento máximo na extremidade do encapsulamento.

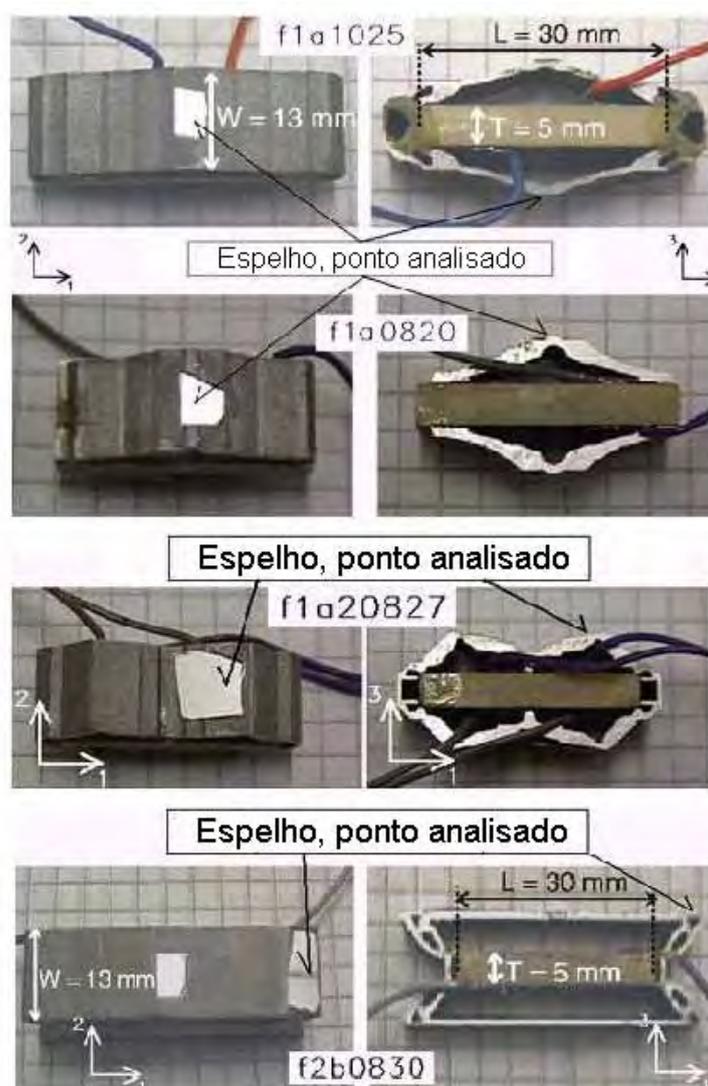


Figura 2.7 – Piezoatuadores flexensionais com diferentes topologias, dependendo do ponto em que se deseja amplificar a vibração [143].

## 2.6 O APF f1b0820

Neste trabalho, um protótipo baseado num modelo recente de APF foi analisado. Trata-se do f1b0820, nomenclatura usada para designar este atuador, desenvolvido pelo Grupo de Sensores e Atuadores da EPUSP. A estrutura básica do f1b0820 está ilustrada na

Fig. 2.8. O princípio operacional do f1b0820 é que a estrutura metálica converte e amplifica o deslocamento e a velocidade de vibração radiais da piezocerâmica em um deslocamento e uma velocidade de vibração axiais muito maiores, normais à superfície da estrutura metálica, no centro da estrutura. Uma análise de elementos finitos foi desenvolvida para o APF, em trabalhos anteriores, usando o software ANSYS. O tratamento teórico desta análise, considerando o tipo de PZT utilizado e a sua espessura, o material metálico de estrutura flexível e a sua espessura, a profundidade da cavidade e a cola que une o PZT ao metal, pode ser encontrada em [138] e [154]-[156].

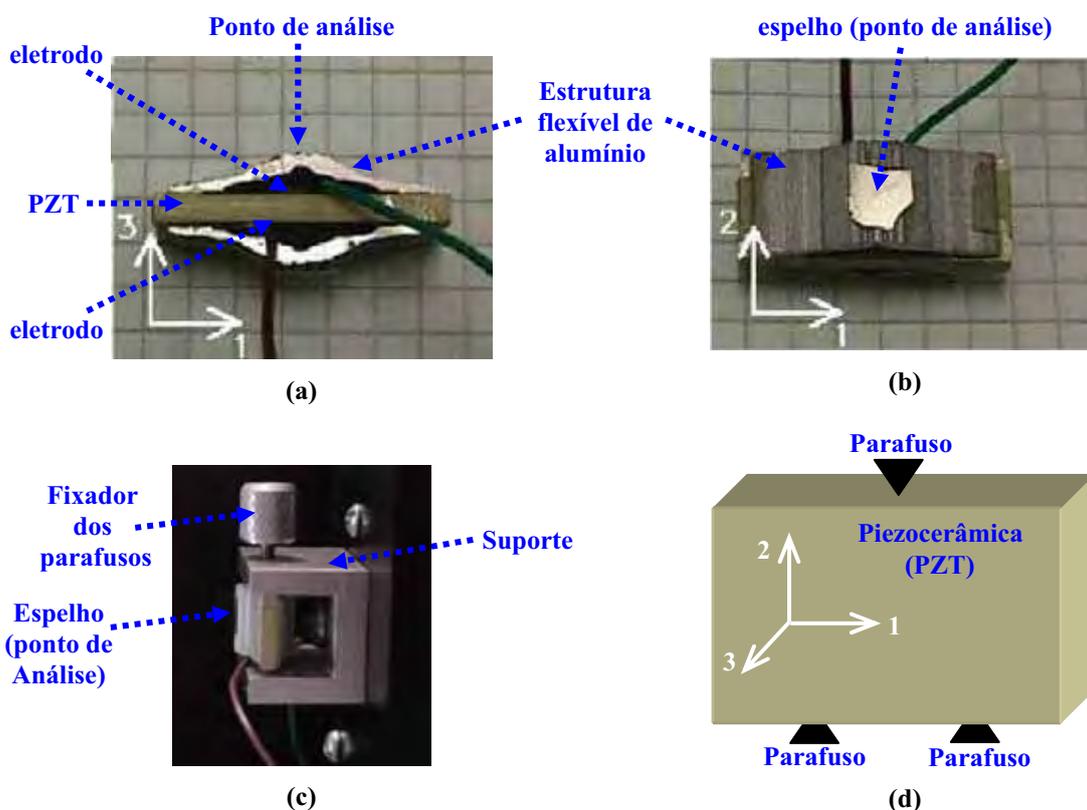


Figure 2.8 – Protótipo do f1b0820 [122]. a) Vista lateral. b) Vista superior. c) Suporte com o atuador. d) Esquema dos três parafusos fixando a piezocerâmica.

O protótipo f1b0820 consiste basicamente de uma piezocerâmica colada com resina *epoxy* em uma estrutura de alumínio manufactured na EPUSP por eletro-erosão a fio através de uma máquina de EDM (*Electrical Discharge Machining*). A piezocerâmica utilizada é o PZT-5A da American Piezoceramics, e tem dimensões de 30 mm x 14 mm x 3 mm, nas direções 1, 2 e 3, respectivamente, como indicado na Fig. 2.8-d. A piezocerâmica é polarizada na direção 3 e os eletrodos estão depositados sobre as faces da piezocerâmica ortogonais à direção de polarização, ou seja, no plano 1-2 (Fig. 2.8-a). O deslocamento obtido pela aplicação de tensão nos eletrodos é máximo no centro do encapsulamento de

alumínio (ponto de análise), decrescendo deste ponto para as extremidades, onde chega a um deslocamento mínimo, igual ao da piezocerâmica sem a estrutura de alumínio.

Devido à necessidade de uma superfície espelhada, para refletir o feixe óptico no ramo sensor do interferômetro, e, devido à dificuldade de se polir a superfície irregular do atuador f1b0820 na área de incidência do feixe óptico (área de deslocamento máximo da superfície do APF), um espelho delgado de 200  $\mu\text{m}$ , obtido por vaporização de alumínio sobre uma lâmina de vidro, foi colado com resina *epoxy* sobre a superfície do APF, como mostrado na Fig. 2.8-b. A influência de um espelho fino com baixa rigidez colado na estrutura metálica do APF não é significativa, ao ponto de alterar ou criar novas frequências de ressonância no dispositivo.

O atuador foi fixado a um suporte, em três pontos, perpendiculares ao deslocamento a ser medido, como mostrado nas Figs. 2.8-c e 2.8-d. Deste modo, o atuador pode oscilar mecanicamente nas direções 1 e 3, livremente.

## 2.7 Discussão

O projeto de APF's constitui uma tarefa complexa que deve ser resolvida numericamente usando softwares como o ANSYS. A rigidez e a flexibilidade da estrutura metálica flexível acoplada à piezocerâmica determinam a taxa de amplificação dos deslocamentos, a qual será mensurada no Capítulo 8. Além disso, a inserção da estrutura flexível deve introduzir novas frequências de ressonâncias à estrutura, algumas das quais, inferiores às frequências de ressonância fundamental da piezocerâmica isolada (46 kHz) e que também deverão ser mensuradas. Finalmente, dever-se-á avaliar se existe linearidade entre o deslocamento da estrutura global do APF e a tensão de excitação, ou seja, o fator de calibração do APF também deverá ser estabelecido.

# CAPÍTULO 3

## INTERFEROMETRIA ÓPTICA DE DOIS FEIXES

Os interferômetros mais simples são aqueles em que se utilizam dois feixes de luz com a mesma frequência óptica (classificados como homódinos) e onde nenhum tipo de controle por realimentação é utilizado.

Pode-se interpretar que é justamente devido à altíssima sensibilidade do interferômetro que o sistema sofre grande influência da variação aleatória de fase. Em geral, neste tipo de interferômetro, não se adota nenhuma providência para condicionar o meio ambiente a fim de minimizar os efeitos desta perturbação, e assim, estes são transferidos para o sinal fotodetectado, causando o fenômeno de desvanecimento de sinal devido à fase  $\phi_0(t)$ . No desenvolvimento deste capítulo, este assunto será discutido em detalhes.

### 3.1 – Interferômetro de Young

Em 1801, Thomas Young elaborou um experimento no qual uma frente de onda esférica primária incidiu sobre duas fendas estabelecidas numa tela opaca, gerando-se dois feixes de luz secundários, que se interferiam sobre um anteparo posicionado a certa distância da tela [8], [157]. Visando-se deduzir uma expressão matemática que descreva a interferência entre duas ondas, desenhou-se o modelo de Young na Fig. 3.1, onde uma fonte de luz  $F_1$  puntiforme e coerente é posicionada a uma distância  $l_1$  equidistante das fendas idênticas  $F_2$  e  $F_3$ . A luz gerada por  $F_1$ , ao passar pelas fendas, sofre difração. As ondas difratadas (cilíndricas, de acordo com o princípio de Huygens da difração) se interferem formando as franjas de interferência na tela de observação (plano  $z = 0$ ). O ponto  $P$  pode estar associado a uma interferência construtiva (mais iluminado) ou destrutiva (mais opaco) dependendo de sua coordenada  $\alpha$  no plano  $z = 0$ .

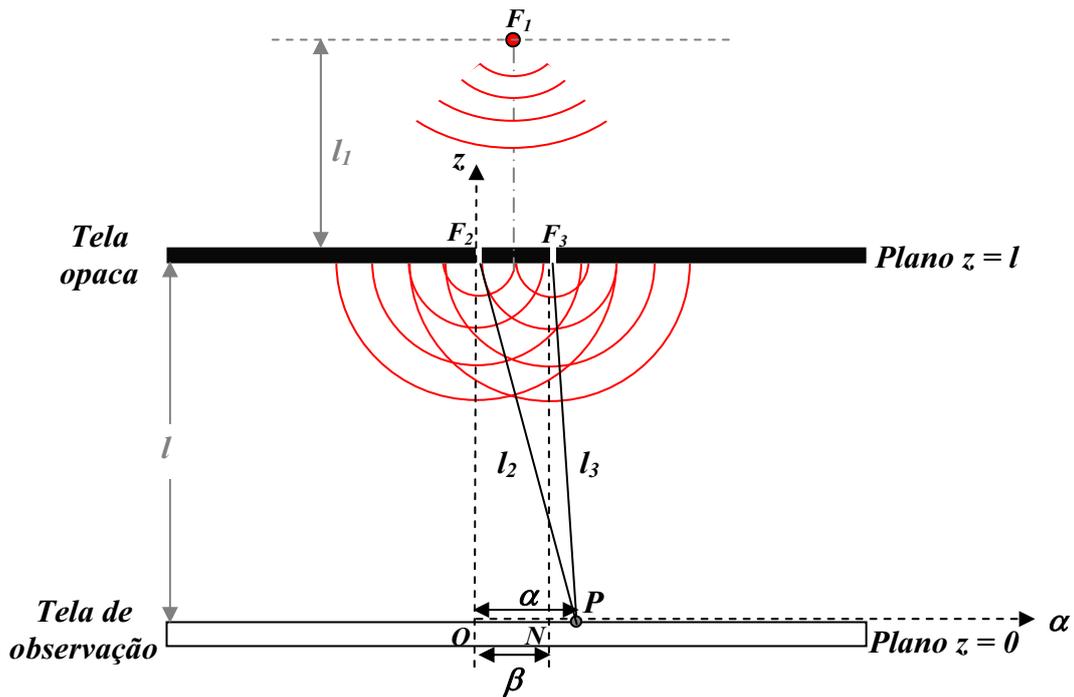


Figura 3.1 – Representação do interferômetro de Young usando o modelo ondulatório da luz.

No desenvolvimento realizado a seguir, considerar-se-á uma fonte hipotética de luz monocromática, ou seja, que possua campos elétrico e magnético oscilando harmonicamente numa única frequência angular  $\omega$ . Estes campos são grandezas vetoriais e, portanto, quando duas ondas luminosas são superpostas, o resultado é obtido por uma soma vetorial, que varia no tempo e no espaço. Sejam os campos elétricos no ponto  $P$ , devido às ondas geradas por  $F_2$  e  $F_3$ , definidos por [158]:

$$\vec{e}_i(t, \vec{l}_i) = \vec{E}_i \cos(\omega t - \vec{k}_i \cdot \vec{l}_i), \quad i = 2, 3, \quad (3.1)$$

sendo  $\omega$  a frequência angular da fonte  $F_1$  e  $\vec{E}_i$  o vetor campo elétrico associado à onda difratada em  $F_i$ ,  $\cdot$  denota produto escalar,  $\vec{k}_i \cdot \vec{l}_i$  representa a fase acumulada pelo campo  $\vec{E}_i$  devida ao vetor que varre a frente de onda  $\vec{l}_i$ . O módulo de  $\vec{k}_i$  é a constante de fase da onda cilíndrica, medida em rad/m. Para as ondas cilíndricas que emergem das fendas,  $\vec{k}_i$  e  $\vec{l}_i$  são paralelos e, portanto  $\vec{k}_i \cdot \vec{l}_i \approx kl_i$ ,  $i = 2, 3$ , sendo  $k = |\vec{k}_2| = |\vec{k}_3|$ . Admitindo-se propagação no ar, o valor de  $k$  pode ser obtido de  $k = 2\pi/\lambda$ , onde  $\lambda$  é comprimento de onda da luz no vácuo. Assim, a interferência dos campos no ponto  $P$  é a soma vetorial dada por  $\vec{e} = \vec{e}_2 + \vec{e}_3$ , que pode ser representada, usando a notação fasorial, como:

$$\vec{E} = \vec{E}_2 e^{-jkl_2} + \vec{E}_3 e^{-jkl_3}, \quad (3.2)$$

sendo  $j = \sqrt{-1}$  a unidade imaginária.

A intensidade óptica (ou irradiância)  $[W/m^2]$  é uma grandeza escalar, proporcional ao valor médio do vetor de *Poynting*. A intensidade óptica é definida, para ondas cilíndricas propagando-se no ar, como:

$$I = \frac{1}{2} \frac{\vec{E} \cdot \vec{E}^*}{\eta_{ar}}, \quad (3.3)$$

em que o símbolo \* denota complexo conjugado e  $\eta_{ar}$  é a impedância intrínseca do ar ( $\Omega$ ). Substituindo (3.2) em (3.3) e considerando que os campos  $\vec{E}_2$  e  $\vec{E}_3$  possuem mesma polarização e emirjam em fase de  $F_2$  e  $F_3$ , respectivamente, chega-se a:

$$I = \frac{E_2^2}{2\eta_{ar}} + \frac{E_3^2}{2\eta_{ar}} + \frac{E_2 E_3}{\eta_{ar}} \cos(\Delta\varphi), \quad (3.4)$$

sendo que  $E_2$  e  $E_3$  representam, respectivamente, os módulos dos vetores  $\vec{E}_2$  e  $\vec{E}_3$ ,  $\Delta\varphi$  é a diferença de fase entre os campos no ponto  $P$ , devido à diferença de percurso entre eles, dada por:

$$\Delta\varphi = k(l_2 - l_3). \quad (3.5)$$

A intensidade óptica, apresentada em (3.4), tem um termo constante dado pela soma das intensidades das fontes individuais, denominado *bias*, e, um termo senoidal com amplitude proporcional ao produto dos campos, referente ao termo de interferência. Este último atinge valor máximo se os campos têm o mesmo estado de polarização. No caso de campos com polarizações lineares ortogonais, a intensidade óptica tornar-se-ia constante e nenhum padrão de interferência poderia ser obtido.

Escrevendo (3.4) em função das intensidades ópticas das fontes, obtém-se:

$$I = I_2 + I_3 + 2\sqrt{I_2 I_3} \cos(\Delta\varphi), \quad (3.6)$$

sendo  $I_2 = E_2^2 / 2\eta_{ar}$  e  $I_3 = E_3^2 / 2\eta_{ar}$  as intensidades das fontes individuais. A amplitude  $2\sqrt{I_2 I_3}$  depende dos valores individuais de  $I_2$  e  $I_3$ , tendo valor máximo na condição  $I_2 = I_3$ . Assumindo esta condição e ainda, que a intensidade máxima passível de ocorrer em (3.6) é  $I = I_0$ , tem-se  $I_2 = I_3 = I_0 / 4$ .

No modelo hipotético apresentado na Fig. 3.1, as intensidades geradas a partir de  $F_2$  e  $F_3$  são iguais. Nesta condição (3.6) pode ser simplificada a:

$$I = \frac{I_0}{2} [1 + \cos(\Delta\varphi)]. \quad (3.7)$$

De acordo com o diagrama da Fig. 3.1, um padrão de interferência ou figura de franjas é observado sobre o plano  $z = 0$ . No entanto, desconsiderando as perdas de intensidade óptica devidas aos percursos  $l_2$  e  $l_3$ , um estudo do comportamento das franjas pode ser realizado observando-se a intensidade óptica ao longo de  $\alpha$ , visto que, nas proximidades deste eixo, a variação na intensidade da luz na tela de observação, ocorre nesta direção. Portanto, é conveniente escrever o termo de fase  $\Delta\varphi$  como uma função de  $\alpha$ . Aplicando o teorema de Pitágoras aos triângulos  $F_2OP$  e  $F_3NP$  da Fig. 3.1 e arranjando os termos, obtêm-se, respectivamente, as seguintes relações geométricas:

$$\frac{l_2}{l} = \sqrt{1 + \left(\frac{\alpha}{l}\right)^2}, \quad (3.8-a)$$

$$\frac{l_3}{l} = \sqrt{1 + \left(\frac{\alpha - \beta}{l}\right)^2}. \quad (3.8-b)$$

Considerando  $\alpha, \beta \ll l$ , (3.8) pode, através da expansão em série binomial  $\sqrt{1 + \chi^2} \cong 1 + \chi^2/2$ ,  $|\chi| < 1$ , ser escrita como:

$$l_2 \cong l + \frac{\alpha^2}{2l}, \quad (3.9-a)$$

$$l_3 \cong l + \frac{(\alpha - \beta)^2}{2l}. \quad (3.9-b)$$

Substituindo-se (3.9) em (3.5) obtêm-se  $\Delta\varphi$  em função de  $\alpha$ , como:

$$\Delta\varphi(\alpha) = \frac{k\beta^2}{2l} \left(1 - \frac{2\alpha}{\beta}\right) \cong -\left(\frac{k\beta}{l}\right)\alpha, \quad (3.10)$$

pois  $\beta \ll l$ .

### 3.1.1 – Franjas Resultantes da Interferência Óptica

Considerando-se o resultado (3.10), a equação da intensidade óptica apresentada em (3.6) ou (3.7) torna-se uma onda estacionária na direção  $\alpha$ , com frequência espacial (franjas/m), relacionada com a derivada da fase em relação à  $\alpha$ , dada por [158]:

$$F_e = -\frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial \alpha} (\Delta\varphi). \quad (3.11)$$



### 3.1.2 – Visibilidade das Franjas

A visibilidade das franjas resultante da interferência óptica fornece uma indicação do contraste da figura de interferência, e pode ser definida como [16], [158].

$$F = \frac{I_{máx} - I_{mín}}{I_{máx} + I_{mín}}, \quad (3.13)$$

sendo que  $I_{máx}$  e  $I_{mín}$  representam os valores de intensidades máxima e mínima do padrão de franjas, obtidas a partir de (3.6), como:

$$I_{máx} = I_2 + I_3 + 2\sqrt{I_2 I_3}, \quad (3.14-a)$$

$$I_{mín} = I_2 + I_3 - 2\sqrt{I_2 I_3}. \quad (3.14-b)$$

Substituindo (3.14) em (3.13) chega-se a:

$$F = \frac{2\sqrt{I_2 I_3}}{I_2 + I_3}, \quad (3.15)$$

em que  $0 \leq F \leq 1$ , pois  $2\sqrt{I_2 I_3} \leq (I_2 + I_3)$ . A partir de (3.6) e (3.15), obtém-se:

$$I = (I_2 + I_3)[1 + F \cos(\Delta\phi)]. \quad (3.16)$$

Destaca-se que, no padrão apresentado na Fig. 3.2, para  $I_2 = I_3 = I_0 / 4$ , o valor de  $F$  é unitário (visibilidade máxima), como pode ser observado comparando-se (3.7) e (3.16).

A Fig. 3.3 mostra uma simulação realizada em *Matlab*, onde se considerou a intensidade óptica definida em (3.16), porém normalizada em relação à  $I_0$ , para franjas com visibilidade ( $F$ ) de 80% e 20%, mostrando que a visibilidade, como o próprio nome indica, é uma indicação do contraste da figura de interferência. Os outros valores de simulação são os mesmos adotados para o padrão da Fig. 3.2.

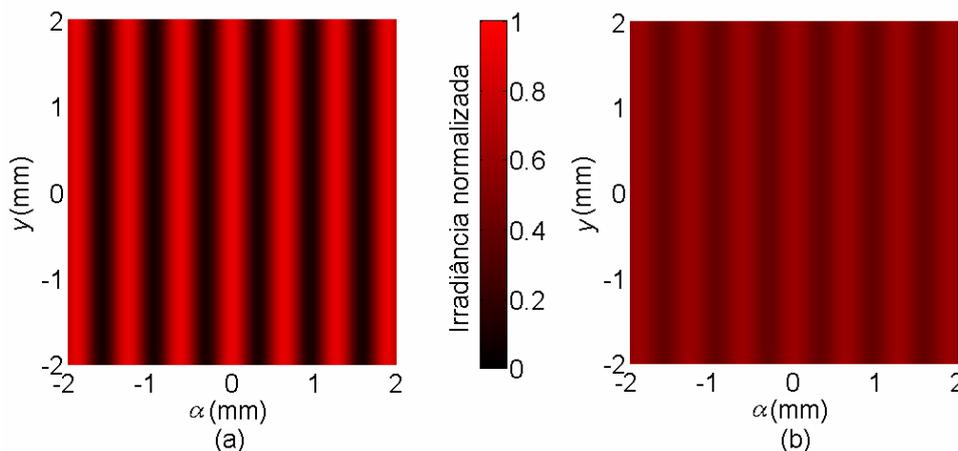


Figura 3.3 – Figuras de franjas obtidas em simulação para  $\lambda = 0,6328 \mu\text{m}$ ,  $\beta = 1 \text{ mm}$  e  $l = 1 \text{ m}$ . (a) 80% de visibilidade. (b) 20% de visibilidade.

### 3.2 – Interferômetros de Mach-Zehnder e de Michelson

Nos arranjos interferométricos de Mach-Zehnder e Michelson, um feixe de laser é separado em dois feixes ópticos que percorrem caminhos distintos denominados ramos do interferômetro. Na Fig. 3.4, ilustram-se os sensores interferométricos de Mach-Zehnder (Fig. 3.4-a) e Michelson (Fig. 3.4-b), homódinos, não realimentados, em versões volumétricas, em que os feixes ópticos percorrem o espaço livre. Cada divisor de feixes ( $BS_1$ ,  $BS_2$  ou  $BS_3$ ) tem forma de um cubo e consiste de dois prismas separados por um revestimento de reflexão parcial. Sua função é dividir um feixe de luz incidente, em dois: um na mesma direção do feixe incidente e outro perpendicular ao feixe incidente. Uma de suas características é a taxa de divisão. Para uma taxa de 50/50, o feixe incidente é dividido em dois de mesma intensidade. Num ramo tem-se o feixe de referência e no outro, o feixe de sinal, que terá sua fase modulada devido a um deslocamento de fase induzido pela variação da grandeza física que se deseja medir. Após percorrerem os dois ramos do interferômetro, os feixes de referência e de sinal são recombinados gerando um feixe óptico resultante cuja seção transversal pode ser expandida e projetada sobre um anteparo para visualização do padrão de interferência (figura de franjas da Fig. 3.4-c). Se, ao invés disso, o feixe resultante for focalizado diretamente sobre a área de detecção de um fotodetector, ocorrerá uma transdução óptico-eletrônica e um sinal elétrico proporcional à intensidade óptica detectada poderá ser obtido e analisado [159].

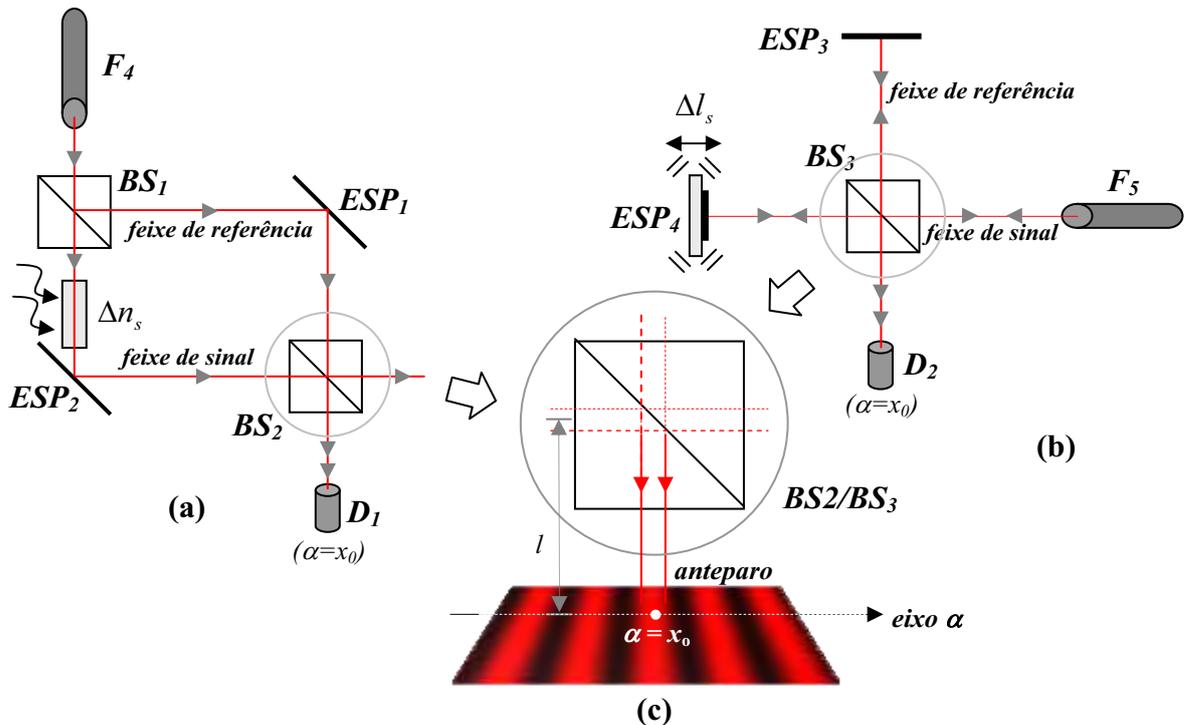


Figura 3.4 – Interferômetros de dois feixes homódinos não realimentados, em óptica volumétrica. (a) Mach-Zehnder. (b) Michelson. (c) vista em detalhe do separador de feixes  $BS_2$  ou  $BS_3$ , e do padrão de franjas típico, resultante da interferência.

O detalhe do separador de feixes ( $BS_2$  ou  $BS_3$ ) na Fig. 3.4-c pode ser comparado ao interferômetro de Young da Fig. 3.1. Os feixes que se interferem, quando projetados em um anteparo geram um padrão de interferência como mostrado na figura, onde o ponto demarcado, de abscissa  $\alpha = x_0$ , está associado à diferença de fase  $\Delta\phi(x_0)$  em (3.10). No caso de se usar um fotodetector posicionado no ponto  $\alpha = x_0$ , o que é detectado é uma intensidade média calculada considerando a porção da área do feixe que é projetada sobre a área sensível do fotodetector.

Considerando que a grandeza física possa causar uma mudança no índice de refração  $\Delta n_s$  e uma variação de comprimento no caminho óptico  $\Delta l_s$ , ambas no ramo sensor do interferômetro, ocorre uma variação de fase óptica no feixe de sinal, dada por:

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda}(l_s \Delta n_s + n_s \Delta l_s) \chi, \quad (3.17)$$

sendo que  $n_s$  é o índice de refração do meio do ramo sensor e  $l_s$  é o comprimento do ramo sensor na ausência de sinal. O fator  $\chi$  em (3.17) foi estabelecido considerando-se o interferômetro de Michelson, em que a passagem dupla do laser pelos ramos deste interferômetro dobra a sua sensibilidade em relação à obtida na configuração Mach-Zehnder. Portanto, enquanto para o interferômetro de Mach-Zehnder,  $\chi = 1$ , para o de Michelson, deve-se considerar  $\chi = 2$ .

Como  $\lambda$  no denominador de (3.17) é da ordem  $10^{-6}$   $\mu\text{m}$ , equivale-se a multiplicar o numerador por um fator de  $10^6$ . Assim, verifica-se, de (3.17), que variações  $\Delta n_s$  ou  $\Delta l_s$  da ordem de 1 parte em 1 milhão produzem variações de fase da ordem de radianos, os quais podem ser detectados eletronicamente, o que determina a alta sensibilidade de um sensor interferométrico usando laser.

No arranjo de Mach-Zehnder da Fig. 3.4-a, o feixe de laser originário da fonte  $F_4$  é dividido pelo separador de feixes  $BS_1$  nos dois feixes, de sinal e de referência, normalmente de igual intensidade. Os espelhos  $ESP_1$  e  $ESP_2$  são fixos, de maneira que  $\Delta l_s = 0$ , porém, permite-se uma mudança no índice de refração do meio no ramo sensor, ou seja, de (3.17),  $\Delta\phi = 2\pi l_s \Delta n_s / \lambda$  ( $\chi = 1$ ). Após reflexões em  $ESP_1$  e  $ESP_2$ , os feixes são recombinações pelo separador de feixes  $BS_2$  e projetados sobre um anteparo, onde um padrão de interferência pode ser visualmente observado, ou, sobre um fotodetector ( $D_1$ ), que gera um sinal elétrico de saída proporcional à intensidade óptica incidente sobre o mesmo. Os feixes sob recombinação

obedecem ao mesmo princípio estabelecido para o interferômetro de Young, como mostra a ilustração da Fig. 3.4-c.

No arranjo de Michelson apresentado na Fig. 3.4-b,  $F_5$  representa a fonte laser,  $BS_3$  é um separador de feixes central,  $ESP_3$  é um espelho fixo posicionado no ramo de referência e  $ESP_4$  um objeto de superfície espelhada que sofre deslocamento, posicionado no ramo sensor. Considera-se que não ocorra variação no índice de refração do meio ( $\Delta n_s = 0$ ), e que a variação de fase no ramo sensor é provocada somente pelo deslocamento de  $ESP_4$ , ou seja, de (3.17),  $\Delta\phi = 2(2\pi n_s \Delta l_s / \lambda)$ . O fator 2 na equação é explicado pelo fato de que os sinais ópticos incidentes nos espelhos  $ESP_3$  e  $ESP_4$  são refletidos sobre si próprios para serem recombinados pelo mesmo separador de feixes ( $BS_3$ ) usado para dividi-los, ou seja, corresponde a  $\chi = 2$  em (3.17). Portanto, considerando o ar como meio de propagação dos feixes ópticos ( $n_s = 1$ ), pode-se calcular o deslocamento do espelho  $ESP_4$ , como:

$$\Delta l_s = \frac{\lambda}{4\pi} \Delta\phi, \quad (3.18)$$

sendo que  $\Delta\phi$  é a variação de fase induzida no feixe sinal do interferômetro de Michelson devido ao deslocamento de  $ESP_4$ .

Assim como no interferômetro de Mach-Zehnder, o padrão de interferência observado na saída do interferômetro de Michelson depende do seu alinhamento. No caso de se utilizar detectores na saída do interferômetro, um bom alinhamento possibilitará a obtenção de um bom nível de sinal fotodetectado, desde que corretamente posicionado (em  $\alpha = x_0$  na Fig. 3.4). O alinhamento requer o ajuste mecânico das partes constituintes do interferômetro, incluindo a fonte laser, divisores de feixe, espelhos e fotodetectores.

A fim de se obter o melhor padrão de interferência, as partes constituintes do interferômetro deverão ter graus de liberdade para ajustes de posição, rotação e inclinação. No entanto, na configuração de Michelson da Fig. 3.4-b, o perfeito alinhamento causa retorno de laser à fonte óptica, o que pode provocar instabilidade da fonte óptica e flutuações na intensidade do laser [160]. Os métodos de demodulação de fase óptica a serem propostos nesta tese permitem certo desalinhamento do interferômetro, diminuindo desta forma, a visibilidade de franjas. Destaca-se que, em experimentos práticos usando uma configuração interferométrica de Michelson, realizados no desenvolvimento deste trabalho, optou-se pela operação no limiar de desalinhamento do interferômetro, que garantisse o não retorno de luz à fonte de laser sem, no entanto, prejudicar a qualidade das franjas. Com isso, não foi necessário nenhuma

modificação na configuração do interferômetro utilizado nos experimentos como, por exemplo, a utilização de lâminas de  $\lambda/4$  ou  $\lambda/2$ .

Considerando uma razão de acoplamento dos divisores de feixe  $BS_1$ ,  $BS_2$  e  $BS_3$  de 50/50, os coeficientes de reflexão de amplitude dos espelhos  $ESP_1$ ,  $ESP_2$ ,  $ESP_3$  e  $ESP_4$  iguais a unidade, desconsiderando as perdas ópticas nos ramos dos interferômetros e um fotodetector 100% eficiente, a intensidade óptica observada na saída do detector ( $D_1$  ou  $D_2$ ) segue (3.16), ou seja:

$$I_D = \frac{I_0}{2} [1 + F \cos(\Delta\theta)], \quad (3.19)$$

sendo que  $I_0$  é a intensidade óptica da fonte  $F_4$  (ou  $F_5$ ),  $F$  é a função de visibilidade e  $\Delta\theta$  é a diferença de fase total acumulada entre os feixes de sinal e de referência ao atingirem o fotodetector, dada por:

$$\Delta\theta = \Delta\varphi(x_0) + \phi_r - \phi_{\text{sgn}} + \Delta\phi, \quad (3.20)$$

sendo que  $\Delta\varphi(x_0)$  é a fase devido à posição do fotodetector em  $\alpha = x_0$ , (3.10). As fases  $\phi_r$  e  $\phi_{\text{sgn}}$  são, respectivamente, as fases acumuladas pelos campos elétricos dos feixes de referência e de sinal, ao percorrem seus caminhos ópticos da fonte  $F_3$  (ou  $F_4$ ) ao separador de feixes  $BS_2$  (ou  $BS_3$ ). A variação de fase  $\Delta\phi$  é devida à fase induzida pelo fenômeno que se deseja medir (3.17), na região sensora, no feixe de sinal do interferômetro. Definindo  $\phi_0 = \Delta\varphi(x_0) + \phi_r - \phi_{\text{sgn}}$  em (3.20), pode-se escrever (3.19) como:

$$I_D = \frac{I_0}{2} [1 + F \cos(\phi_0 + \Delta\phi)], \quad (3.21)$$

em que o termo  $\phi_0$ , idealmente, é uma fase estática. Esta corresponde a (1.1) apresentada no Capítulo 1. Fixando-se o fotodetector na posição  $\alpha = x_0 = 0$  em (3.10), obtém-se  $\Delta\varphi|_{\alpha=x_0} = 0$ , e nesta condição, o termo  $\phi_0$  passa a depender somente da diferença de fases entre os ramos de sinal e de referência do interferômetro ( $\phi_0 = \phi_r - \phi_{\text{sgn}}$ ).

Na prática, geralmente, um interferômetro está sujeito às influências ambientais externas como flutuação térmica, variações de pressão do ar ambiente e vibrações mecânicas de baixas frequências. Em interferometria óptica, estas perturbações ambientais aleatórias causam variação na diferença de caminho óptico, ou seja, tornam  $\phi_0$  variável aleatoriamente com o tempo, o que provoca desvanecimento do sinal fotodetectado. Portanto, daqui para adiante  $\phi_0$  será designada como a fase  $\phi_0(t)$ , variável no tempo, e que está associada ao

desvanecimento de sinal. Para se ter idéia da sensibilidade do interferômetro com relação à influência da perturbação ambiente, cita-se como exemplo que, uma variação involuntária na diferença de caminho óptico de apenas meio comprimento de onda ( $0,3164 \mu\text{m}$ ) provoca [de acordo com (3.17), para  $\chi = 2$ ] uma variação na fase  $\phi_0(t)$  igual a  $2\pi$  rad. O sinal de interesse  $\Delta\phi$ , no entanto, pode ser sensivelmente menor.

Nos padrões apresentados nas Figs. 3.2 e 3.3 não se considerou o efeito da largura finita dos feixes. A seção transversal de um feixe de laser tem uma distribuição de intensidade gaussiana [161]. No entanto, isto não chega a constituir um problema sério se a área do fotodiodo utilizado for bem menor que a largura das franjas.

O fator de visibilidade ( $F$ ) apresentado em (3.21) considera fontes  $F_4$  e  $F_5$  monocromáticas (coerência plena), o que é uma abstração matemática. Considerando ondas originárias de uma mesma fonte óptica, a coerência temporal está associada à largura espectral da fonte, podendo ser associado a um “comprimento de coerência”. Para que a análise desenvolvida neste capítulo seja válida, a diferença de percurso entre os caminhos ópticos  $l_2$  e  $l_3$  deve ser mantida inferior ao comprimento de coerência da fonte [162]. Para fontes com baixa coerência temporal esta diferença de caminho deve ser mantida praticamente nula.

A rigor, a coerência temporal é uma medida da correlação entre as ondas que se interferem [16], podendo variar de 0 (incoerência total) a 1 (coerência plena). A interferência de ondas com coerência temporal parcial e com polarizações lineares distintas gera visibilidade menor do que a unidade [16], [160]. Casos extremos ocorrem se os feixes têm campos elétricos ortogonais ou são totalmente incoerentes no tempo. Ambos os casos ocasionam visibilidade nula, independentemente um do outro.

Um laser estabilizado em frequência possui um comprimento de coerência da ordem de Km [163]. A fonte óptica utilizada nos experimentos práticos elaborados nesta tese foi um laser de He-Ne, que apresenta alta coerência temporal na configuração interferométrica empregada. A interferência foi realizada entre feixes de intensidades muito próximas, e cujos campos praticamente mantêm o mesmo estado de polarização, pois o laser utilizado é polarizado, o que também contribui para uma boa visibilidade. Além disso, em princípio, os métodos de demodulação de fase óptica desenvolvidos nesta tese independem da visibilidade. Na prática, o que ocorre é uma sensibilidade relativa, que depende da deriva da fase  $\phi_0(t)$  e do nível de ruído eletrônico gerado principalmente na fotodetecção, sendo a dependência da

visibilidade tanto menor, quanto menor for o ruído gerado na fotodetecção e condicionamento do sinal interferométrico.

### 3.3 – Fotodetecção e Análise do Sinal Fotodetectado

A medição do vetor campo elétrico instantâneo associado a uma radiação óptica é um processo praticamente inviável, pois este varia no tempo a uma taxa elevadíssima, da ordem de  $10^{14}$  ciclos/s. Por outro lado, a intensidade óptica é um parâmetro que pode ser medido diretamente, usando-se uma variedade de fotodetectores, sendo os fotodiodos semicondutores do tipo PIN (*Positive-Intrinsic-Negative*) e de Avalanche (APD – *Avalanche Photodiode*) apropriados para uso em interferômetros [164]. Destaca-se que, normalmente, devido ao efeito de avalanche, o ruído nos APD's é maior do que nos fotodiodos PIN, devido ao processo envolvido na geração da fotocorrente.

Os fotodiodos são dispositivos óptico-eletrônicos capazes de detectar a potência óptica incidente e convertê-la em uma corrente elétrica  $i(t)$ , que aplicada a um resistor de carga  $R_L$  (resistor externo associado ao fotodiodo, para operação no modo fotocondutivo) gera uma tensão de saída  $v(t)$  proporcional à intensidade óptica fotodetectada.

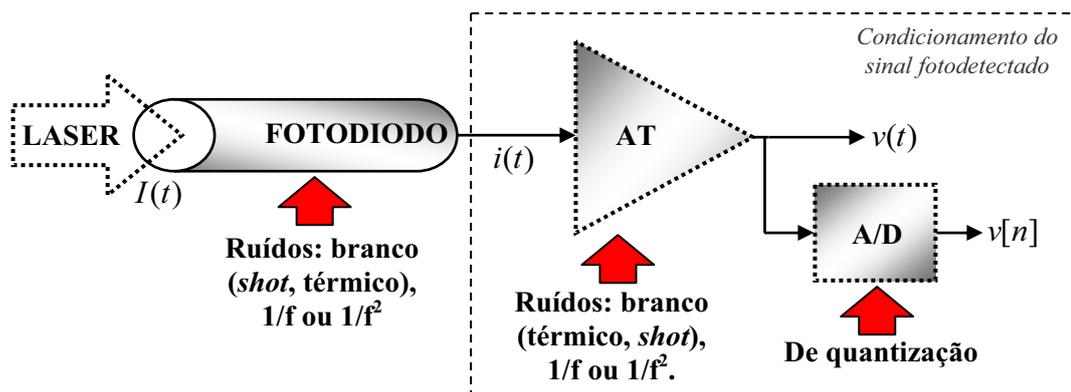
A largura de banda do fotodetector indicará se este responde ou não às máximas variações temporais de intensidade óptica possíveis de ocorrer. Um fator que limita a largura de banda de um fotodetector é o valor de  $R_L$ , sendo este, um parâmetro a ser considerado na configuração do sistema de transdução. Normalmente, aumentando-se  $R_L$  diminui-se a largura de banda do fotodetector, e vice-versa.

Um estágio de condicionamento de sinal adicional pode ser necessário para amplificar a tensão fotodetectada. Pode-se utilizar um amplificador de transimpedância, que além de amplificar, converte diretamente a corrente fotodetectada em um sinal de tensão elétrica, na saída. Este circuito, usando um amplificador operacional, apresenta baixa impedância de entrada, maximizando a corrente pelo fotodetector. A saída apresenta um ganho de tensão proporcional à corrente de entrada e à impedância de realimentação.

### 3.3.1 – Ruído na Fotodetecção e no Condicionamento de Sinal

Um modelo para um sistema de detecção está ilustrado na Fig. 3.5, onde,  $i(t)$  é a corrente fotodetectada proporcional à intensidade óptica  $I(t)$ , e  $v(t)$  é a tensão de saída do amplificador de transimpedância (AT). Os principais tipos de ruído que podem ocorrer nas etapas de processamento do sinal estão indicados na figura.

Em um fotodiodo aparecem diversos tipos de ruído eletrônico, sendo os mais relevantes o ruído de fundo (*background*) gerado pela luz ambiente sobre o sinal, o ruído de escuro (ocorre na ausência de luz) gerado pela radiação de alta energia ou devido à imperfeição do fotodetector, o ruído quântico fundamental (*shot*) associado ao efeito quântico do detector, o ruído de disparo ou de impacto (*shot*) devido à presença da corrente contínua gerada pela fonte DC de alimentação quando esta atravessa a barreira de potencial do fotodiodo, e o ruído térmico (Johnson) característico de todos os semicondutores [164].



**Figura 3.5 – Diagrama de um sistema de transdução óptico-eletrônica usando um fotodiodo acoplado a um estágio de condicionamento de sinal usando um amplificador de transimpedância (AT). No caso de processamento digital é necessário um conversor A/D para gerar  $v[n]$ , sendo  $n$  o número da amostra.**

O ruído branco tem sua potência distribuída uniformemente no espectro de frequências, enquanto o ruído  $1/f$  tem densidade espectral de potência proporcional ao inverso da frequência e o ruído  $1/f^2$ , ao inverso do quadrado da frequência (ou, em outras palavras, a densidade espectral de magnitude do sinal varia de acordo com o inverso da frequência).

Ruídos como o *shot* e o térmico, presentes na fotodetecção, são tipos de ruído branco. O laser e as junções de semicondutores são as principais fontes de ruído  $1/f$  [128].

O ruído é um fenômeno aleatório e, portanto, não se pode prever com exatidão a sua forma de onda. A função densidade de probabilidade de amplitude é baseada somente em

estatísticas de amplitude de uma forma de onda de ruído, e não como o ruído varia no tempo. Várias funções de densidade de probabilidade podem ser usadas para descrever as características estatísticas da amplitude do ruído em um circuito eletrônico, dentre as quais se destacam a uniforme, a Gaussiana (ou normal), a de Poisson e a de Rayleigh [165], [166], sendo que, em muitas condições, o ruído predominante que aparece nos circuitos eletrônicos é Gaussiano. Se um ruído com distribuição Gaussiana é aplicado a um filtro, o ruído de saída é Gaussiano, desde que o filtro seja linear e estável [165]. Por outro lado, em geral, se o sistema não é linear, a relação entre a função densidade de probabilidade dos processos de entrada e saída também não é linear.

A SNR, que é uma medida da qualidade do sistema, é a relação entre a potência do sinal de informação e a potência do ruído, calculada em um mesmo ponto do sistema. Em um interferômetro, a SNR deve ser medida na saída do fotodetector, devendo ser computados os ruídos de todas as fontes. Em geral, o sinal e o ruído variam no tempo de forma não determinística. Considerando o ruído um processo estacionário, uma SNR média pode ser obtida se as medições forem feitas durante um longo período.

Segundo a definição do IEEE (*Institute of Electrical and Electronics Engineers*), a potência equivalente de ruído (*NEP – Noise Equivalent Power*) é a potência luminosa incidente que produz uma SNR unitária na saída de um fotodetector, em uma largura de banda de 1 Hz [167]. A NEP, cuja unidade no SI é  $W / \sqrt{Hz}$ , determina o menor valor possível de potência óptica teoricamente possível de ser detectada por unidade de largura de banda.

Um aumento da largura de banda do fotodetector (operando no modo fotocondutivo), obtido, por exemplo, com a diminuição da resistência de carga  $R_L$ , resulta num aumento do nível de ruído na fotodeteção. A diminuição de  $R_L$  gera uma redução proporcional na amplitude da tensão fotodetectada e, conseqüentemente, na sua SNR. O uso de um amplificador de transimpedância de baixo ruído na saída do fotodiodo pode ser um meio eficaz de aumentar a resposta em frequência, mantendo-se a SNR a níveis aceitáveis.

Além dos ruídos característicos do fotodetector, em um circuito usando amplificadores operacionais, também devem ser considerados os ruídos presentes neste componente eletrônico, como o ruído térmico e o *shot*. O ruído  $1/f$  e o ruído *burst* (típico de frequências abaixo de 100 Hz), também podem ocorrer no amplificador operacional. Normalmente, o ruído  $1/f$  torna-se irrelevante em frequências acima de 1 kHz [168].

O condicionamento do sinal fotodetectado pode ser realizado usando diferentes configurações, no entanto, a abordagem deste assunto é direcionada para uma configuração que usa um amplificador de transimpedância (AT), como mostrado anteriormente na ilustração da Fig. 3.5. Baseando-se nesta configuração, elaborou-se um amplificador de transimpedância usando o amplificador operacional OPA-656, o qual foi utilizado na parte experimental deste trabalho e será apresentado de forma sucinta no Capítulo 6.

Se um processo de conversão A/D for empregado, surge o ruído de quantização, que é inversamente proporcional ao número de bits utilizado na conversão. No entanto se a amplitude do sinal é cuidadosamente ajustada ao fundo de escala do conversor e um número relativamente alto de bits é utilizado, o ruído de quantização pode ser desprezado, por não ser dominante no sistema [170].

### **3.3.2 – Tensão Fotodetectada nos Interferômetros de Dois Feixes para uma Excitação de Fase Senoidal**

Desconsiderando o ruído eletrônico, a tensão fotodetectada pode ser escrita, de acordo com (3.21), como:

$$v(t) = \frac{A}{2} [1 + F \cos[\phi_0(t) + \Delta\phi]], \quad (3.22)$$

sendo  $A$  uma constante de proporcionalidade que depende da intensidade da fonte ( $I_0$ ), da responsividade do fotodetector e do ganho do circuito de condicionamento de sinal.

Aplicando a identidade trigonométrica  $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \text{sen} a \text{sen} b$  à (3.22), pode-se escrevê-la como:

$$v(t) = \frac{A}{2} \{1 + F [Q \cos \Delta\phi - P \text{sen} \Delta\phi]\}, \quad (3.23)$$

sendo  $Q = \cos \phi_0(t)$  e  $P = \text{sen} \phi_0(t)$  fatores que variam com a variação aleatória da fase  $\phi_0(t)$ .

Os métodos e aplicações envolvidas nesta tese são realizáveis a partir de uma excitação de fase senoidal com frequência  $\omega_s$  do tipo:

$$\Delta\phi = x \text{sen}(\omega_s t + \phi_s), \quad (3.24)$$

em que  $x$  é o índice de modulação de fase e  $\phi_s$  é uma fase inicial.

Substituindo (3.24) em (3.23),  $v(t)$  pode ser expandida em termos de funções de Bessel [66], como:

$$v(t) = A \left( \frac{1}{2} + F \left\{ \frac{Q}{2} J_0(x) - P \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n-1}(x) \text{sen}[(2n-1)(\omega_s t + \phi_s)] + Q \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(x) \cos[2n(\omega_s t + \phi_s)] \right\} \right), \quad (3.25)$$

sendo que  $J_n(x)$  é uma função de Bessel de primeira espécie e ordem  $n$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ ). Verifica-se que o sinal  $v(t)$  é composto de um termo constante e harmônicas ímpares e pares, em frequências múltiplas da componente fundamental em  $\omega_s$ .

O termo quase DC, na tensão no fotodetector é obtido a partir de (3.25) como:

$$V_0 = \frac{A}{2} [1 + FQJ_0(x)] \quad (3.26)$$

e as harmônicas ímpares e pares de  $v(t)$  têm amplitudes dadas, respectivamente, por:

$$V_{2n-1} = AFPJ_{2n-1}(x), \quad (3.27-a)$$

$$V_{2n} = AFQJ_{2n}(x), \quad (3.27-b)$$

sendo  $n=1, 2, 3, \dots$ . Os índices  $2n-1$  e  $2n$  referem-se às ordens harmônicas associadas às frequências  $(2n-1)\omega_s$  e  $2n\omega_s$ , respectivamente.

Os fatores  $P$  e  $Q$  em (3.25) variam com o tempo, devido à variação aleatória de fase  $\phi_0(t)$ . Apesar de modificarem diretamente a fase do sinal óptico, verifica-se, em (3.25), que a variação de  $P$  e  $Q$  resulta em uma alteração concomitante na amplitude das harmônicas da tensão elétrica fotodetectada, o que é denominado desvanecimento de sinal.

Os métodos espectrais a serem estudados e propostos nesta tese são baseados nas harmônicas de  $v(t)$  para detectar o índice de modulação  $x$ . Cada componente espectral tem uma amplitude específica que depende de  $P$  ou  $Q$ , bem como dos termos de funções de Bessel  $J_n(x)$ , que podem assumir valores muito pequenos dependendo do argumento  $x$  e da ordem  $n$ . Na presença de ruído aditivo gerado na fotodetecção, a SNR varia para cada componente, e, para uma estimativa do erro cometido pelo emprego de um dos métodos espectrais, é preciso estimar a influência do ruído em cada uma das componentes espectrais de  $v(t)$  utilizada no método. Para índices de modulação muito pequenos ( $x \ll 1$ ) somente a componente fundamental é significativa, sendo que as harmônicas de ordem superior possuem SNR menores do que a unidade, o que limita a estimação de  $x$  a um valor mínimo. Mesmo para um interferômetro com estabilização ativa, em que  $x$  é obtido somente a partir da

componente fundamental, uma sensibilidade teórica limitada pelo ruído de fotodeteção é estabelecida [169].

### 3.3.3 – Efeito da Variação Aleatória da Fase $\phi_0(t)$ nas Harmônicas da Tensão Fotodetectada

Um dos problemas na calibração e no desempenho de um interferômetro, conhecido como desvanecimento de sinal, torna complicada a operação estável dos sensores interferométricos homódinos sem realimentação ativa. A instabilidade dos termos  $P$  e  $Q$  em (3.25) provoca variações espúrias na intensidade do sinal detectado, podendo causar movimento involuntário das franjas de interferência mesmo quando o interferômetro não está sendo excitado ( $\Delta\phi = 0$ ). Este efeito acontece devido à extrema sensibilidade dos sensores interferométricos, exigindo-se que, em princípio, o ambiente de trabalho seja adequadamente pré-condicionado sob o ponto de vista térmico e mecânico.

Para uma variação senoidal de fase induzida, de amplitude  $x$ , os fatores  $Q$  e  $P$  podem atenuar as amplitudes das harmônicas pares e ímpares em (3.25), respectivamente, sendo que um aumento em  $Q$  implica em diminuição de  $P$  e vice-versa. Na condição de quadratura de fase,  $\phi_0(t) = (2n+1)\pi/2$  rad,  $n = 0, 1, 2, \dots$ , tem-se  $P = 1$  e  $Q = 0$ . De acordo com (3.27), as harmônicas ímpares assumem valor máximo e as pares são nulas. Por outro lado, na condição  $\phi_0(t) = 2n\pi$  rad, tem-se  $P = 0$  e  $Q = 1$ , o que resulta em harmônicas ímpares nulas e harmônicas pares máximas.

Para mostrar mais explicitamente a influência da deriva da fase  $\phi_0$  nas harmônicas de  $v(t)$ , elaborou-se as Figs. 3.6 a 3.8, em que (3.23) foi normalizada (em relação a  $A$ ) e simulada no software Matlab, para  $\phi_s = 0$  e visibilidade unitária ( $F = 1$ ). A tensão  $v(t)$  e o seu espectro de magnitude foram obtidos em várias condições distintas:

- Na Fig. 3.6, para regime sub-franja, ou seja, com índice de modulação relativamente baixo,  $x = 0,4$  rad, sendo que: em (a) considerou-se o termo de fase  $\phi_0(t) = \pi/2$  rad, em (b),  $\phi_0(t) = \pi$  rad.
- Na Fig. 3.7, para regime multi-franjas, com  $x = 2\pi$  rad, tem-se em (a)  $\phi_0(t) = \pi/2$  rad, e em (b)  $\phi_0(t) = 0$ .

- Na Fig. 3.8, também para regime multi-franjas, estabeleceu-se  $x = 2\pi$  rad e  $\phi_0(t) = \pi/3$  rad.

Nas condições em que  $\phi_0(t) = (2n+1)\pi/2$  rad, sendo  $n$  inteiro, obtém-se sensibilidade de demodulação de fase máxima, pois se opera na região mais linear da curva de transferência. Esta situação é denominada de operação em quadratura de fase, e, se  $x \ll 1$  rad (índice de modulação muito pequeno) a intensidade óptica é diretamente proporcional à fase  $\Delta\phi(t)$ . Na condição de quadratura de fase, para pequenos índices de modulação, ocorre modulação de fase banda estreita e (3.25) pode ser aproximada para:

$$v(t) \cong A \left[ \frac{1}{2} - F \frac{x}{2} \text{sen}(\omega_s t + \phi_s) \right] = \frac{A}{2} [1 - F \Delta\phi(t)], \quad (3.28)$$

para a qual, filtrando-se o termo estático, resulta numa transferência linear da variação de fase óptica induzida no interferômetro para a variação da tensão de saída. Nesta condição, ocorre, na fotodeteção, uma transferência em proporção direta da informação contida na fase relativa  $\Delta\phi(t)$ , do domínio óptico para o domínio elétrico e, eliminando-se o termo constante, o sinal de saída do fotodetector (tensão ou corrente) é linearmente proporcional à intensidade óptica resultante da interferência ( $I$ ).

A Fig. 3.6-a mostra a operação na região mais linear da curva de transferência ( $\phi_0(t) = \pi/2$  rad), para  $x = 0,4$  rad, que apesar de não ser rigorosamente considerado um baixo índice, já evidencia boa concordância entre a tensão de saída e a variação de fase de entrada. Por outro lado, para  $\phi_0(t) = n\pi$  rad,  $n$  inteiro, não há uma correspondência linear como em (3.28) e, neste caso, como mostra o gráfico da intensidade óptica resultante, na Fig. 3.6-b, opera-se numa condição onde o sinal de saída é muito distorcido e quase nulo. Portanto, para baixo índice de modulação, geralmente, é desejável operar o interferômetro na condição de quadratura de fase (ponto quiescente  $Q_1$  na Fig. 3.6-a). Entretanto, se o ponto quiescente não permanecer estável na quadratura, devido a perturbações aleatórias externas agindo sobre  $\phi_0(t)$ , este excursiona sobre a curva de transferência, causando distorção ou até mesmo o quase cancelamento da variação de intensidade óptica de saída, se atingir a condição da Fig. 3.6-b ( $\phi_0(t) = \pi$  rad, ponto quiescente  $Q_2$ ). Os exemplos apresentados nas Figs. 3.6-a e 3.6-b referem-se à operação em regime de sub-franja, em que  $x$  é relativamente pequeno, menor do que  $\pi/2$  rad. Para medidas de deslocamento senoidal usando um interferômetro de Michelson, isto corresponde a  $\Delta l_s < (\lambda/8)\text{sen}(\omega_s t)$ , valor obtido através de (3.18). Considerando uma fonte laser de He-Ne,  $\lambda = 0,6328$   $\mu\text{m}$ , o regime sub-franja envolve

medições de vibrações senoidais, com deslocamentos de pico de até aproximadamente 80 nm. Por outro lado, a operação do interferômetro para medição de vibrações senoidais de amplitude de pico superior a  $\lambda/8$ , é conhecida como operação em regime multi-franjas.

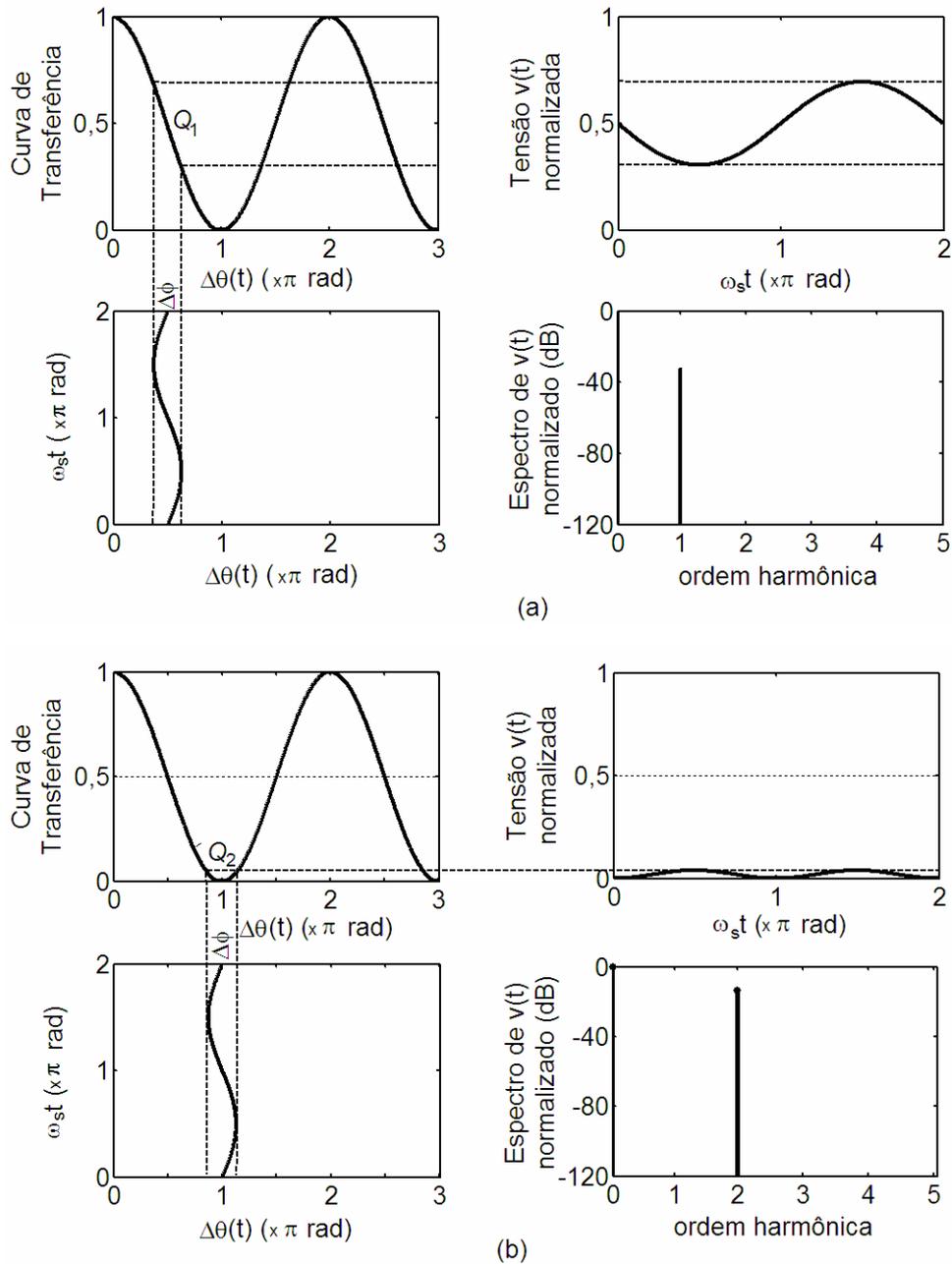


Figura 3.6 – Tensão fotodetectada  $v(t)$  e seu espectro de magnitude em dB (até a quinta harmônica), normalizados, para uma excitação do tipo  $\Delta\phi = xsen(\omega_s t)$ , considerando visibilidade unitária, e regime sub-franjas, com índice de modulação  $x = 0,4$  rad. (a) ponto quiescente  $Q_1$  [ $\phi_0(t) = \pi/2$  rad]. (b) O ponto quiescente foi deslocado para  $Q_2$  [ $\phi_0(t) = \pi$  rad].

As Figs. 3.7 e 3.8 apresentam a influência da deriva da fase  $\phi_0(t)$  sobre o sinal fotodetectado  $v(t)$  para o interferômetro operando em regime multi-franjas, sendo  $x = 2\pi$

rad. Como se observa nas figuras, as amplitudes das harmônicas variam muito com o deslocamento do ponto quiescente com  $\phi_0(t)$  e com o valor do índice de modulação  $x$ , podendo assumir valores nulos em condições específicas. Por exemplo, na Fig 3.7-a, observam-se somente harmônicas ímpares no espectro (as pares são nulas), na Fig. 3.7-b observam-se somente harmônicas pares (as ímpares é que são nulas, nesta situação), e na Fig. 3.8 nota-se a presença de ambas, harmônicas ímpares e pares (não nulas).

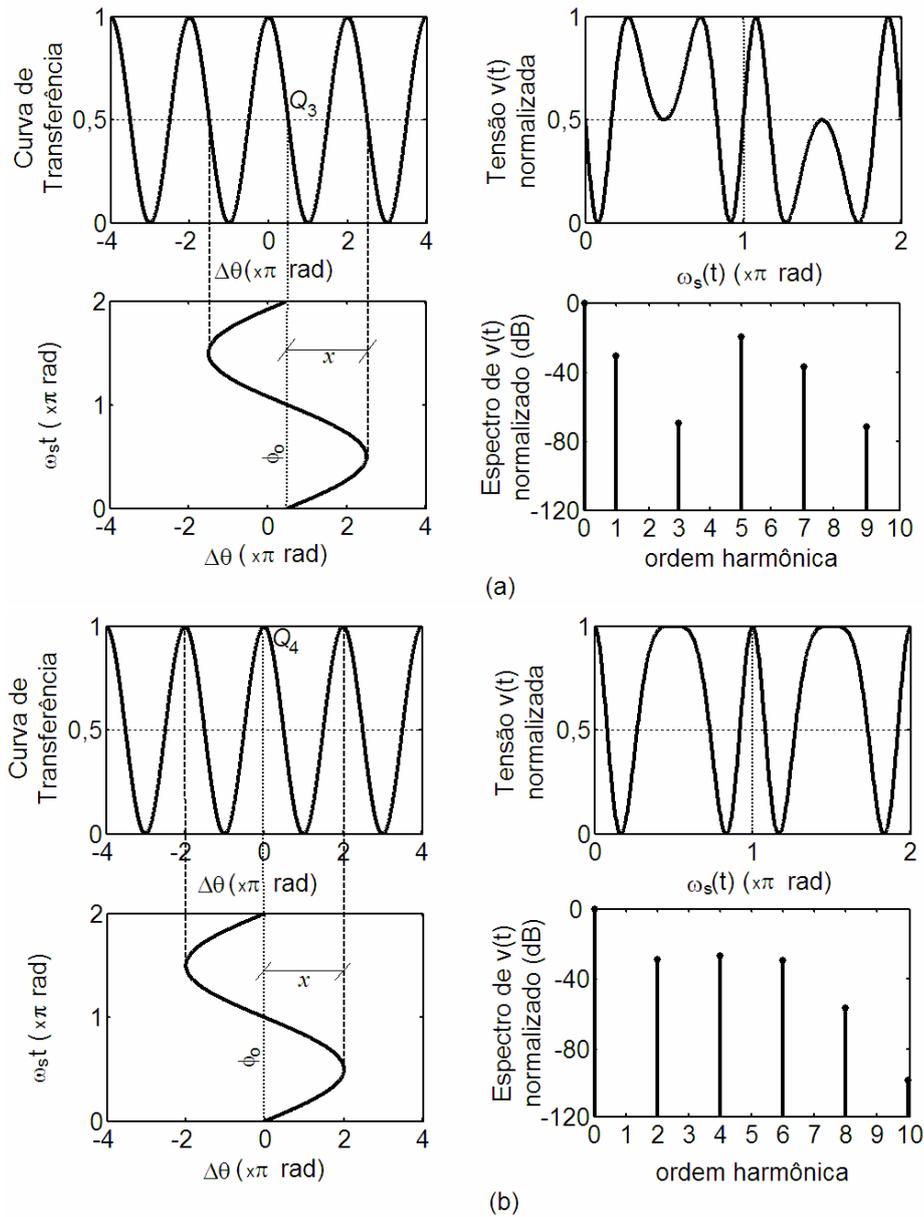
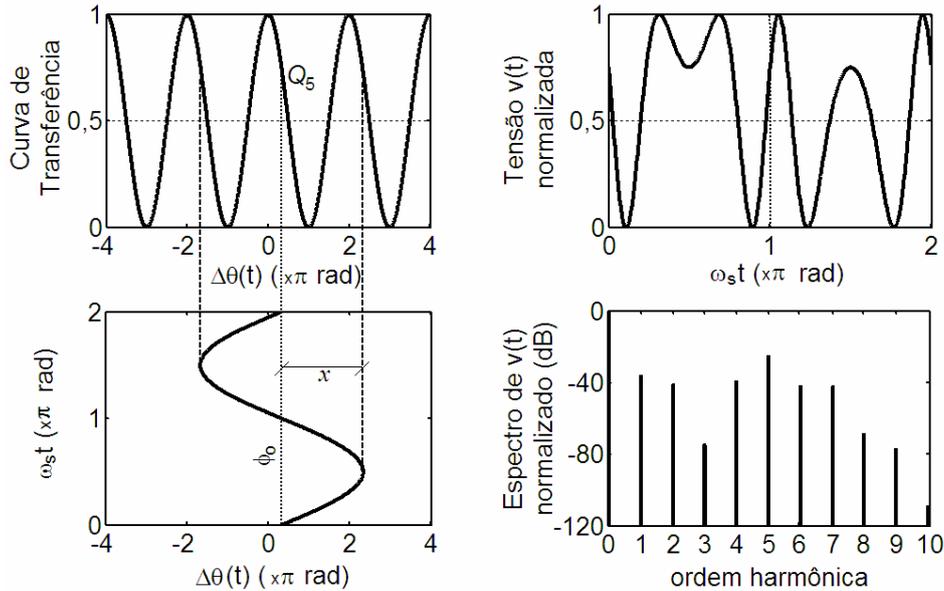


Figura 3.7 – Tensão fotodetectada  $v(t)$  e seu espectro de magnitude em dB (até a décima harmônica), normalizados, para uma excitação do tipo  $\Delta\phi = x \text{sen}(\omega_s t)$ , considerando visibilidade unitária, e regime multi-franjas, com índice de modulação  $x = 2\pi$  rad. (a) ponto quiescente  $Q_3$  [ $\phi_0(t) = \pi/2$  rad]. (b) Ponto quiescente  $Q_4$  [ $\phi_0(t) = 0$ ].



**Figura 3.8** – Tensão fotodetectada  $v(t)$  e seu espectro de magnitude em dB (até a décima harmônica), normalizados, para uma excitação  $\Delta\phi = x \text{sen}(\omega_s t)$ , considerando visibilidade unitária, e regime multifranjas, com índice de modulação  $x = 2\pi$  rad e ponto quiescente  $Q_5$ , [ $\phi_0(t) = \pi/3$  rad].

Na prática, manter o ângulo  $\phi_0(t)$  estático, usando interferometria homódina sem realimentação, exigiria um perfeito controle térmico sobre o ambiente do laboratório, bem como, manter espelhos e divisores de feixe do interferômetro imóveis, durante todo o tempo. Em ambientes não controlados,  $\phi_0(t)$  pode sofrer variações de dezenas de radianos em poucos segundos. O problema de desvanecimento de sinal pode ser minimizado com uma montagem eficiente do interferômetro sobre uma mesa óptica com grande massa inercial e amortecimento pneumático. Pode-se também providenciar um ambiente adequado, com isolamento acústica e temperatura controlada, para a realização de experimentos com o interferômetro, mas tudo isso ainda não garantiria eficiência plena.

Além disso, na presença de ruído aditivo devido ao processo de fotodetecção, a SNR das harmônicas varia em concomitância com a variação dos fatores  $P$  e  $Q$ .

Muitas pesquisas científicas em interferometria direcionaram seus interesses em arranjos e métodos de detecção passiva para minimizar o efeito do desvanecimento de sinal provocado pela variação da fase  $\phi_0(t)$ , as quais foram registradas em um grande número de publicações, dentre os quais se destacam os métodos de demodulação de fase usando componentes espectrais  $J_1 \dots J_4$  [113], [114],  $J_1 \dots J_6\text{-pos}$  e  $J_1 \dots J_6\text{-neg}$  [118] e  $J_0 \dots J_2$  [116], os quais serão descritos no Capítulo 4 desta tese.

### 3.3.4 – Efeito do Ruído eletrônico nas Harmônicas da Tensão Fotodetectada

Como já mencionado na seção 3.3.1, há várias fontes de ruído eletrônico em um sistema interferométrico, presentes no processo de fotodetecção e condicionamento de sinal [164], [169], bem como, na geração do laser pela fonte óptica.

O erro na medição de uma harmônica da tensão fotodetectada dependerá sobretudo da SNR para esta componente espectral. Níveis de amplitudes harmônicas altas não implicam obrigatoriamente em ótima qualidade da tensão fotodetectada. Diferente disso, o erro é minimizado quando, não o nível do sinal, mas a SNR é a mais alta possível.

Sudarshanam observou em seus experimentos usando interferometria, a predominância do ruído  $1/f^2$  (de potência), e utilizou um modelo analítico deste tipo de ruído para simular os métodos espectrais que desenvolveu [117], [118], [128]. Nos próximos capítulos desta tese, na análise dos métodos espectrais, considerar-se-á a predominância de ruído  $1/f^2$  e de ruído branco. Em princípio, este último apresenta densidade de potência uniforme, que representa uma impossibilidade prática, pois implicaria em um sistema de largura de banda infinita e numa função de autocorrelação dada por um impulso ideal [165]. No entanto, permite a comparação dos métodos espectrais, com resultados que se assemelharam muito aos de simulação e experimentos, principalmente, nas situações em que a SNR é maior que a unidade.

Desta forma, na presença de ruído com densidade espectral de potência  $1/f^2$  (ou, de tensão de ruído  $1/f$ ) as harmônicas ímpares e pares da tensão fotodetectada podem ser estimadas, a partir de (3.27-a) e (3.27-b), respectivamente, como [117], [118]:

$$V_{2n-1} = AF \left[ PJ_{2n-1}(x) + \frac{K}{2n-1} \right], \quad (3.29-a)$$

$$V_{2n} = AF \left[ QJ_{2n}(x) + \frac{K}{2n} \right]. \quad (3.29-b)$$

sendo  $K$  o fator de ruído na frequência fundamental, obtido de:

$$K = \frac{V_{R1}}{AF}, \quad (3.30)$$

em que  $V_{R1}$  é a tensão de ruído na frequência fundamental.

Para ruído branco, tem-se, de forma análoga:

$$V_{2n-1} = AF [PJ_{2n-1}(x) + K], \quad (3.31-a)$$

$$V_{2n} = AF[QJ_{2n}(x) + K]. \quad (3.31-b)$$

O valor de  $K$  pode ser estimado a partir do espectro de magnitude da tensão fotodetectada. Escrevendo-se a componente fundamental  $V_1$  em função de  $V_{R1}$  obtém-se, de (3.29-a) ou (3.31-a) e (3.30):

$$V_1 = AFPJ_1(x) + V_{R1}. \quad (3.32)$$

Isolando-se o termo  $AF$  em (3.32) e substituindo-o em (3.30),  $K$  pode escrito como:

$$K = \frac{V_{R1}}{V_1 - V_{R1}} PJ_1(x), \quad (3.33)$$

sendo que o índice de modulação  $x$  e o fator  $P$  devem se conhecidos ou calculados previamente. Dividindo-se o numerador e o denominador de (3.33) por  $V_{R1}$ , o fator de ruído  $K$  pode ser estimado experimentalmente através da expressão:

$$K = \frac{1}{SNR_1 - 1} PJ_1(x), \quad (3.34)$$

sendo que  $SNR_1$  é a relação sinal-ruído medida na frequência fundamental. A condição  $P=1$  pode ser ajustada experimentalmente, para maximizar o valor de  $V_1$  e de  $SNR_1$ , minimizando erros na estimação de  $K$ , através de (3.34).

Em situações práticas, o fator  $K$  não é constante no tempo; na análise anterior considerou-se um nível de ruído, medido em um longo intervalo de tempo, o que é uma aproximação válida desde que o ruído seja estacionário. Experimentalmente, o que ocorre é um valor instantâneo de tensão de ruído. Se a SNR, medida para cada harmônica utilizada nos cálculos, for razoavelmente maior do que a unidade, esta escolha não compromete os cálculos e a estimação é válida. No entanto, se a SNR for menor do que a unidade, torna-se muito difícil estimar  $V_n$  corretamente na presença de ruído. Deste modo, mais importante do que o nível de ruído, é a SNR das harmônicas quem indicará o erro cometido na leitura destas componentes. Na presença de ruído  $1/f^2$ , a SNR para as harmônicas ímpares e pares, pode ser estimada de (3.29), como:

$$SNR_{2n-1} = \frac{(2n-1)PJ_{2n-1}(x)}{K}, \quad (3.35-a)$$

$$SNR_{2n} = \frac{2nQJ_{2n}(x)}{K}. \quad (3.35-b)$$

E, de forma análoga, para ruído branco, obtém-se de (3.31):

$$SNR_{2n-1} = \frac{PJ_{2n-1}(x)}{K}, \quad (3.36-a)$$

$$SNR_{2n} = \frac{QJ_{2n}(x)}{K}. \quad (3.36-b)$$

Verifica-se em (3.35) e (3.36) que a  $SNR_n$  é inversamente proporcional a  $K$  e depende diretamente da ordem harmônica  $n$ , do termo  $P$  (ou  $Q$ ) e do valor de  $J_n(x)$ . A amplitude da função de Bessel depende do valor de  $x$  e da ordem harmônica, inclusive podendo assumir o valor zero, o que implica que somente o ruído estaria presente nesta frequência. À medida que  $P$  varia de zero à unidade,  $Q$  varia da unidade à zero, e vice-versa, o que significa que a mais alta SNR para as harmônicas ímpares está associada a mais baixa SNR para as harmônicas pares, sendo o recíproco também verdadeiro. Como os fatores  $P$  e  $Q$  oscilam dependendo da fase aleatória  $\phi_0(t)$ , as SNR's das harmônicas podem ser deterioradas em determinados intervalos de tempo.

Sudarshanam usou diferentes arranjos experimentais, baseados num interferômetro de Mach-Zenhder, onde se mediu, na frequência de aproximadamente 1 kHz,  $K=0,000587$  [117] e  $K=0,0011$  [118], para dois arranjos diferentes. O ruído predominante era do tipo  $1/f^2$ . No entanto, sabe-se que o ruído depende da qualidade do sistema óptico empregado e da largura de banda envolvida nas medições na saída do fotodetector.

Usando-se (3.35) e (3.36), e lembrando que  $P = \text{sen}\phi_0(t)$  e  $Q = \text{cos}\phi_0(t)$ , foram elaboradas as Figs. 3.9 e 3.10, respectivamente, usando o software *Matlab*. Os gráficos da Fig. 3.9 mostram as SNR's das seis primeiras harmônicas da tensão fotodetectada para  $K = 0,0011$  (um valor conservativo para muitas situações), considerando ruído  $1/f^2$ , em função de  $x$  e  $\phi_0(t)$ . Na Fig. 3.10 os resultados foram obtidos para ruído branco e  $K=0,0004$  (medido nesta tese, conforme será discutido nos próximos capítulos). Observando as figuras, nota-se que valores específicos da fase  $\phi_0(t)$  ou do índice de modulação  $x$  levam as SNR's para valores relativamente pequenos (regiões em azul), condição em que há uma deterioração das SNR's, que é potencializada pelo fator de ruído  $K$ . Nota-se também que, para baixos índices de modulação, a SNR diminui à medida que a ordem harmônica aumenta.

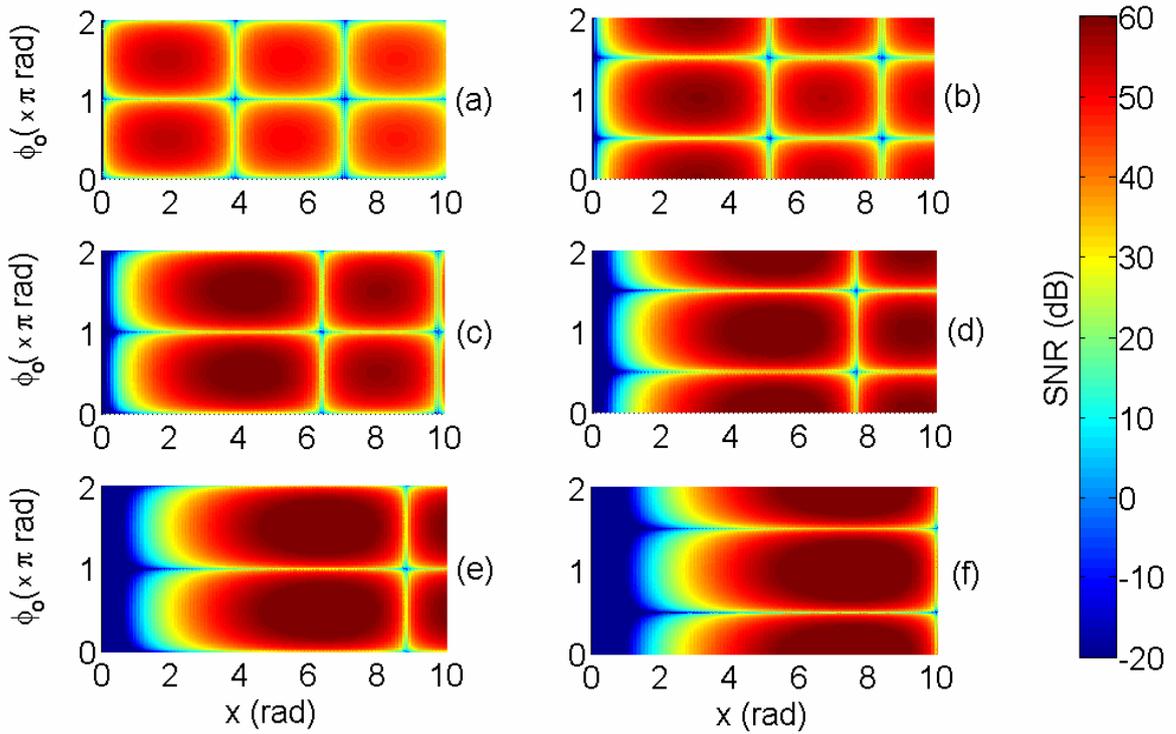


Figura 3.9 – SNR para ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$ . (a) componente fundamental. (b)-(f) segunda a sexta harmônicas, respectivamente.

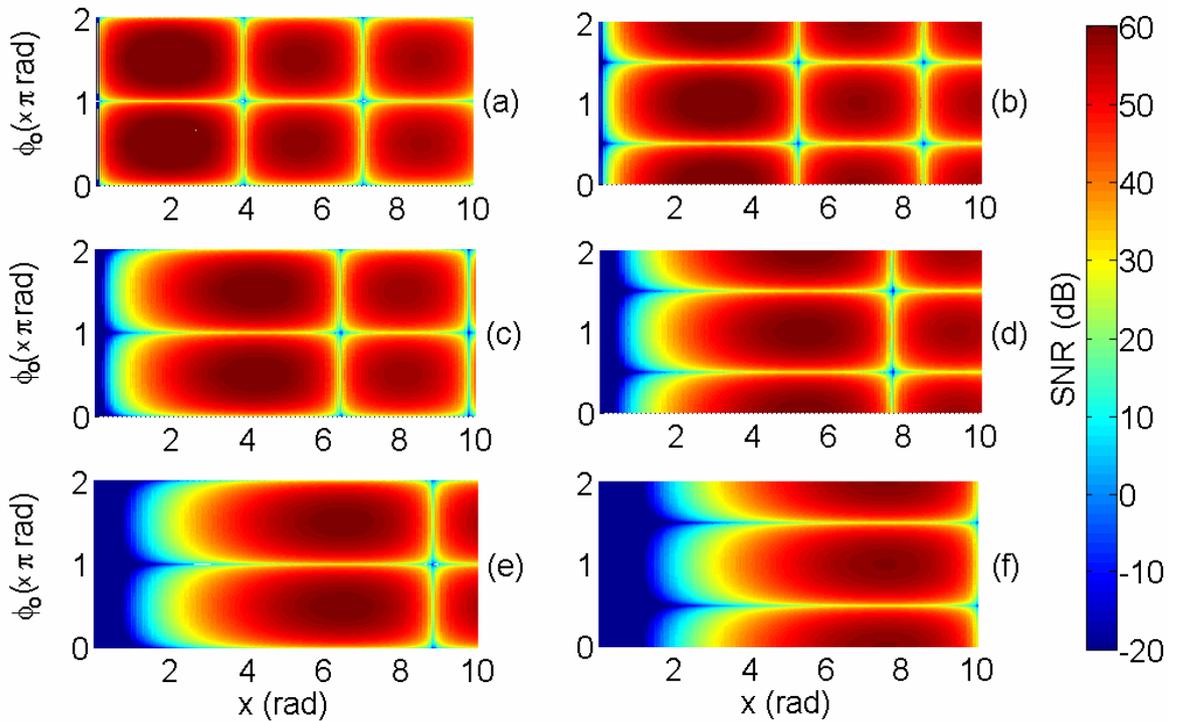


Figura 3.10 – SNR para ruído branco com  $K=0,0004$ . (a) componente fundamental. (b)-(f) segunda a sexta harmônicas, respectivamente.

### 3.4 Discussão

O estudo do ruído, gerado a partir da fotodeteção e do condicionamento de sinal usando um amplificador de transimpedância, mostrou os principais tipos de ruído passíveis de ocorrer e a relação destes com a configuração empregada e a largura de banda do sistema de detecção e condicionamento analógico do sinal. Observa-se que o ruído pode ser minimizado, mas não eliminado do sistema, devido às características eletrônicas envolvidas na detecção. Mostrou-se também que as SNR's das harmônicas são alteradas por um fator multiplicativo, relativo ao desvanecimento de sinal (fatores  $P$  e  $Q$ ), e, por um termo aditivo ( $K$ ), devido principalmente ao ruído eletrônico de fotodeteção e condicionamento do sinal detectado. Nos gráficos das Figs. 3.9 e 3.10, as regiões críticas, onde as SNR's são deterioradas devido à deriva da fase  $\phi_0(t)$  e ao ruído eletrônico ( $K$ ) ficaram evidentes, mostrando que, para índices de modulação muito pequenos e nas regiões próximas de  $\phi_0(t) = n\pi/2$  rad [ $n$  par nos gráficos (a), (c), (e) ou  $n$  ímpar nos gráficos (b), (d) e (f)], o ruído passa a ser dominante sobre o sinal de informação. Há também singularidades com relação à  $x$ .

No próximo capítulo alguns métodos espectrais clássicos de demodulação de fase serão apresentados, nos quais o índice de modulação é calculado diretamente, baseado em relações de recorrência clássicas de funções de Bessel. A contribuição de baixas SNR's nos cálculos e a deriva da fase  $\phi_0(t)$  implica em erros na estimação do índice de modulação e limitação da faixa dinâmica para cada método.

# CAPÍTULO 4

## MÉTODOS CLÁSSICOS DE ANÁLISE ESPECTRAL PARA DEMODULAÇÃO DE FASE ÓPTICA

Dentre os métodos de análise espectral citados no Capítulo 1 desta tese, destacam-se os métodos  $J_1...J_4$  [113], [119],  $J_1...J_4$  Modificado [114],  $J_1...J_6$ -neg e  $J_1...J_6$ -pos [118], e  $J_0...J_2$  [116], por possibilitarem o cálculo direto do deslocamento de fase óptica induzido no feixe de sinal de um interferômetro, além de, em princípio, não serem afetados por variações da intensidade óptica da fonte, visibilidade de franjas e variações aleatórias da fase  $\phi_0(t)$ . No entanto, conforme será discutido adiante, existem algumas restrições particulares no uso destes métodos, que podem conduzir os cálculos da fase induzida para zero ou infinito, incorretamente. Na prática, estes métodos têm limitações na faixa dinâmica, cujos limites mínimo e máximo dependem do nível de ruído do sistema de medição e do desvanecimento de sinal provocado pelo ambiente. Sudarshanam e Claus estudaram o comportamento desses métodos em simulações usando um modelo de ruído  $1/f^2$ , característico do sistema interferométrico experimental que utilizaram em [117]-[118], considerando-se a banda de frequências envolvida nos experimentos. O efeito do desvanecimento de sinal e a influência de ruído  $1/f^2$  no uso das equações relativas aos métodos de cálculo direto serão discutidos no decorrer deste capítulo.

A justificativa para o emprego dos métodos espectrais é que são adequados para uso com um interferômetro de Michelson de baixo custo, não havendo necessidade de deslocamento de frequência óptica (interferometria heteródina), nem de controle da fase  $\phi_0(t)$  (realimentação ativa). Os métodos espectrais são adequados para modulação senoidal de fase induzida no feixe de sinal do interferômetro como, por exemplo, em medições de deslocamentos ou vibrações harmônicas no tempo e de potenciais elétricos em sistemas de energia elétrica (que geralmente operam em  $f = 60$  Hz ou  $f = 50$  Hz).

#### 4.1 Método $J_1...J_4$

A técnica  $J_1...J_4$ , proposta por Sudarshanam e Srinivasan em [113], é baseada na seguinte relação de recorrência para funções de Bessel [66]:

$$x = 2n \frac{J_n(x)}{J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x)}, \quad (4.1)$$

sendo  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Aplicando-se (4.1) para  $n = m + 1$  e  $n = m + 2$ ,  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ , e multiplicando-se os resultados, chega-se a uma nova relação de recorrência:

$$x^2 = 4(m+1)(m+2) \frac{J_{m+1}(x)J_{m+2}(x)}{[J_m(x) + J_{m+2}(x)][J_{m+1}(x) + J_{m+3}(x)]}. \quad (4.2)$$

Tomando como referência (4.2), para  $m \geq 1$ , o índice de modulação  $x$  pode ser obtido a partir da amplitude das harmônicas da tensão fotodetectada (3.27), como:

$$x^2 = 4(m+1)(m+2) \frac{V_{m+1}V_{m+2}}{(V_m + V_{m+2})(V_{m+1} + V_{m+3})}, \quad (4.3)$$

ou seja, considerando uma excitação senoidal, cada componente  $V_n$  pode ser obtida de (3.27-a) ou (3.27-b), de acordo com a sua ordem harmônica  $n$ . Impondo a condição  $P \neq 0$  e  $Q \neq 0$ , (4.2) e (4.3) são equivalentes, pois os fatores  $P$ ,  $Q$  e  $AF$  de cada  $V_n$  se anulam no numerador e denominador de (4.3).

Fazendo-se  $m = 1$  em (4.3), obtém-se o caso particular utilizado no método  $J_1...J_4$ , onde:

$$x^2 = 24 \frac{V_2V_3}{(V_2 + V_4)(V_1 + V_3)}, \quad (4.4)$$

sendo  $V_1, V_2, V_3$  e  $V_4$  as magnitudes das quatro primeiras harmônicas da tensão fotodetectada.

Algumas considerações feitas com relação ao método  $J_1...J_4$ , são as seguintes:

- Para um baixo índice de modulação ( $x \ll 1$  rad),  $J_2(x)$ ,  $J_3(x)$  e  $J_4(x)$  tornam-se pequenos comparados com  $J_1(x)$ , como pode ser observado no gráfico da Fig. 4.1, onde são traçadas as funções de Bessel de primeira espécie e ordens 1, 2, 3 e 4, para uma faixa de valores que se estende de  $x = 0$  a  $x = 10$  rad. Na presença de ruído, a condição  $x \ll 1$  rad pode resultar numa  $SNR$  menor do que a unidade para estas componentes, condição em que o método torna-se ineficiente;
- Não se pode obter  $x$  para  $\phi_0(t) = (2n+1)\pi/2$ ,  $n$  inteiro (condição de quadratura de fase), pois os termos  $V_2$  e  $V_4$  se anulam [conforme informa (3.27)] causando

indeterminação no cálculo de  $x$ . De forma similar, quando  $\phi_0(t) = n\pi$ ,  $n$  inteiro,  $V_1$  e  $V_3$  são iguais a zero e (4.4) é indeterminada;

- Para valores de  $x$  superiores à aproximadamente 3,83 rad, as funções de Bessel assumem valores negativos em certas faixas de  $x$ , e, nesta situação, o uso apenas das componentes do espectro de magnitudes (ou seja, o módulo) da tensão fotodetectada, não demodula  $x$ . Uma alternativa seria escolher um valor maior de  $m$  em (4.3), de maneira que todas as quatro funções de Bessel envolvidas fossem positivas para o intervalo  $x$  considerado. No entanto, isto também limitaria a faixa dinâmica a um intervalo dependente do valor atribuído a  $m$  e os problemas em  $P = 0$  ou  $Q = 0$  persistiriam.

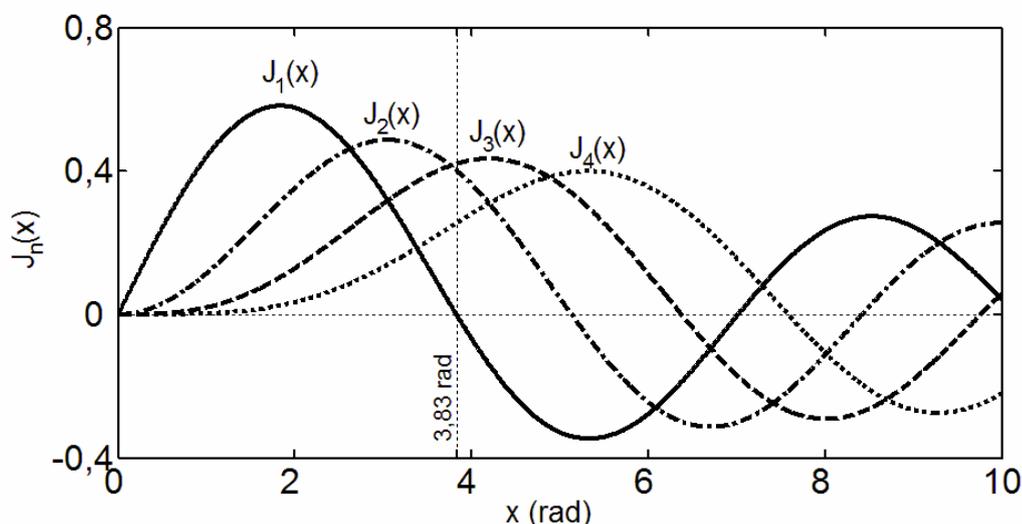


Figura 4.1 – Funções de Bessel de primeira espécie e ordem: — 1, -.-. 2, - - 3 e .... 4.

As magnitudes das harmônicas  $V_1$ - $V_4$  podem ser extraídas do espectro de magnitudes da tensão fotodetectada, utilizando-se um analisador de espectro. Ou então, através do cálculo da Transformada Rápida de Fourier - FFT (*Fast Fourier Transform*) [170], usando aquisição do sinal temporal fotodetectado (3.22) e processamento digital.

## 4.2 Método $J_1 \dots J_4$ Modificado

Este método usa o mesmo princípio da técnica  $J_1 \dots J_4$ , no entanto, a maneira de obtenção das componentes espectrais foi alterada com o objetivo de expandir a faixa dinâmica para valores de  $x$  superiores a 3,83 rad, a partir do qual a função de Bessel de primeira ordem torna-se negativa (Fig. 4.1) [114].

Aplicando as relações trigonométricas  $\cos 2n(\omega_s t + \phi_s) = \cos 2n\phi_s \cos 2n\omega_s t - \sin 2n\phi_s \sin 2n\omega_s t$  e  $\sin[(2n-1)(\omega_s t + \phi_s)] = \cos(2n-1)\phi_s \sin(2n-1)\omega_s t + \sin(2n-1)\phi_s \cos(2n-1)\omega_s t$  a (3.25), chega-se a:

$$v(t) = \frac{A}{2} + AFQJ_0(x) + AFQ \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n}(x) [\cos 2n\phi_s \cos 2n\omega_s t - \sin 2n\phi_s \sin 2n\omega_s t] + \\ - AFP \sum_{n=1}^{\infty} J_{2n-1}(x) [\cos(2n-1)\phi_s \sin(2n-1)\omega_s t + \sin(2n-1)\phi_s \cos(2n-1)\omega_s t]. \quad (4.5)$$

De forma genérica, a função periódica  $v(t)$  pode ser representada como uma série de Fourier trigonométrica, da forma:

$$v(t) = a_0' + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n' \cos(n\omega_s t) - b_n' \sin(n\omega_s t)], \quad (4.6)$$

onde  $n=1, 2, 3, \dots$ ,  $a_0'$ ,  $a_n'$  e  $b_n'$  são os coeficientes da série. Comparando-se (4.5) e (4.6), os termos ímpares da série são:

$$a_{2n-1}' = -AFPJ_{2n-1}(x) \sin(2n-1)\phi_s, \quad (4.7-a)$$

$$b_{2n-1}' = AFPJ_{2n-1}(x) \cos(2n-1)\phi_s, \quad (4.7-b)$$

e os termos pares:

$$a_{2n}' = AFQJ_{2n}(x) \cos 2n\phi_s, \quad (4.8-a)$$

$$b_{2n}' = AFQJ_{2n}(x) \sin 2n\phi_s. \quad (4.8-b)$$

A análise acima permite a seguinte interpretação: se a tensão de saída do fotodetector é amostrada e a FFT é calculada, (4.7-a) e (4.7-b) representam, respectivamente, os valores das partes real e imaginária das harmônicas ímpares da FFT, enquanto (4.8-a) e (4.8-b) representam as partes real e imaginária das harmônicas pares da FFT. Observa-se que, quando os coeficientes  $a_n'$  e  $b_n'$  da FFT são calculados, estes podem assumir valores positivos ou negativos.

Comparando-se (4.7) com (3.27-a), as harmônicas ímpares podem ser calculadas como:

$$V_{2n-1} = \begin{cases} -a_{2n-1}' / \sin(2n-1)\phi_s & |a_{2n-1}'| > |b_{2n-1}'|, \\ b_{2n-1}' / \cos(2n-1)\phi_s & |a_{2n-1}'| < |b_{2n-1}'|. \end{cases} \quad (4.9-a)$$

$$(4.9-b)$$

De maneira similar, obtêm-se as harmônicas pares, de (4.7) e (3.27-b), como:

$$V_{2n} = \begin{cases} a_{2n}' / \cos 2n\phi_s & |a_{2n}'| > |b_{2n}'|, \\ b_{2n}' / \text{sen } 2n\phi_s & |a_{2n}'| < |b_{2n}'|. \end{cases} \quad (4.10-a)$$

$$(4.10-b)$$

As componentes  $V_1-V_4$  calculadas usando-se (4.9) e (4.10) podem assumir valores negativos e positivos, dependendo do valor de  $x$ , pois estão sendo calculadas a partir dos coeficientes  $a_n'$  e  $b_n'$  da série de Fourier. Teoricamente, conhecendo-se  $\phi_s$ , pode-se usar (4.9-a ou b) e (4.10-a ou b) indistintivamente para o cálculo das componentes espectrais, pois resultam os mesmos valores. No entanto, para minimizar erros numéricos no cálculo realizado em computador, deve-se escolher a equação com maior numerador pois, se ambos, numerador e denominador forem números pequenos, a divisão destas quantidades pode gerar um grande erro. Após o cálculo de  $V_1-V_4$ ,  $x$  é obtido como no método  $J_1...J_4$  convencional, a partir de (4.4).

Como  $\phi_s$  é um ângulo arbitrário (que depende do instante inicial da aquisição e amostragem do sinal), este pode assumir qualquer valor. Se  $P$  não é desprezível, o valor de  $\phi_s$  pode ser obtido dividindo-se (4.7-a) por (4.7-b) para  $n = 1$ , o que resulta em:

$$\tan \phi_s = -a_1' / b_1'. \quad (4.11)$$

No entanto, se  $P$  é desprezível, então  $Q$  será próximo da unidade e, neste caso,  $\phi_s$  pode ser obtido dividindo-se (4.8-a) por (4.8-b) para  $n=1$ , resultando em:

$$\tan 2\phi_s = a_2' / b_2'. \quad (4.12)$$

Na faixa  $0 \leq \phi_s < 2\pi$ ,  $\phi_s$  pode assumir dois valores,  $\theta$  e  $\theta + \pi$ , obtendo-se o mesmo resultado no cálculo da função tangente. No entanto, é trivial determinar em qual quadrante  $\phi_s$  se encontra, pois, substituindo os dois valores possíveis em (4.9) e (4.10) e calculando (4.4), observa-se que o produto  $\text{sen}(\cdot)\cos(\cdot)$  de cada parcela de (4.4), leva ao mesmo resultado, porque:

$$\text{sen}[(2n-1)(\theta + \pi)]\cos[(2n-1)(\theta + \pi)] = -\text{sen}[(2n-1)\theta]\{-\cos[(2n-1)\theta]\}, \quad (4.13-a)$$

$$\text{sen}[2n(\theta + \pi)]\cos[2n(\theta + \pi)] = \text{sen}(2n\theta)\cos(2n\theta). \quad (4.13-b)$$

Observa-se ainda que, mesmo não sendo necessária, a determinação do quadrante de  $\phi_s$  pode ser realizada multiplicando-se (4.9-a) por (4.9-b) para  $n = 1$ , chegando-se a:

$$\text{sen}2\phi_s = \frac{-2a_1'b_1'}{[AFPJ_1(x)]^2}, \quad (4.14)$$

sendo que o sinal de  $-2a_1'b_1'$  é o mesmo de  $\text{sen}2\phi_s$ , pois  $[AFPJ_1(x)]^2 > 0$ , o que indica que pelo cálculo de  $-2a_1'b_1'$  é possível saber em que quadrante  $2\phi_s$  encontra-se na faixa de  $0 \leq \phi_s < 2\pi$ .

Torna-se adequado registrar algumas observações com relação ao método  $J_1...J_4$  e  $J_1...J_4$  Modificado [114]:

- Para um baixo índice de modulação ( $x \ll 1$ ),  $J_3(x)$ ,  $J_4(x)$  e  $J_2(x)$  são muito pequenos comparados com  $J_1(x)$  e ambos os métodos mostram-se ineficientes nesta situação;
- Se  $P$  ou  $Q$  forem nulos ou se  $J_n(x) = 0$ ,  $n = 2$  ou  $3$ , o cálculo de  $x$  usando (4.4) não pode ser realizado. Nota-se que, se durante a medição  $V_1$  e  $V_3$  forem iguais a zero simultaneamente, é porque ocorreu  $P = 0$ , pois  $J_1(x)$  e  $J_3(x)$  não podem ser nulos ao mesmo tempo. Neste caso, deve-se repetir a medição até que uma das componentes,  $V_1$  ou  $V_3$  torne-se diferente de zero. Situação similar ocorre na condição em que  $V_2$  e  $V_4$  são nulos ( $Q = 0$ );
- Se, durante a medição,  $V_2 = 0$  e  $V_4 \neq 0$ , o cálculo de  $x$  usando (4.4) não pode ser efetuado, pois isto leva o resultado para zero, erroneamente. O mesmo ocorre na condição  $V_3 = 0$  e  $V_1 \neq 0$ ;
- Embora [114] tenha garantido que o método opere com qualquer valor de  $x$ , isto não é verdadeiro. O extremo superior da faixa dinâmica estende-se somente até aproximadamente 5,1 rad, onde  $J_2(x) = 0$  e  $J_1(x) + J_3(x) = 0$  simultaneamente, ou seja, o numerador e o denominador de (4.4) são nulos. Será visto no final deste capítulo que o erro na presença de ruído torna-se muito grande nas proximidades de pontos de singularidades, como este.

### 4.3 Método $J_1...J_6$ -neg

O método  $J_1...J_6$ -neg [118] utiliza a amplitude da componente fundamental e das próximas cinco harmônicas da tensão fotodetectada (3.27) para calcular o índice de modulação  $x$ , através de:

$$x^2 = \frac{8(3V_3 - 5V_5)(V_2 - 2V_4)}{(V_2 - V_6)(V_1 - V_5)}. \quad (4.15)$$

Substituindo-se  $V_n = AFPJ_n(x)$  ou  $V_n = AFQJ_n(x)$  em (4.15), dependendo se  $n$  é ímpar ou par, respectivamente, obtém-se a expressão do cálculo de  $x$  pelo método  $J_1\dots J_6$ -neg, dada por:

$$x^2 = \frac{8[3J_3(x) - 5J_5(x)][J_2(x) - 2J_4(x)]}{[J_2(x) - J_6(x)][J_1(x) - J_5(x)]}, \quad (4.16)$$

sendo (4.16) uma identidade matemática, a qual será demonstrada como a seguir.

A relação de recorrência apresentada em (4.1) também pode ser escrita como:

$$x[J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x)] = 2nJ_n(x). \quad (4.17)$$

Substituindo-se  $n = 3$  e  $5$  em (4.17) e subtraindo-se as expressões obtidas, membro a membro, chega-se a:

$$x[J_2(x) + J_4(x) - J_4(x) - J_6(x)] = 2[3J_3(x) - 5J_5(x)]. \quad (4.18)$$

De maneira similar, para  $n = 2$  e  $4$ , obtém-se:

$$x[J_1(x) + J_3(x) - J_3(x) - J_5(x)] = 4[J_2(x) - 2J_4(x)]. \quad (4.19)$$

Multiplicando-se (4.18) e (4.19), e isolando-se o termo em  $x$ , obtém-se a identidade (4.16).

O extremo superior da faixa dinâmica de  $x$  usando o método  $J_1\dots J_6$ -neg atinge aproximadamente 3,6 rad, onde ocorre  $J_1(x) = J_5(x)$  e (4.16) torna-se indeterminada. Portanto, é inferior à apresentada para o método  $J_1\dots J_4$  Modificado, que fôra estabelecido em aproximadamente 5,1 rad. Segundo Sudarshanam [118], a vantagem do uso deste método é a possibilidade de medição de pequenos índices de modulação, se o sistema apresentar ruído predominante do tipo  $1/f^2$  pois, neste caso, os termos aditivos de ruído no numerador de (4.16) se anulam, o que teoricamente reduz a influência do ruído no cálculo de  $x$ . No entanto, destaca-se que a obtenção das harmônicas de ordem superior (a partir da terceira harmônica) para índices inferiores a 0,1 rad, é difícil, visto que a SNR típica nesta faixa é menor do que a unidade. A mínima fase detectada pela aplicação do método  $J_1\dots J_6$ -neg, em medições experimentais, foi de 0,14 rad, contra 0,5 rad pelo método  $J_1\dots J_4$  [118]. Este assunto será discutido no final deste capítulo.

#### 4.4 Método $J_1\dots J_6$ -pos

O método  $J_1\dots J_6$ -pos [118], concebido para que a faixa dinâmica fosse expandida também no seu limite superior em relação ao método  $J_1\dots J_4$  Modificado, utiliza novamente a amplitude da fundamental e as próximas cinco harmônicas da tensão fotodetectada (3.27) para calcular o índice de modulação  $x$ , através de:

$$x^2 = \frac{240(V_2 + V_4)(V_3 + V_5)}{(2V_1 + 3V_3 + V_5)(5V_2 + 8V_4 + 3V_6)}. \quad (4.20)$$

Substituindo-se cada  $V_n = AFPJ_n(x)$  ou  $V_n = AFQJ_n(x)$ , dependendo se  $n$  é ímpar ou par, respectivamente, obtém-se a expressão do cálculo de  $x$  pelo método  $J_1\dots J_6$ -pos, dada por:

$$x^2 = \frac{240[J_2(x) + J_4(x)][J_3(x) + J_5(x)]}{[2J_1(x) + 3J_3(x) + J_5(x)][5J_2(x) + 8J_4(x) + 3J_6(x)]}, \quad (4.21)$$

a qual constitui uma identidade matemática. De forma análoga ao desenvolvimento realizado para o método  $J_1\dots J_6$ -neg, a identidade matemática (4.21) é demonstrada como a seguir.

Substituindo-se  $n = 2, 3, 4$  e  $5$  em (4.17) e multiplicando-se as equações obtidas, pelas constantes inteiras  $2, 5, 1$  e  $3$ , respectivamente, obtém-se:

$$x[2J_1(x) + 2J_3(x)] = 8J_2(x), \quad (4.22-a)$$

$$x[5J_2(x) + 5J_4(x)] = 30J_3(x), \quad (4.22-b)$$

$$x[J_3(x) + J_5(x)] = 8J_4(x), \quad (4.22-c)$$

$$x[3J_4(x) + 3J_6(x)] = 30J_5(x). \quad (4.22-d)$$

A soma de (4.22-a) e (4.22-c) resulta em:

$$x[2J_1(x) + 2J_3(x) + J_3(x) + J_5(x)] = 8[J_2(x) + J_4(x)]. \quad (4.23)$$

A soma de (4.22-b) e (4.22-d) resulta em:

$$x[5J_2(x) + 5J_4(x) + 3J_4(x) + 3J_6(x)] = 30[J_3(x) + J_5(x)]. \quad (4.24)$$

Multiplicando-se (4.23) por (4.24) e isolando  $x$  obtém-se a identidade (4.21).

O extremo superior da faixa dinâmica de  $x$  para o método  $J_1\dots J_6$ -pos chega a aproximadamente  $6,38$  rad, onde ocorrem, simultaneamente,  $J_3(x) = 0$ ,  $2J_1(x) = -J_5(x)$  e  $J_2(x) = -J_4(x)$  e, portanto, (4.21) torna-se indeterminada. A técnica  $J_1\dots J_6$ -pos amplia o limite de medição para  $6,3$  rad em relação ao método  $J_1\dots J_4$  Modificado, que tem uma faixa

dinâmica indo somente até 5,1 rad. A mínima fase detectável não é melhorada pela aplicação deste método, se comparada com os resultados obtidos com o  $J_1...J_4$  convencional.

Os métodos  $J_1...J_6$ -neg e  $J_1...J_6$ -pos se complementam e foram denominados pelos seus autores de “Método  $J_1...J_4$  Genérico” [118]. O limite inferior da faixa dinâmica desses métodos é estabelecido de acordo com a natureza do ruído predominante no sistema, e será abordado na seção 4.7.

#### 4.5 Método $J_0...J_2$

Poder-se-ia acreditar que, relativamente aos métodos anteriores, um menor valor para a mínima fase detectável poderia ser obtida fazendo-se  $m=0$  em (4.2), resultando:

$$x^2 = 24 \frac{J_1(x)J_2(x)}{[J_0(x) + J_2(x)][J_1(x) + J_3(x)]}, \quad (4.25)$$

o qual constituiria o “método  $J_0...J_3$ ”, em analogia com o já conhecido  $J_1...J_4$ , descrito anteriormente na seção 4.1. No entanto, o índice  $x$  não pode ser calculado a partir de (4.25), pois  $V_0$  dado em (3.26), contém uma parcela que depende exclusivamente da intensidade óptica da fonte e não é cancelada diretamente substituindo-se os  $J_n$  de (4.25) pelas respectivas amplitudes das harmônicas ( $V_n$ ).

O método  $J_0...J_2$  é baseado na relação de recorrência (4.1) para  $n=1$ , ou seja,  $x$  é obtido através de:

$$x = 2 \frac{J_1(x)}{J_0(x) + J_2(x)}, \quad (4.26)$$

onde o problema citado acima, referente ao termo  $J_0(x)$ , é solucionado deslocando-se o termo quase DC do espectro de magnitude do sinal para uma frequência superior, através do uso de um modulador senoidal auxiliar posicionado no ramo de referência do interferômetro. Isto encarece o arranjo experimental em relação ao usado para o método  $J_1...J_4$ . No entanto, ainda é mais simples que a interferometria heteródina, que requer um deslocador de frequência óptica, ou métodos homódinos ativos, que necessitam de realimentação e controle para estabilização das franjas. O método  $J_0...J_2$  é explicado a seguir [116].

No exemplo que se segue, uma vibração de interesse, senoidal, do tipo  $\Delta l = (4\pi / \lambda) x \text{sen} \omega_s t$ , atua no ramo de sinal do interferômetro, onde  $x$  é o pico de desvio de fase provocado pela vibração no feixe óptico no ramo de sinal. No método  $J_0...J_2$ , a fase do

feixe óptico no ramo de referência é também modulada para produzir uma portadora de fase senoidal. Assim, a tensão fotodetectada (3.22) pode ser escrita como:

$$v(t) = \frac{A}{2} + \frac{AF}{2} \cos[\phi_s(t) + \phi_a(t) + \phi_0(t)], \quad (4.27)$$

sendo  $\phi_s(t) = x \text{sen} \omega_s t$ , o desvio de fase referente à vibração senoidal de interesse na frequência  $\omega_s$ ,  $\phi_a(t) = x_a \text{sen} \omega_a t$ , o desvio de fase devido à inserção da portadora senoidal auxiliar na frequência  $\omega_a$ , e  $x$  e  $x_a$  são os respectivos índices de modulação de fase.

Substituindo as expressões de  $\phi_s(t)$  e  $\phi_a(t)$  em (4.27) e expandindo-a em termos em funções de Bessel de primeira espécie, obtém-se:

$$\begin{aligned} v(t) = & \frac{A}{2} + \frac{AF}{2} \left( J_0(x_a) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_{2n}(x_a) \cos(2n\omega_a t) \right) \times \\ & \left[ \left( J_0(x) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_{2n}(x) \cos(2n\omega_s t) \right) Q - \left( 2 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n J_{2n+1}(x) \cos[(2n+1)\omega_s t] \right) P \right] \\ & - \frac{AF}{2} \left( 2 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n J_{2n+1}(x_a) \cos[(2n+1)\omega_a t] \right) \times \\ & \left[ \left( 2 \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n J_{2n+1}(x) \cos[(2n+1)\omega_s t] \right) Q + \left( J_0(x) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n J_{2n}(x) \cos(2n\omega_s t) \right) P \right], \quad (4.28) \end{aligned}$$

a partir de onde se extrai as componentes espectrais de interesse, dadas por:

$$V_{(1,0)} = V(f_a) = AFPJ_1(x_a)J_0(x), \quad (4.29-a)$$

$$V_{(1,1)} = V(f_a + f_s) = AFQJ_1(x_a)J_1(x), \quad (4.29-b)$$

$$V_{(1,2)} = V(f_a + 2f_s) = AFPJ_1(x_a)J_2(x), \quad (4.29-c)$$

$$V_{(2,0)} = V(2f_a) = AFQJ_2(x_a)J_0(x), \quad (4.29-d)$$

$$V_{(2,1)} = V(2f_a + f_s) = AFPJ_2(x_a)J_1(x), \quad (4.29-e)$$

$$V_{(2,2)} = V(2f_a + 2f_s) = AFQJ_2(x_a)J_2(x), \quad (4.29-f)$$

$$V_{(3,0)} = V(3f_a) = AFPJ_3(x_a)J_0(x), \quad (4.29-g)$$

$$V_{(3,1)} = V(3f_a + f_s) = AFQJ_3(x_a)J_1(x), \quad (4.29-h)$$

sendo  $f_i = \omega_i / 2\pi$  para  $i = a, s$ . Somente as magnitudes (módulos) das amplitudes da tensão foram consideradas em (4.29).

Baseando-se na relação de recorrência para funções de Bessel apresentada em (4.26),  $x$  pode ser obtido também através da seguinte expressão:

$$x^2 = \frac{4V_{(1,0)}V_{(1,1)}V_{(2,1)}}{V_{(2,0)}[V_{(1,0)} + V_{(1,2)}]^2}, \quad (4.30)$$

onde os fatores  $P$  (ou  $Q$ ),  $A$  e  $F$  se cancelam mutuamente no numerador e denominador de (4.30), obtendo-se a identidade (4.26), desde que  $P \neq 0$  e  $Q \neq 0$ . Respeitando-se estas condições, o método  $J_0...J_2$  não é afetado pela variação aleatória da fase  $\phi_0(t)$ , flutuações de intensidade da fonte óptica e variações na visibilidade das franjas. Ou seja, neste método, assim como ocorria para o  $J_1...J_4$  e o  $J_1...J_6$ , um controle da fase  $\phi_0(t)$ , mantendo-a em quadratura, bem como estabilização da fonte óptica e controle de polarização dos feixes ópticos, não são necessários.

Usando o método  $J_0...J_2$  um índice de modulação muito reduzido (relativamente aos métodos  $J_1...J_4$  e  $J_1...J_6$ -neg e  $J_1...J_6$ -pos) pode ser obtido, da ordem de 0,01 rad. Por outro lado, o método torna-se impreciso próximo de 2,4 rad [116].

Os métodos descritos até aqui permitem medir o índice de modulação  $x$ . Na próxima seção, apresenta-se um método que permite a medição de  $\phi_0(t)$ .

#### 4.6 Método Espectral de Medição da Fase $\phi_0(t)$ desenvolvido por Sudarshanam

Um método de medição de  $\phi_0(t)$ , baseado em análise espectral, foi proposto por Alan V. Sudarshanam, em [128]. Segundo este método,  $\phi_0(t)$  pode ser obtido de:

$$\phi_0(t) = \tan^{-1} \left[ \frac{V_1 J_2(x)}{V_2 J_1(x)} \right], \quad (4.31)$$

sendo que,  $V_1$  e  $V_2$  são, respectivamente, a fundamental e a segunda harmônica do sinal fotodetectado,  $J_1(x)$  e  $J_2(x)$  são funções de Bessel de primeira espécie e primeira e segunda ordens, respectivamente. O valor de  $x$  pode ser calculado usando-se o método  $J_1...J_4$ , o qual independe de  $\phi_0(t)$ . Deste modo, a aplicação do método depende da medição das quatro primeiras harmônicas da tensão fotodetectada, pois estas devem ser utilizadas para a obtenção de  $x$ . De acordo com (3.27), substituindo-se  $P = \text{sen}\phi_0(t)$  e  $Q = \text{cos}\phi_0(t)$ ,  $V_1$  e  $V_2$  são dadas por:

$$V_1 = AFJ_1(x)\text{sen}\phi_0(t), \quad (4.32-a)$$

$$V_2 = AFJ_2(x)\text{cos}\phi_0(t). \quad (4.32-b)$$

A substituição de (4.32) em (4.31) causa o cancelamento do fator  $AF$ , tornando (4.31) equivalente à  $\phi_0(t) = \tan^{-1}[\tan \phi_0(t)]$ , o que justifica o método.

#### 4.7 Análises dos Métodos Espectrais Clássicos considerando Ruído $1/f^2$ e Ruído branco

Nesta seção, serão apresentados os resultados de cálculos realizados usando o software *Matlab* na presença de ruído  $1/f^2$  (com o fator  $K/n$ ) e de ruído branco (com o fator  $K$  constante), definidos no Capítulo 3. As análises são realizadas para os métodos  $J_1...J_4$ ,  $J_1...J_6$  (*neg* e *pos*) e  $J_0...J_2$ . A influência do ruído nos cálculos do índice de modulação de fase usando estes métodos leva a um erro absoluto de fase, estabelecido como:

$$\Delta x = x - x', \quad (4.33)$$

sendo  $x$  o valor esperado do índice de modulação e  $x'$  o valor estimado, calculado usando os métodos clássicos e o fator de ruído. O erro relativo percentual, calculado em módulo, é definido por:

$$\Delta x_r = \frac{|\Delta x|}{x} \times 100\%. \quad (4.34)$$

O erro devido ao ruído limita a faixa dinâmica para cada método, estabelecendo um limiar mínimo, definido em [117], [118] como o MDPS (*Minimum Detectable Phase Shift*), o mínimo desvio de fase detectável, correspondente a um erro percentual de 100%.

Desta forma, o MDPS é definido como o valor de  $x$  para o qual  $|\Delta x| = x$ . Graficamente, o MDPS pode ser determinado, identificando-se o ponto em que a curva de  $\Delta x$  em função de  $x$ , intersecta a reta definida traçando-se  $x$  ou  $-x$  em função de  $x$  no mesmo gráfico.

Nos resultados apresentados na seção 3.3.4, onde as SNRs das seis primeiras harmônicas da tensão fotodetectada foram obtidas em função de  $\phi_0(t)$  e de  $x$ , o fator de ruído foi fixado em  $K = 0,0011$  para ruído  $1/f^2$  e  $K = 0,0004$  para ruído branco. Nas próximas análises serão realizadas simulações para estas condições.

Os gráficos que serão apresentados a seguir seguem uma simbologia padrão, que vale ressaltar:

- Todas as simulações são realizadas no *Matlab*;
- A simbologia utilizada na maioria dos gráficos é a mesma: pontos em cor preta (●) representam os resultados das simulações considerando-se ruído branco com

$K=0,0004$ , enquanto asteriscos em cor azul (\*), os resultados referentes a ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$ ;

- Quando não especificado, adota-se  $P = Q = \sqrt{2}/2$ , ou seja,  $\phi_0(t) = \pi/4$  rad, que se refere a uma boa condição para obtenção de ambas as harmônicas, ímpares e pares;
- Há gráficos tridimensionais, em que se calcula o erro relativo percentual  $\Delta x_r$ , em função de  $x$  e de  $\phi_0(t)$ , e outros, em que se calcula o erro relativo percentual em função do fator de erro  $K$  e de  $\phi_0(t)$ . Nestes casos, o erro relativo está representado numa escala de cores, cuja intensidade máxima corresponde a um erro de 10% ou superior. Limitou-se o erro a 10% para tornar evidentes os pontos de singularidades e as regiões próximas destes, onde o erro é significativo;
- O extremo inferior da faixa dinâmica é igual ao MDPS, enquanto o extremo superior é estabelecido a partir de um erro máximo admissível igual a  $\Delta x = 0,05$  rad (o mesmo adotado em [118]).

#### 4.7.1 Faixa Dinâmica e Erro no Cálculo de $x$ usando os Métodos $J_1...J_4$ e $J_1...J_4$ Modificado

Na presença de ruído aditivo do tipo  $1/f^2$  na fotodetecção e considerando-se os fatores de desvanecimento de sinal, o índice de modulação  $x$  calculado para o método  $J_1...J_4$  Modificado pode ser estimado ( $x'$ ), a partir de (4.4), como [117]:

$$x'^2 = 24 \frac{(QJ_2 + K/2)(PJ_3 + K/3)}{[(J_1P + K) + (J_3P + K/3)][(J_2Q + K/2) + (J_4Q + K/4)]}, \quad (4.35)$$

sendo que os termos  $J_n$  referem-se a  $J_n(x)$ . De forma análoga, para ruído branco, obtém-se:

$$x'^2 = 24 \frac{(QJ_2 + K)(PJ_3 + K)}{[(J_1P + K) + (J_3P + K)][(J_2Q + K) + (J_4Q + K)]}. \quad (4.36)$$

Para o método  $J_1...J_4$  original toma-se o módulo das harmônicas, dado por  $|PJ_n + K/n|$  para ruído  $1/f^2$  e  $n$  ímpar,  $|QJ_n + K/n|$  para ruído  $1/f^2$  e  $n$  par,  $|PJ_n + K|$  para ruído branco e  $n$  ímpar, e  $|QJ_n + K|$  para ruído branco e  $n$  par.

Os gráficos das Figs. 4.2 e 4.3 são elaborados usando-se (4.35) e (4.36), onde em (a) tem-se o cálculo para o método  $J_1...J_4$  e, em (b) para o método  $J_1...J_4$  Modificado. Na Fig. 4.2 é mostrado o erro absoluto (4.33) como uma função do valor esperado de  $x$ , para a fase

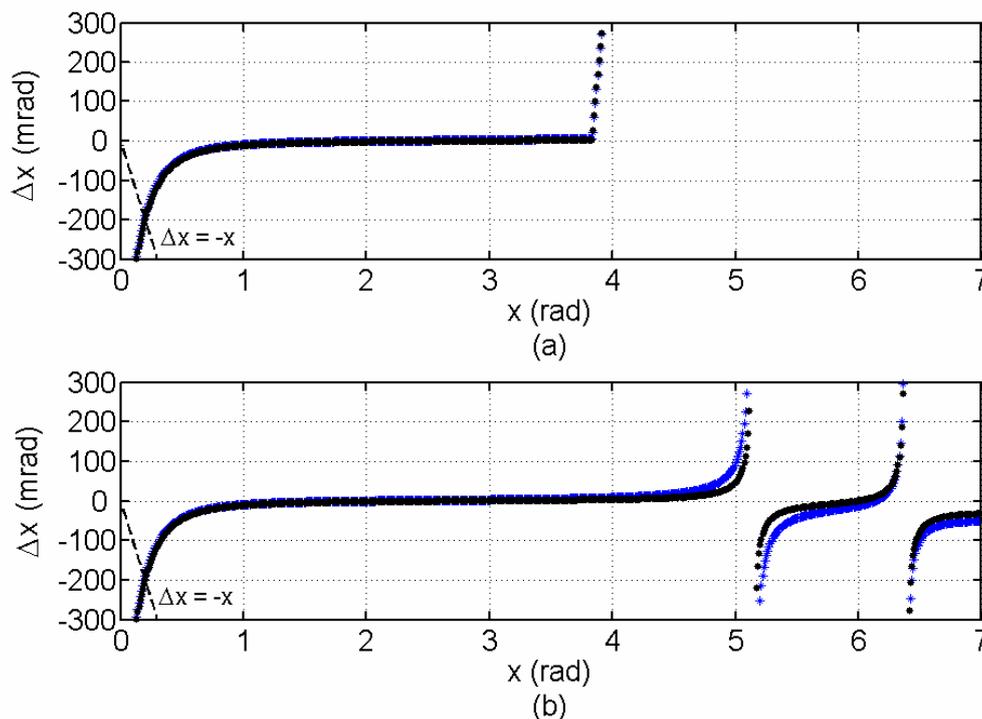


Figura 4.2 – Erro absoluto de fase  $\Delta x$  como uma função do valor esperado  $x$ , considerando-se: (\*) ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$  e (●) ruído branco com  $K=0,0004$ . A linha tracejada  $-x$  é utilizada para a identificação do MDPS: o valor de  $x$  correspondente a  $\Delta x = -x$ . (a) Método  $J_1...J_4$ . (b) Método  $J_1...J_4$  Modificado.

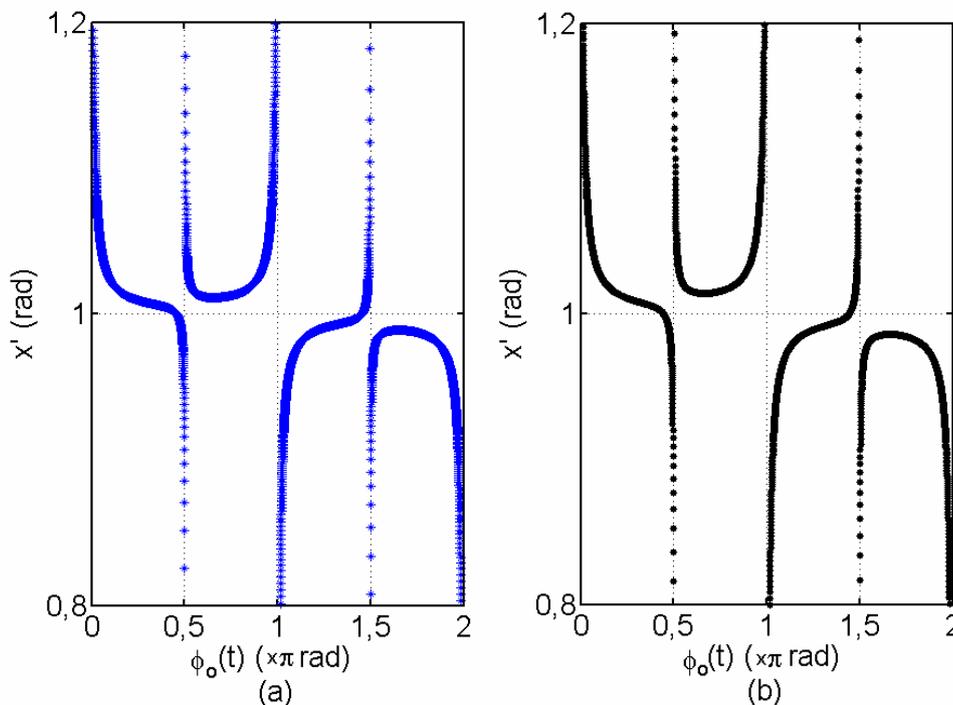


Figura 4.3 - Fase estimada  $x'$  em função da fase  $\phi_0(t)$  para o valor esperado  $x = 1$  rad, pela aplicação do método  $J_1...J_4$ . (a) Simulação para ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$ . (b) Simulação para ruído branco com  $K=0,0004$ .

$\phi_0(t) = \pi/4$  rad, resultando em  $P = Q = \sqrt{2}/2$ . Como se observa, a faixa dinâmica fica limitada a 3,8 rad para o método  $J_1...J_4$  (Fig. 4.2-a) e 5 rad para o método  $J_1...J_4$  Modificado (Fig. 4.2-b). O limite superior da faixa dinâmica para o método  $J_1...J_4$  convencional está associada ao fato de que  $J_1(x)$  assume valores negativos acima de 3,83 rad. Na região de baixos índices de modulação, estabelece-se um MDPS: um deslocamento de fase onde o erro relativo na estimação de  $x$  atinge 100%. O MDPS depende do nível de ruído. Para os limiares de  $K$  estabelecidos, verifica-se, tanto para ruído branco quanto para o  $1/f^2$ , um MDPS de aproximadamente 200 mrad. Por outro lado, os gráficos da Fig. 4.3 são obtidos, mantendo-se  $x$  constante em (4.35) e (4.36), igual a 1 rad, e variando-se  $\phi_0(t)$ , de zero a  $2\pi$  rad. Os pontos de singularidades ficam evidentes, onde  $\phi_0(t)$  é múltiplo de  $\pi/2$  rad.

As Figs. 4.4 e 4.5 mostram  $\Delta x_r$ , dada em (4.34), em função de  $x$  e de  $\phi_0(t)$ , para os métodos  $J_1...J_4$  e  $J_1...J_4$  Modificado, respectivamente. Nesta análise, considera-se somente ruído branco com  $K=0,0004$ , devido ao fato de que os resultados obtidos para ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$ , serem praticamente os mesmos ora apresentados. Os gráficos tridimensionais, que representam uma varredura de toda a faixa dinâmica dos métodos analisados permitem avaliar como a fase  $\phi_0(t)$  afeta a faixa dinâmica, na presença do ruído eletrônico aditivo, representado por  $K$ .

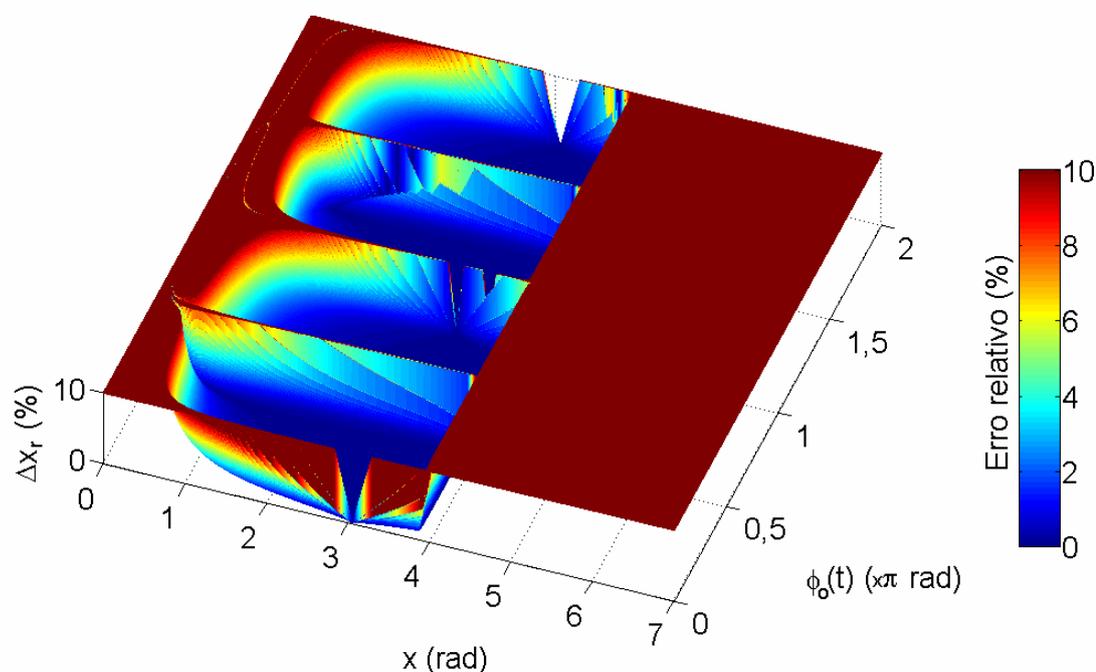
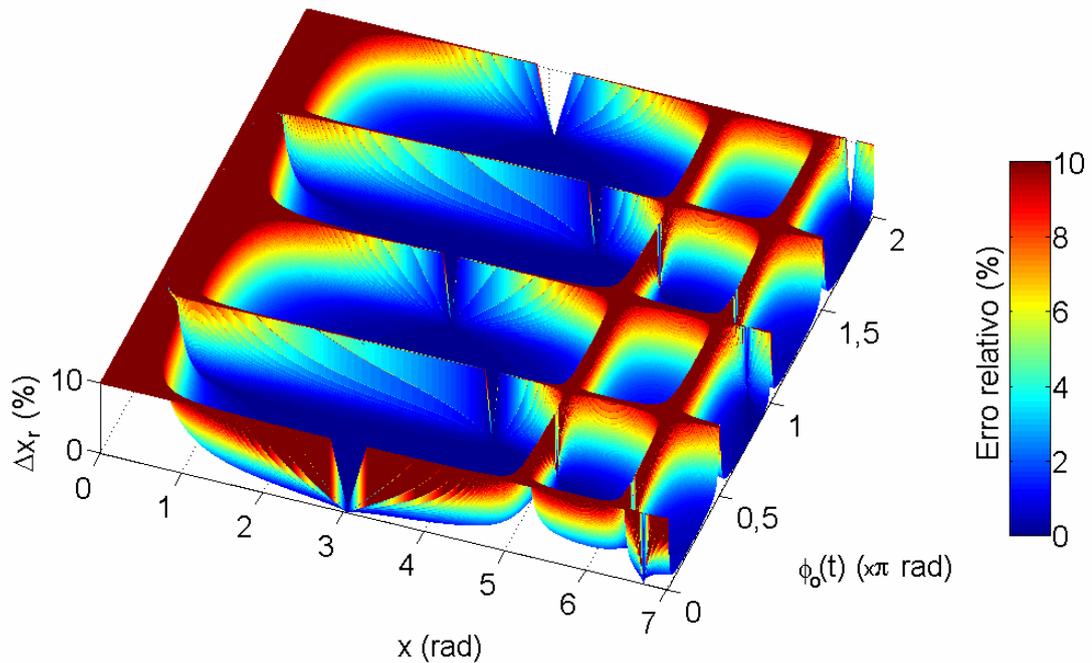


Figura 4.4 – Erro relativo de fase  $\Delta x_r$  como uma função de  $x$  e de  $\phi_0(t)$ , para o método  $J_1...J_4$  e ruído branco com  $K=0,0004$ .



**Figura 4.5** – Erro relativo de fase  $\Delta x_r$ , como uma função de  $x$  e de  $\phi_0(t)$ , para o método  $J_1...J_4$  Modificado e ruído branco com  $K=0,0004$ .

Nas Figs. 4.4 e 4.5, os pontos onde há singularidades apresentam um erro significativo, que foi limitado a 10%, para tornar evidente este efeito. Os cálculos foram realizados com incrementos de 5 mrad, tanto para  $x$  como para  $\phi_0(t)$ . No entanto, destaca-se que este erro pode ser bem maior, chegando-se a ultrapassar a barreira dos 100%. Um exemplo é o resultado da Fig. 4.3, onde se limitou o gráfico a valores que representam  $\pm 20\%$  do valor esperado de  $x$ . Existem faixas de valores de  $x$  onde este efeito é menor, por exemplo, para valores de  $x$  em torno de 3 rad. Isto se deve ao fato de que as  $SNRs$ , medidas para as harmônicas envolvidas nos cálculos nesta faixa, têm valores relativamente elevados.

A Fig. 4.6 é obtida para o método  $J_1...J_4$  Modificado considerando uma simulação com ruído branco. Neste caso, a distribuição do erro relativo percentual é calculada como uma função de  $\phi_0(t)$  e do nível de ruído  $K$ , a fim de se avaliar a influência do nível de ruído no cálculo de  $x$  que, para este resultado, é mantido constante, igual a 1 rad. Analisando o gráfico obtido, verifica-se que o nível de ruído eletrônico potencializa o erro no cálculo de  $x$  nas regiões de singularidades, principalmente na região próxima de  $\phi_0(t) = n\pi/2$  rad. Isto é facilmente explicado pelo fato de que as  $SNRs$  calculadas para as harmônicas pares ou ímpares diminuem com o aumento de  $K$  e tornam-se muito pequenas nestas regiões críticas, levando o cálculo de  $x$

pela aplicação do método  $J_1...J_4$  à erros significativos, não somente sobre os pontos, mas também nas regiões próximas às singularidades.

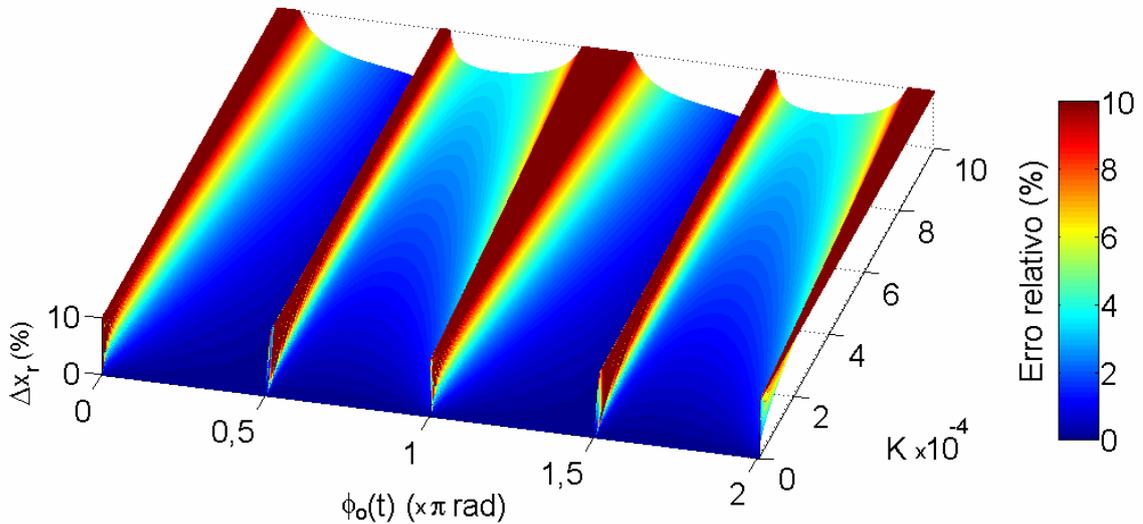


Figura 4.6 – Erro relativo de fase  $\Delta x_r$ , em função de  $K$  e de  $\phi_0(t)$ , calculado para um valor esperado  $x = 1$  rad, usando o método  $J_1...J_4$  Modificado, considerando ruído branco.

#### 4.7.2 Faixa Dinâmica e Erro no Cálculo de $x$ usando os Métodos $J_1...J_6$ -neg e $J_1...J_6$ -pos

Considerando ruído  $1/f^2$  na fotodetecção tem-se, a partir de (4.15), que o índice de modulação estimado para o método  $J_1...J_6$ -neg, é dado por [118]:

$$x'^2 = \frac{8(3PJ_3 - 5PJ_5)(QJ_2 - 2QJ_4)}{(QJ_2 - QJ_6 + K/3)(PJ_1 - PJ_5 + 4K/5)}, \quad (4.37)$$

sendo que os termos em  $K$  se anularam no numerador da expressão. Para ruído branco obtém-se:

$$x'^2 = \frac{8(3PJ_3 - 5PJ_5 - 2K)(QJ_2 - 2QJ_4 - K)}{(QJ_2 - QJ_6)(PJ_1 - PJ_5)}, \quad (4.38)$$

sendo que, neste caso, os termos em  $K$  se cancelaram no denominador da expressão.

A partir de (4.20), obtém-se o índice para o método  $J_1...J_6$ -pos, considerando ruído  $1/f^2$ , como [118]:

$$x'^2 = \frac{240(QJ_2 + QJ_4 + 3K/4)(PJ_3 + PJ_5 + 8K/15)}{(2PJ_1 + 3PJ_3 + PJ_5 + 16K/5)(5QJ_2 + 8QJ_4 + 3QJ_6 + 5K)}. \quad (4.39)$$

Para ruído branco, tem-se para o método  $J_1...J_6$ -pos:

$$x'^2 = \frac{240(QJ_2 + QJ_4 + 2K)(PJ_3 + PJ_5 + 2K)}{(2PJ_1 + 3PJ_3 + PJ_5 + 6K)(5QJ_2 + 8QJ_4 + 3QJ_6 + 16K)}. \quad (4.40)$$

A Fig. 4.7 mostra o erro absoluto de fase  $\Delta x$ , em mrad, em função de  $x$ , para os métodos  $J_1...J_6$ -neg (Fig 4.7-a) e  $J_1...J_6$ -pos (Fig. 4.7-b), para ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$  e ruído branco com  $K=0,0004$ . Observa-se na Fig. 4.7-a que o método  $J_1...J_6$ -neg tem faixa dinâmica limitada a valores até aproximadamente 3,6 rad, onde o erro aumenta devido à singularidade neste ponto. Por outro lado, para ruído  $1/f^2$ , o MDPS é reduzido significativamente para 35 mrad. O mesmo não pode ser afirmado quando se trata de ruído branco, pois o MDPS está próximo de 250 mrad, que representa um valor acima do obtido para o método  $J_1...J_4$ , nas mesmas condições de análise. Se por um lado, o objetivo é reduzir a faixa dinâmica através do método  $J_1...J_6$ -neg, por outro, pretende-se estender a faixa à 6 rad, pelo cálculo de  $x$  usando o método  $J_1...J_6$ -pos. De fato, como pode ser observado nos gráficos da Fig. 4.7-b, a faixa dinâmica foi expandida em 1 rad para o método  $J_1...J_6$ -pos.

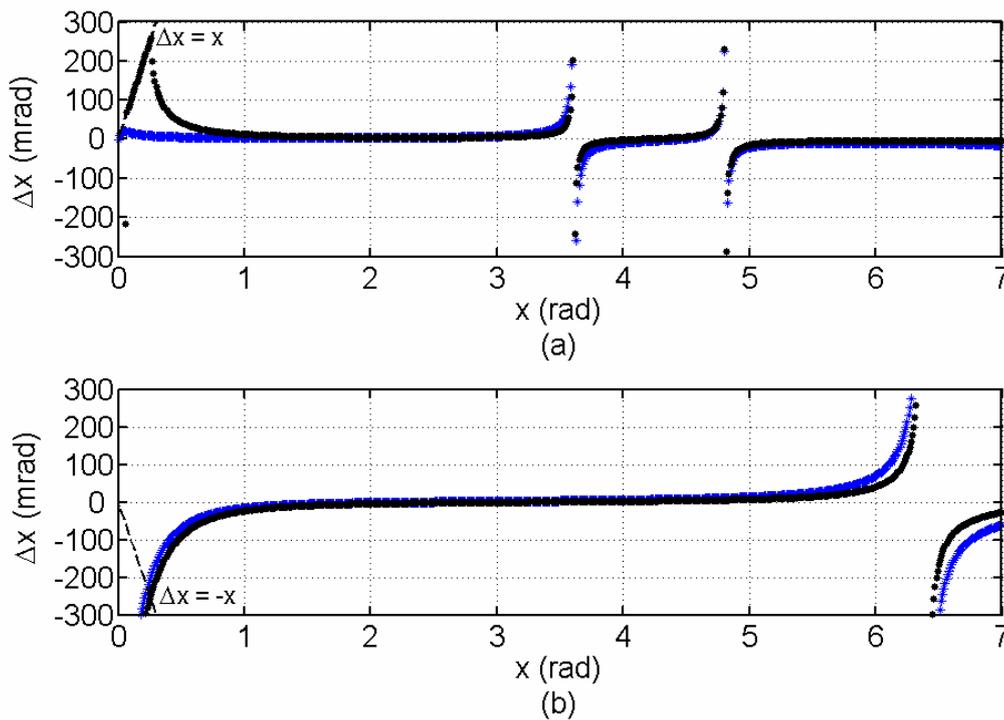


Figura 4.7 – Erro absoluto de fase  $\Delta x$  em função do valor esperado  $x$  para (\*) ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$  e (•) ruído branco com  $K=0,0004$ , onde a linha tracejada  $\pm x$  é utilizada para a identificação do MDPS; o valor de  $x$  correspondente a  $\Delta x = -x$ . (a) Método  $J_1...J_6$ -neg. (b) Método  $J_1...J_6$ -pos.

A Fig. 4.8-a apresenta o cálculo da fase  $x'$  usando o método  $J_1...J_6$ -neg, para um valor esperado de  $x$  igual a 0,5 rad. O erro com ruído branco é visivelmente superior para toda a faixa de valores de  $\phi_0(t)$ , mostrando a ineficiência deste método, nesta condição. A Fig. 4.8-

b é obtida para  $x = 5,8$  rad, pela aplicação do método  $J_1...J_6$ -pos, que tem faixa dinâmica limitada a aproximadamente 6 rad. Em ambos os gráficos, (a) e (b), são evidentes as singularidades nas regiões próximas de  $\phi_0(t) = n\pi/2$  rad, onde o erro torna-se elevado.

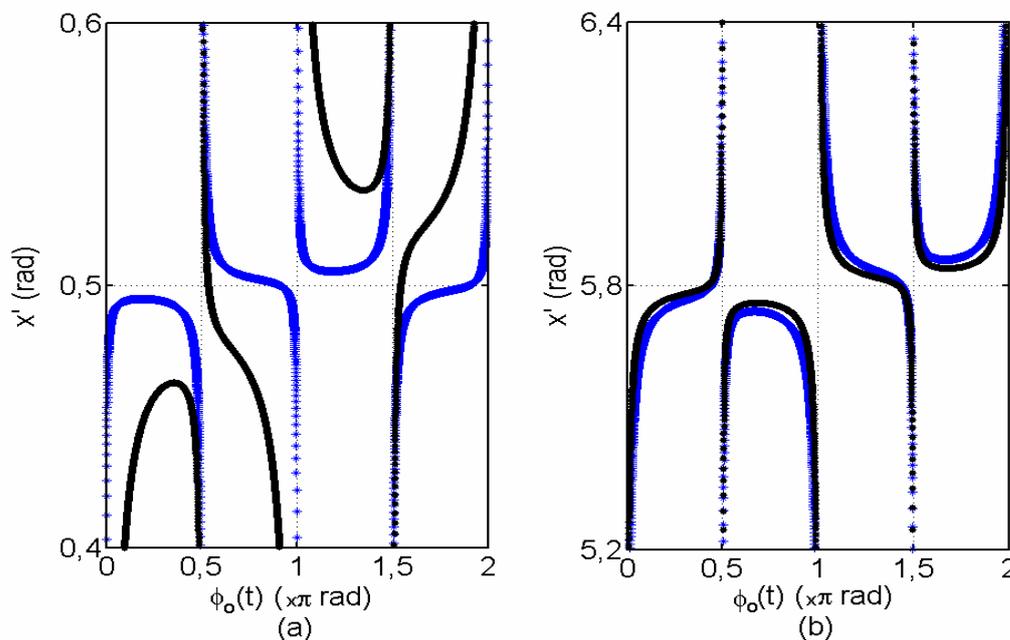


Figura 4.8 - Fase estimada  $x'$  em função do ruído de fase  $\phi_0(t)$  considerando (\*) ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$  e (•) ruído branco e  $K=0,0004$ . (a) Método  $J_1...J_6$ -neg, para um valor esperado  $x = 0,5$  rad. (b) Método  $J_1...J_6$ -pos, para um valor esperado  $x = 5,8$  rad.

Os gráficos tridimensionais das Figs. 4.9 e 4.10 são os resultados das simulações realizadas para o método  $J_1...J_6$ -neg e  $J_1...J_6$ -pos, respectivamente, onde se calcula o erro relativo percentual  $\Delta x_r$  em função de  $x$  e de  $\phi_0(t)$ . Na Fig. 4.9-a o cálculo é realizado, usando-se o modelo de ruído  $1/f^2$ , e, a Fig. 4.9-b, mostra o resultado para ruído branco. Novamente verificam-se as singularidades (devidas à  $\phi_0(t)$  estar em  $n\pi/2$  rad) e as limitações na faixa dinâmica em relação à  $x$ . Nitidamente, nas análises realizadas com ruídos  $1/f^2$  e branco, existe uma diferença na resposta em baixos índices de modulação. Na análise de ruído usando o método  $J_1...J_6$ -pos, obteve-se praticamente o mesmo resultado gráfico nas simulações com ruído  $1/f^2$  e branco. Portanto, apresenta-se na Fig. 4.10 somente o resultado para ruído branco com  $K=0,0004$ .

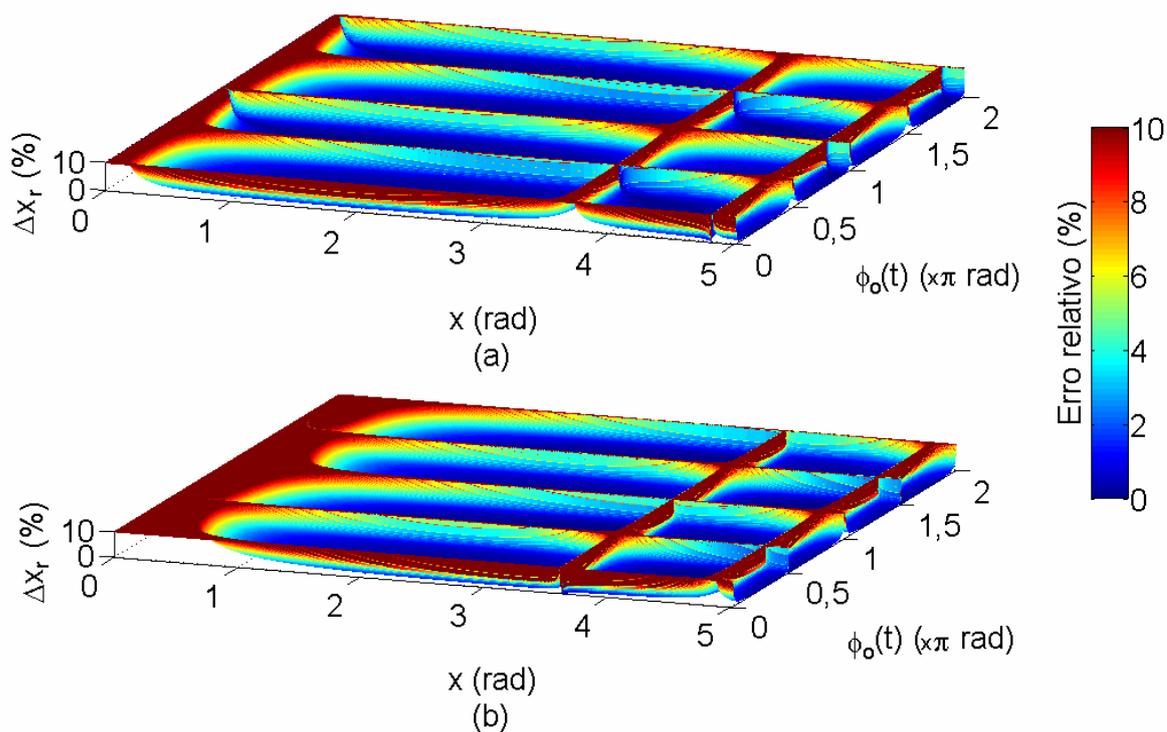


Figura 4.9 – Erro relativo de fase  $\Delta x_r$ , como uma função de  $x$  e de  $\phi_0(t)$ , para o método  $J_1\dots J_6$ -neg. (a) simulação para ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$  (b) simulação para ruído branco com  $K=0,0004$ .

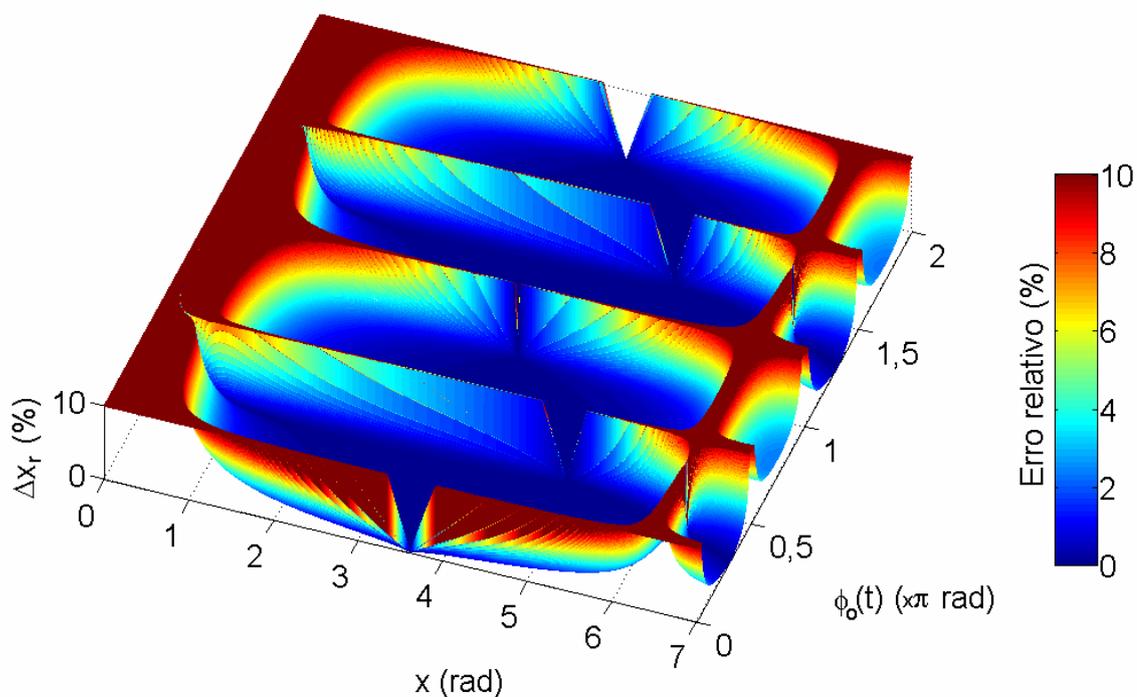


Figura 4.10 – Erro relativo de fase  $\Delta x_r$ , como uma função de  $x$  e de  $\phi_0(t)$ , para o método  $J_1\dots J_6$ -pos, para ruído branco ilimitado em faixa e  $K=0,0004$ .

### 4.7.3 Faixa Dinâmica e Erro no Cálculo de $x$ usando o Método $J_0...J_2$

Baseado no modelo de ruído  $1/f^2$  na fotodetecção, Sudarshanam estimou o valor de algumas harmônicas [incluindo as usadas em (4.30)], como [117]:

$$V_{(1,0)} = V(f_a) = AF[PJ_1(x_a)J_0(x) + K/2], \quad (4.41-a)$$

$$V_{(1,1)} = V(f_a + f_s) = AF[QJ_1(x_a)J_1(x) + K/2,4], \quad (4.41-b)$$

$$V_{(1,2)} = V(f_a + 2f_s) = AF[PJ_1(x_a)J_2(x) + K/2,8], \quad (4.41-c)$$

$$V_{(2,0)} = V(2f_a) = AF[QJ_2(x_a)J_0(x) + K/4], \quad (4.41-d)$$

$$V_{(2,1)} = V(2f_a + f_s) = AF[PJ_2(x_a)J_1(x) + K/4,4], \quad (4.41-e)$$

$$V_{(2,2)} = V(2f_a + 2f_s) = AF[QJ_2(x_a)J_2(x) + K/4,8], \quad (4.41-f)$$

$$V_{(3,0)} = V(3f_a) = AF[PJ_3(x_a)J_0(x) + K/6], \quad (4.41-g)$$

$$V_{(3,1)} = V(3f_a + f_s) = AF[QJ_3(x_a)J_1(x) + K/6,4]. \quad (4.41-h)$$

sendo que as constantes dividindo  $K$  foram baseadas em  $K$  sendo definido a 1 kHz, frequência de modulação do sinal de excitação ( $f_s$ ) igual a 400 Hz e frequência de modulação da portadora auxiliar ( $f_a$ ) igual a 2 kHz. Portanto, para estes valores específicos, o índice  $x$  é estimado por:

$$x^2 = \frac{2(PJ'_1 J_0 + K/2)(QJ'_1 J_1 + K/2,4)(PJ'_2 J_1 + K/4,4)}{(QJ'_2 J_0 + K/4)(PJ'_1 J_0 + PJ'_1 J_2 + 6K/7)^2}, \quad (4.42)$$

sendo que  $J'_n$  refere-se a  $J_n(x_a)$  e  $J_n$  a  $J_n(x)$ . Na presença de ruído branco tem-se:

$$V_{(1,0)} = V(f_a) = AF[PJ_1(x_a)J_0(x) + K], \quad (4.43-a)$$

$$V_{(1,1)} = V(f_a + f_s) = AF[QJ_1(x_a)J_1(x) + K], \quad (4.43-b)$$

$$V_{(1,2)} = V(f_a + 2f_s) = AF[PJ_1(x_a)J_2(x) + K], \quad (4.43-c)$$

$$V_{(2,0)} = V(2f_a) = AF[QJ_2(x_a)J_0(x) + K], \quad (4.43-d)$$

$$V_{(2,1)} = V(2f_a + f_s) = AF[PJ_2(x_a)J_1(x) + K], \quad (4.43-e)$$

$$V_{(2,2)} = V(2f_a + 2f_s) = AF[QJ_2(x_a)J_2(x) + K], \quad (4.43-f)$$

$$V_{(3,0)} = V(3f_a) = AF[PJ_3(x_a)J_0(x) + K], \quad (4.43-g)$$

$$V_{(3,1)} = V(3f_a + f_s) = AF[QJ_3(x_a)J_1(x) + K], \quad (4.43-h)$$

e

$$x'^2 = \frac{2(PJ'_1 J_0 + K)(QJ'_1 J_1 + K)(PJ'_2 J_1 + K)}{(QJ'_2 J_0 + K)(PJ'_1 J_0 + PJ'_1 J_2 + 2K)^2}. \quad (4.44)$$

O valor de  $x_a$  pode ser escolhido dentro de uma faixa de valores [117], em torno de 1 a 3,5 rad. Os gráficos das Figs. 4.11 a 4.13 são obtidos para  $x_a = 1,84$  rad, valor para o qual  $J_0' \cong 0,32$ ,  $J_1' \cong 0,58$  e  $J_2' \cong 0,32$ .

O método  $J_0...J_2$  conduz ao menor MDPS dentre todos os métodos analisados até aqui, tanto para ruído  $1/f^2$  como para ruído branco, como pode ser observado nos gráficos da Fig. 4.11, onde o erro absoluto  $\Delta x$  em função de  $x$  é apresentado. Verifica-se, na Fig. 4.11-a, que a faixa dinâmica limita-se na parte superior, à aproximadamente 2,2 rad, tanto para ruído branco como para  $1/f^2$ . Por outro lado, através de uma vista em detalhe na região de baixo índice (abaixo de 5 mrad) constata-se MDPSs em torno de 2,0 mrad para ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$  e 2,5 mrad para ruído branco com  $K=0,0004$ .

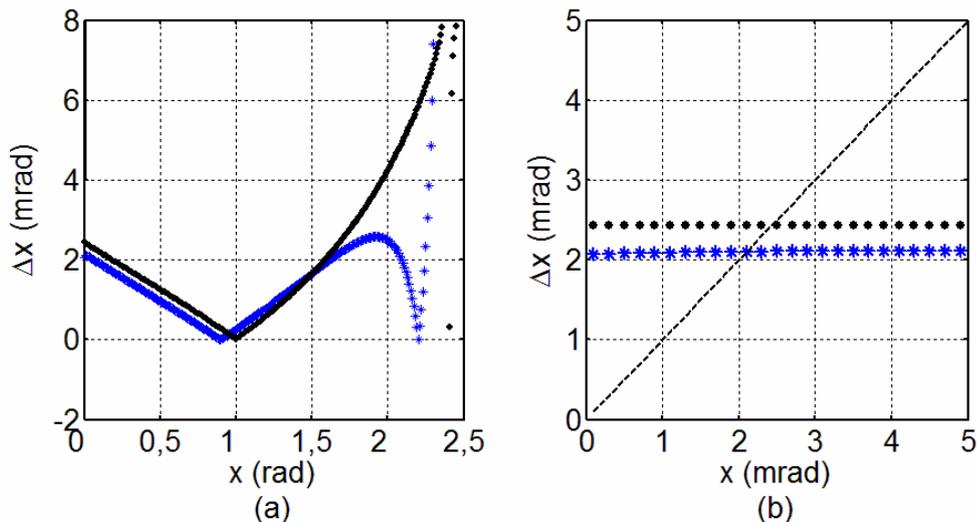


Figura 4.11 – Erro absoluto de fase  $\Delta x$  em função de  $x$  pelo cálculo usando o método  $J_0...J_2$ , considerando (\*) ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$  e (●) ruído branco com  $K=0,0004$ . (a)  $x$  variando de 0 a 2,5 rad. (b) Vista em detalhe na região de baixos índices, para  $x$  até 5 mrad. A linha tracejada é utilizada para a identificação do MDPS; o valor de  $x$  correspondente a  $\Delta x = x$ .

A maior sensibilidade do método  $J_0...J_2$ , em relação aos outros anteriormente apresentados, também pode ser constatada pelos resultados mostrados nas Figs. 4.12 e 4.13. No entanto, em ambas observa-se que as singularidades permanecem. Na Fig. 4.12, o valor estimado  $x'$  foi calculado para um valor esperado  $x = 100$  mrad, onde  $x'$  está limitado a valores que representam um erro relativo de  $\pm 100\%$ , no gráfico. Na distribuição de erro  $\Delta x_r$ , calculada em função de  $x$  e  $\phi_0(t)$ , mostrada na Fig. 4.13, considera-se, em (a), ruído aditivo do tipo  $1/f^2$  e, em (b), ruído aditivo branco ilimitado em faixa.

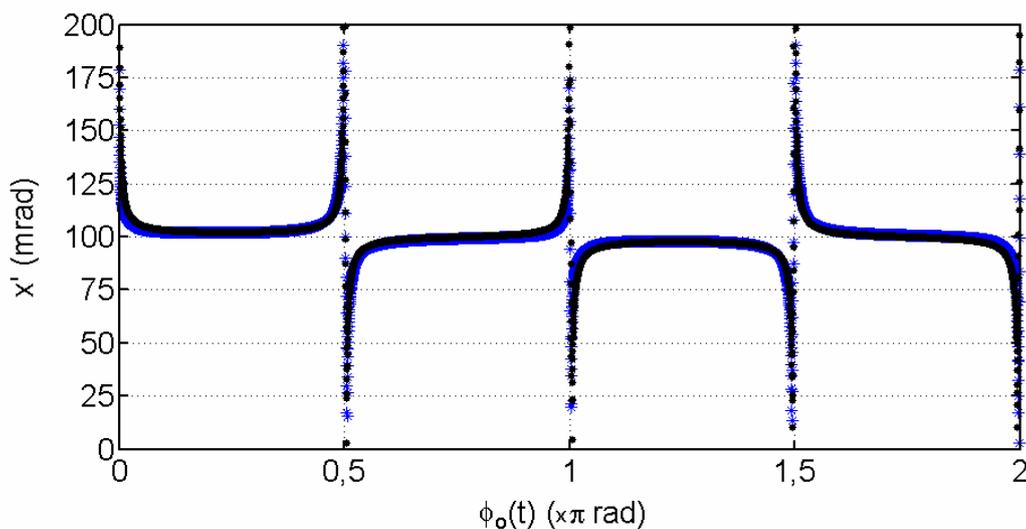


Figura 4.12 - Fase estimada  $x'$  em função da fase  $\phi_0(t)$  para o valor esperado  $x = 100$  mrad, pela aplicação do método  $J_0 \dots J_2$ , considerando (\*) ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$  e (•) ruído branco com  $K=0,0004$ .

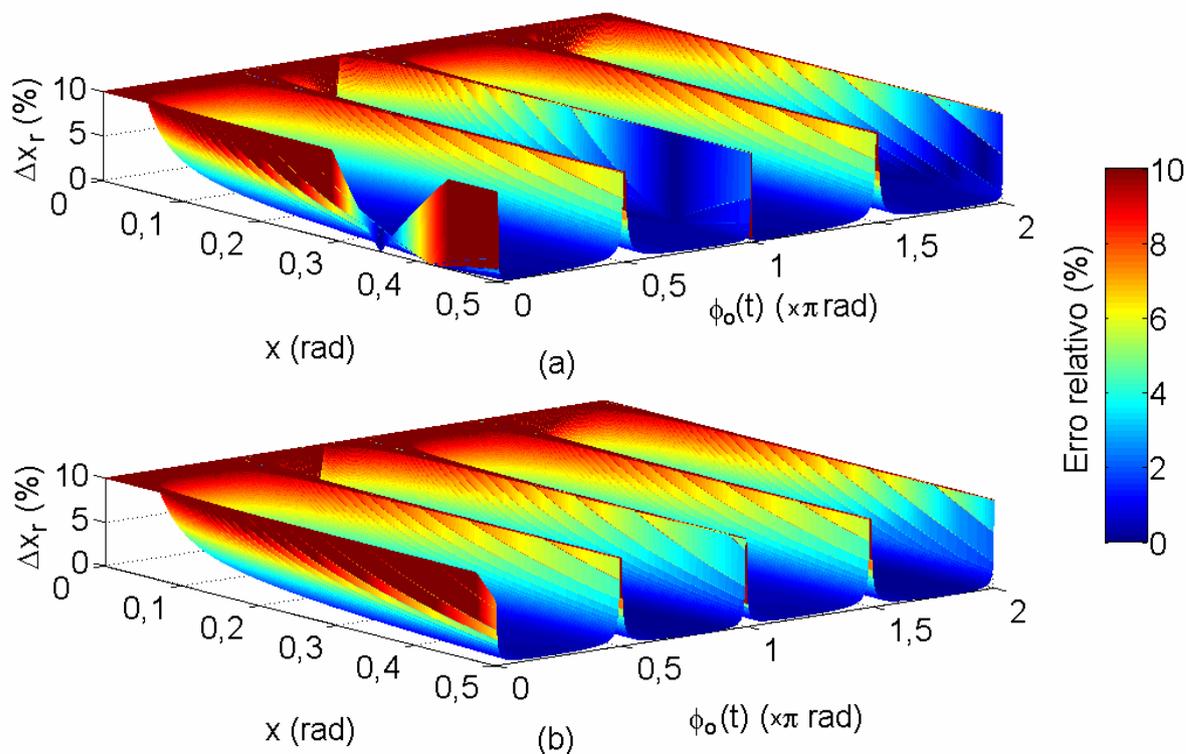


Figura 4.13 – Erro  $\Delta x_r$  em função de  $x$  e  $\phi_0(t)$ , para o método  $J_0 \dots J_2$ . (a) Cálculo para ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$  e (b) Cálculo para ruído branco com  $K=0,0004$ .

#### 4.7.4 Análise do Método de Medição de $\phi_0(t)$ desenvolvido por Sudarshanam, considerando Ruído.

Na presença de ruído  $1/f^2$ , o valor esperado de  $\phi_0(t)$ , obtido a partir de (4.31), sofre um desvio devido ao fator de ruído  $K$ , sendo estimado, para ruído  $1/f^2$ , em [128]:

$$\phi_0'(t) = \tan^{-1} \left[ \frac{(J_1 Q + K) J_2(x')}{(J_2 P + K/2) J_1(x')} \right], \quad (4.45)$$

e para ruído branco, em:

$$\phi_0'(t) = \tan^{-1} \left[ \frac{(J_1 Q + K) J_2(x')}{(J_2 P + K) J_1(x')} \right], \quad (4.46)$$

sendo  $x'$  calculado usando-se (4.35) para ruído  $1/f^2$  e (4.36) para ruído branco.

O erro absoluto na estimação de  $\phi_0(t)$  é definido como:

$$\Delta\phi_0(t) = \phi_0(t) - \phi_0'(t), \quad (4.47)$$

sendo  $\phi_0'(t)$  o valor estimado da fase  $\phi_0(t)$ , calculado usando (4.45) ou (4.46). O erro relativo percentual é definido, neste caso, como:

$$\Delta\phi_{0,r}(t) = \frac{\Delta\phi_0(t)}{\phi_0(t)} \times 100\%. \quad (4.48)$$

Sudarshanam procedeu a determinação do menor erro na estimação de  $\phi_0(t)$  usando  $x = 2,08$  rad, valor para o qual o erro no cálculo de  $x'$  pelo método  $J_1 \dots J_4$  é mínimo [128].

Como  $\phi_0(t)$  normalmente tem variação lenta em relação à frequência fundamental  $f_s$ , definiu-se em [128] um MDPS-DC (*Minimum detectable DC phase shift*): o mínimo desvio da fase quase-estática  $\phi_0(t)$  detectável, em analogia com o MDPS definido anteriormente no texto, na demodulação de  $x$ .

No gráfico da Fig. 4.14 ilustra-se o erro absoluto  $\Delta\phi_0(t)$ , em mrad, em função de  $x$ . A máxima faixa dinâmica de  $x$ , dentro da qual o erro máximo  $\Delta\phi_0(t)$  é de aproximadamente  $\pm 5$  mrad, vai de  $x = 1$  rad a  $x = 3,5$  rad, tanto para ruído  $1/f^2$  e  $K=0,0011$ , quanto ruído branco e  $K=0,0004$ . Para a estimação de  $\phi_0(t)$ , o valor de  $x$  pode ser fixado dentro de uma faixa ótima, onde o erro de cálculo na presença de ruído seja mínimo, que se encontra em torno de 2,1 rad [128].

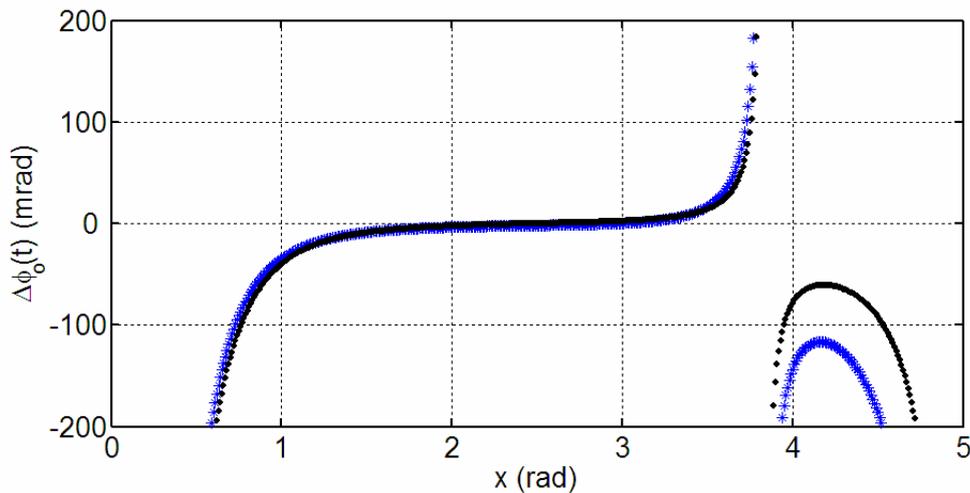


Figura 4.14 – Erro absoluto de fase  $\Delta\phi_0(t)$  em função de  $x$  para o método de medição de  $\phi_0(t)$  proposto por Sudarshanam, com  $\phi_a = 1,84$  rad, para (\*) ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$  e (•) ruído branco com  $K=0,0004$ .

Na Fig. 4.15-a mostra-se o erro absoluto  $\Delta\phi_0(t)$  em função de  $\phi_0(t)$ , fazendo-se  $x = 1,84$  rad, revelando-se que o erro varia entre  $\pm 2$  mrad. Uma vista em detalhe na região onde a fase  $\phi_0(t)$  é de ordem de alguns mrad é mostrada na Fig. 4.15-b, onde também foi traçada a reta  $\Delta\phi_0(t) = -\phi_0(t)$ . O cruzamento desta reta com os pontos que definem a curva do erro de fase  $\Delta\phi_0(t)$  corresponde ao MDPS-DC. Os valores de MDPS-DC obtidos foram de 2,3 mrad para ruído  $1/f^2$ , e, 2 mrad para ruído branco.

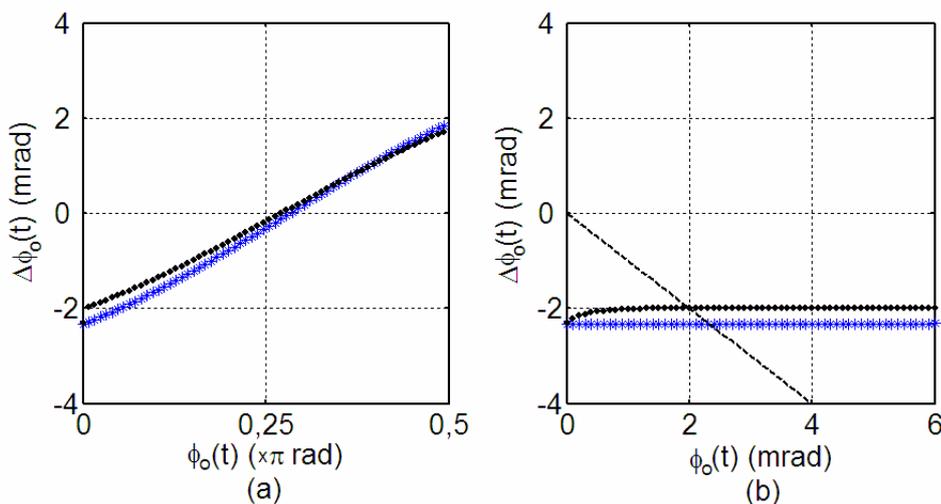


Figura 4.15 – Erro absoluto de fase  $\Delta\phi_0(t)$  em função do valor esperado  $\phi_0(t)$  para o método de medição de  $\phi_0(t)$  proposto por Sudarshanam, com  $\phi_a = 1,84$  rad, considerando (\*) ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$  e (•) ruído branco com  $K=0,0004$ . (a)  $\phi_0(t)$  na faixa de 0 a  $\pi/2$  rad. (b) Vista em detalhe da região de  $\phi_0(t)$  até 6 mrad. A linha tracejada é utilizada para a identificação do MDPS-DC; o valor de  $\phi_0(t)$  para o qual  $\Delta\phi_0(t) = -\phi_0(t)$ .

Na Fig. 4.16 mostra-se o erro relativo  $\Delta\phi_{0,r}(t)$  em função de  $\phi_0(t)$  e de  $x$ , para ruído branco com  $K=0,0004$ . Os resultados obtidos graficamente para ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$  se assemelham muito com os da Fig. 4.16 e, por isso, não foram apresentados no texto. Na figura, as limitações do método ficam aparentes. O erro aumenta quando  $x$  torna-se pequeno ou se aproxima de  $3,8$  rad, e também à medida que  $\phi_0(t)$  se aproxima de zero.

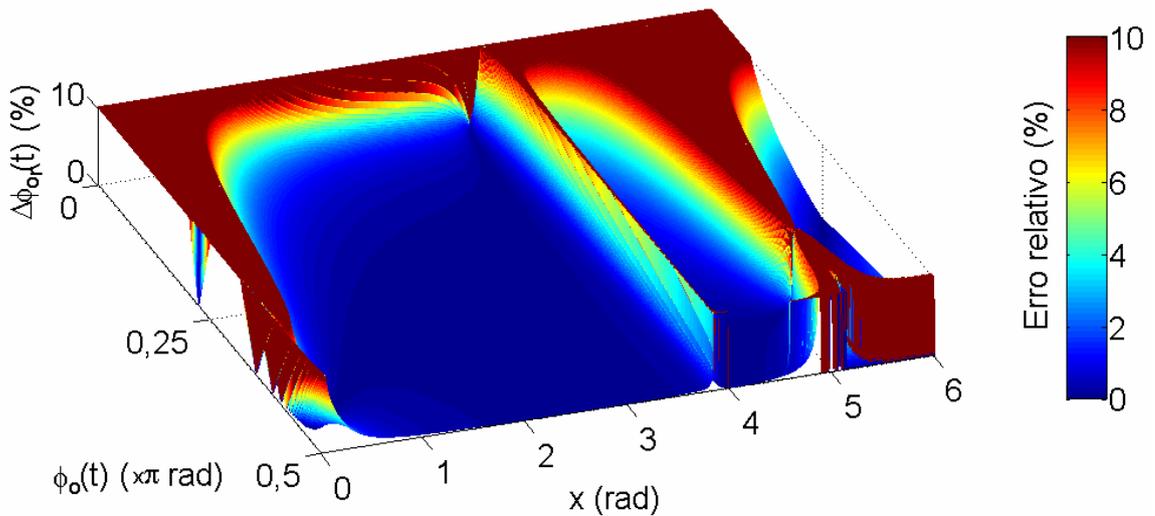


Figura 4.16 – Erro relativo percentual  $\Delta\phi_{0,r}(t)$ , em função de  $\phi_0(t)$  e  $x$ , para o método espectral indireto de medição de  $\phi_0(t)$  para ruído branco com  $K=0,0004$ .

## 4.8 Discussão

Neste capítulo foram descritos alguns métodos clássicos de detecção do índice de modulação de fase ( $x$ ) aplicáveis a sistemas ópticos interferométricos homódinos e sem realimentação. Além disso, uma técnica espectral de determinação da fase  $\phi_0(t)$  também foi apresentada. Todos os métodos são baseados na amplitude das harmônicas da tensão fotodetectada. Foram realizadas simulações em computador com modelos idealizados de ruídos  $1/f^2$  e branco. Os resultados mostraram que as equações utilizadas nos métodos, apesar de exatas, têm pontos de singularidades, que limitam a faixa dinâmica dos métodos, tanto em relação à  $x$ , como à  $\phi_0(t)$ . Devido à variação aleatória de  $\phi_0(t)$ , que pode levar as harmônicas ímpares ou pares a apresentarem amplitudes nulas, os cálculos são restritos, visto que todos os métodos necessitam das amplitudes de ambas. Os ruídos aditivos do tipo  $1/f^2$  ou

o ruído branco utilizados nas simulações, representados por um fator de ruído  $K$ , também limitam cada método a um MDPS. Além disso, o aumento do nível de ruído é responsável pelo aparecimento de regiões próximas às singularidades onde as SNR's das harmônicas caem a valores abaixo da unidade, levando a um erro elevado no cálculo da fase  $x$  [ou de  $\phi_0(t)$ ].

Um resultado não esperado foi o alto MDPS calculado para o método  $J_1\dots J_6$ -neg nas análises com ruído branco, mostrando que este método é ineficiente em sistemas onde este tipo de ruído é predominante.

Os novos métodos espectrais que serão propostos no próximo capítulo também permitirão o cálculo direto de  $x$ , e também não serão afetados por flutuações na intensidade da fonte, visibilidade de franjas e variações aleatórias da fase  $\phi_0(t)$ . Objetiva-se com a concepção das novas técnicas, eliminar as singularidades, expandir a faixa dinâmica, minimizar a complexidade computacional (sempre que possível), mantendo-se o arranjo experimental simples, característico do utilizado nos métodos clássicos  $J_1\dots J_4$ ,  $J_1\dots J_6$ -neg,  $J_1\dots J_6$ -pos e  $J_0\dots J_2$ .

O limite inferior da faixa dinâmica de índices de modulação foi estabelecido como o MDPS, que é interpretado como o mínimo valor estimado de  $x$  em que o erro na estimação atinge 100%, o que não é uma boa referência para se estabelecer um limiar de faixa dinâmica. No entanto manter-se-á esta convenção, adotada em [117] e [118] para que os resultados publicados para os métodos clássicos possam ser comparados aos que serão obtidos para os novos métodos, os quais serão propostos no próximo capítulo. Ressalta-se que não é aconselhável o cálculo de  $x$  usando os métodos espectrais estudados, nas vizinhanças do MDPS, visto ser está uma região de erros percentuais elevados.

# CAPÍTULO 5

## NOVOS MÉTODOS DE ANÁLISE ESPECTRAL PARA DEMODULAÇÃO DE FASE ÓPTICA

Neste capítulo cinco novos métodos baseados na análise espectral são propostos, sendo quatro dedicados ao cálculo do índice de modulação  $x$  e o quinto dedicado ao cálculo da fase  $\phi_0(t)$ . Os novos métodos de estimação de  $x$  foram desenvolvidos utilizando-se regressões polinomiais para relacionar funções de Bessel de diferentes ordens, dentro de faixas pré-definidas. Estes são denominados, nesta tese, como  $J_1/J_3A$ ,  $J_1\dots J_3$ ,  $J_m/J_{m+2}$  e  $J_0\dots J_3$ . O ajuste das curvas foi realizado utilizando-se a teoria de mínimos quadrados, aplicada na forma matricial, de acordo com explanação realizada no Apêndice A [171]. A escolha dos polinômios de ajustamento levou em consideração os problemas de singularidades devido ao desvanecimento de sinal e ao ruído eletrônico, com o objetivo de aumentar a faixa dinâmica de  $x$  e eliminar as regiões de singularidades características dos métodos espectrais clássicos analisados no capítulo anterior. Testes objetivos foram realizados, calculando-se o erro na estimação da fase  $x$  devido ao ajuste de curvas, o erro quadrático médio e o erro na estimação de  $x$  considerando-se ruído  $1/f^2$  e branco, concomitantemente com variações da fase  $\phi_0(t)$ . Por outro lado, o método proposto para o cálculo da fase  $\phi_0(t)$  é baseado em uma equação exata, e no uso de um algoritmo que permite sua aplicação para uma ampla faixa dinâmica de  $x$ , o que possibilita monitorar a influência das perturbações ambientes no sistema interferométrico, durante as medições experimentais.

### 5.1 O Método $J_1/J_3A$

O método  $J_1\dots J_4$  descrito no capítulo anterior requer que a fundamental e as três primeiras harmônicas da tensão fotodetectada estejam acima do nível de ruído de fundo para que  $x$  possa ser corretamente estimado. Para  $\phi_0(t)$  nas proximidades de  $n\pi/2$  ( $n$  inteiro), os fatores dependentes desta fase levam as magnitudes das harmônicas pares ou ímpares a valores abaixo dos níveis de ruído, aumentando o erro no cálculo de  $x$ . Para minimizar este

tipo de restrição, mantendo-se a simplicidade matemática do método  $J_1...J_4$ , propõe-se o método aqui denominado  $J_1/J_3A$ , como descrito a seguir.

Sejam as funções  $f_{13}$  e  $f_{24}$  definidas como:

$$f_{13} = \frac{V_1}{V_3} \tag{5.1}$$

e

$$f_{24} = \frac{V_2}{V_4}, \tag{5.2}$$

sendo  $V_n$  a harmônica de ordem  $n$  da tensão fotodetectada. Substituindo-se (3.27-a) em (5.1) e (3.27-b) em (5.2), para  $n = 1$  e  $2$ , os termos de intensidade da fonte, visibilidade e os termos  $P$  ou  $Q$  [que são funções da fase  $\phi_0(t)$ ], são cancelados, obtendo-se:

$$f_{13} = \frac{J_1(x)}{J_3(x)} \tag{5.3}$$

e

$$f_{24} = \frac{J_2(x)}{J_4(x)}. \tag{5.4}$$

Observa-se, para a faixa  $0 < x < 3,6$  rad, que o fator  $f_{24}$  pode ser escrito em função de  $f_{13}$ , aplicando-se uma simples regressão linear, do tipo:

$$f_{24} \cong a_1 f_{13} + b_1, \tag{5.5}$$

Os coeficientes  $a_1$  e  $b_1$  foram determinados pela teoria de mínimos quadrados, obtendo-se  $a_1 = 1,953$  e  $b_1 = 1,546$ .

Utilizando-se (5.1) e (5.2), a equação de recorrência usada para o método  $J_1...J_4$ , tal qual definida em (4.4), pode ser arranjada como:

$$x^2 = 24 \frac{f_{24}}{(f_{24} + 1)(f_{13} + 1)}. \tag{5.6}$$

Substituindo-se (5.5) em (5.6) e usando-se os valores pré-determinados dos coeficientes  $a_1$  e  $b_1$ , o índice de modulação  $x$  pode ser estimado como:

$$x'^2 = \frac{46,872 f_{13} + 37,104}{(1,953 f_{13} + 2,546)(f_{13} + 1)} = \frac{46,872 V_1 + 37,104 V_3}{(1,953 V_1 + 2,546 V_3)(V_1 + V_3)}, \text{ para } 0 < x < 3,6 \text{ rad,} \tag{5.7}$$

que é função somente das duas primeiras harmônicas ímpares do espectro.

A equação definida em (5.7) é a utilizada no método  $J_1/J_3A$ . Neste capítulo, substitui-se  $V_1 = AFPJ_1(x)$  e  $V_3 = AFPJ_3(x)$  em (5.7) para calcular o valor estimado  $x'$  a partir do

valor esperado  $x$  e de  $P$  variável. Nos Capítulos 7 e 8,  $V_1$  e  $V_3$  são obtidos do espectro de magnitude da tensão fotodetectada e substituídos em (5.7) para se obter o valor medido  $x'$ , o qual poderá ser comparado com  $x$  e  $x'$ .

O erro relativo percentual na estimação de  $x$  é definido como em (4.34), ou seja:

$$\Delta x_r = \frac{|x - x'|}{x} 100\%. \tag{5.8}$$

A distribuição de  $\Delta x_r$  em função do índice de modulação  $x$ , calculado para o método  $J_1/J_3A$ , é mostrada na Fig. 5.1, onde se verifica um erro máximo de 0,05% na faixa  $0 < x < 3,6$  rad. Para este intervalo, os conceitos de erro padrão e correlação (definidos no Apêndice A) foram aplicados na comparação entre  $x$  e  $x'$ , obtendo-se um erro padrão igual a 0,6 mrad e um coeficiente de correlação igual a 99,9993%.

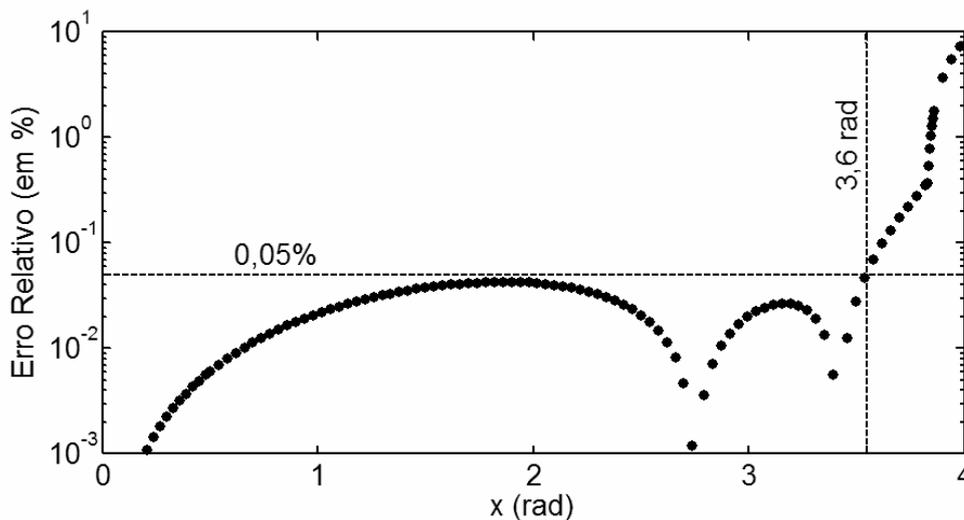


Figura 5.1– Erro relativo percentual na estimação de  $x$  usando o método  $J_1/J_3A$ .

Considerando-se o fator  $K$  para ruído  $1/f^2$ ,  $f_{13}$  é estimado como:

$$f_{13}' = \frac{PJ_1(x) + K}{PJ_3(x) + K/3} \tag{5.9}$$

e para ruído branco tem-se:

$$f_{13}' = \frac{PJ_1(x) + K}{PJ_3(x) + K}. \tag{5.10}$$

A Fig. 5.2 mostra o erro absoluto no cálculo de  $x'$  ( $\Delta x$ ) usando (5.7), considerando-se o fator de ruído  $K$ , com  $P = Q = \sqrt{2}/2$ . As curvas definidas pelos pontos em vermelho referem-se aos resultados obtidos para o método  $J_1...J_4$ , levando-se em consideração os mesmos parâmetros de simulação. Os gráficos da Fig.5.2-a referem-se aos cálculos com ruído

$1/f^2$  e  $K=0,0011$ , e, os da Fig. 5.2-b, aos cálculos com ruído branco e  $K=0,0004$ . Os resultados mostram que os métodos  $J_1/J_3A$  e  $J_1...J_4$  têm praticamente a mesma faixa dinâmica e o mesmo MDPS.

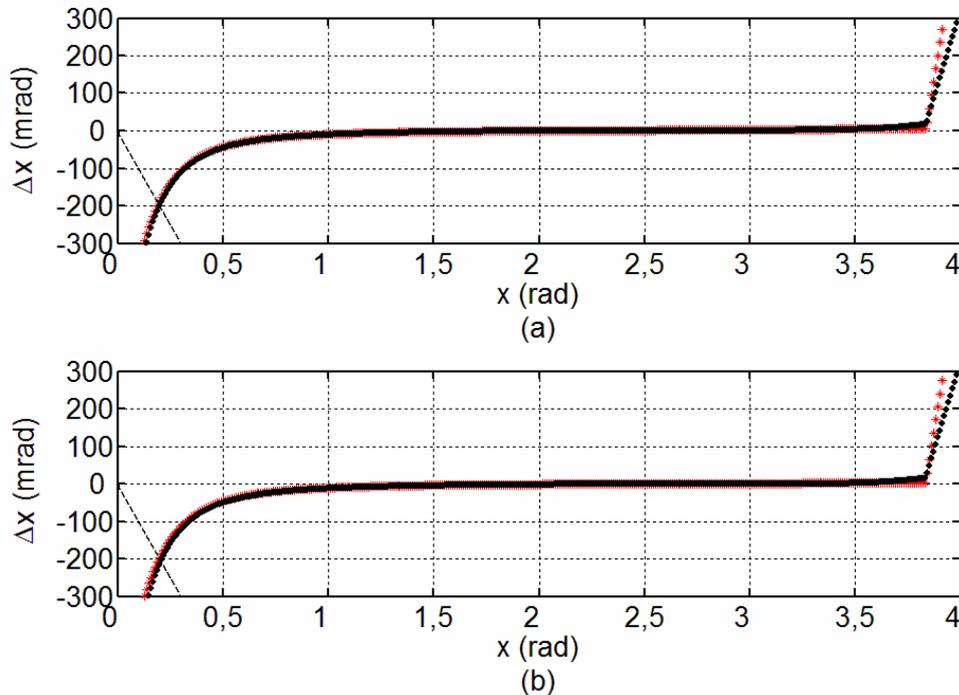
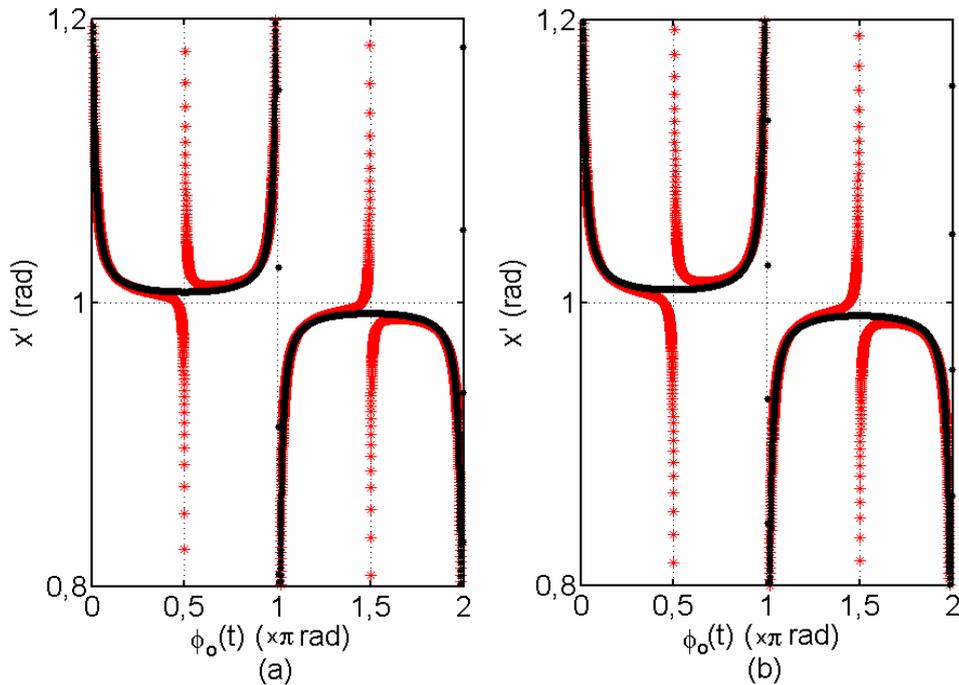


Figura 5.2 – Erro absoluto de fase  $\Delta x$  em função do valor esperado  $x$  para os métodos (\*)  $J_1...J_4$  e (●)  $J_1/J_3A$ , considerando o fator de ruído  $K$ . (a) Ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$ . (b) Ruído branco com  $K=0,0004$ . A linha tracejada  $-x$  é utilizada para a identificação do MDPS: o valor de  $x$  correspondente a  $\Delta x = -x$ .

Se por um lado a faixa dinâmica dos métodos  $J_1...J_4$  e  $J_1/J_3A$  é a mesma, ocorre uma redução na ocorrência de singularidades para o novo método em relação ao  $J_1...J_4$ . Isto pode ser constatado pela análise dos resultados das Figs. 5.3-a e 5.3-b, obtidas para ruído  $1/f^2$  e branco, respectivamente, onde se tem  $x'$  em função de  $\phi_0(t)$ , para os dois métodos, para o valor esperado  $x = 1$  rad. Os erros causados pelas singularidades presentes em  $\phi_0(t) = \pi/2$  rad e  $\phi_0(t) = 3\pi/2$  rad, para o método  $J_1...J_4$ , não existem nos resultados obtidos pelo cálculo usando o novo  $J_1/J_3A$ . As simulações realizadas para os métodos  $J_1/J_3A$  e  $J_1...J_4$ , mantendo-se  $x = 1$  rad e variando-se  $\phi_0(t)$ , mostram que, assumindo desvanecimento aleatório de sinal devido à  $\phi_0(t)$ , a probabilidade de erro pela aplicação do novo método é menor, devida à eliminação de singularidades, nos pontos em que  $\phi_0(t) = (2n-1)\pi/2$  rad,  $n = 1, 2, 3, \dots$ , que se deve ao fato das harmônicas pares terem sido eliminadas do cálculo de  $x$  pelo emprego do novo método.



**Figura 5.3 – Índice de modulação de fase estimado  $x'$  em função da fase  $\phi_0(t)$  para o valor esperado  $x=1$  rad, pela aplicação dos métodos (\*)  $J_1\dots J_4$  e (•)  $J_1/J_3A$ , considerando o fator de ruído  $K$ . (a) Ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$ . (b) Ruído branco com  $K=0,0004$ .**

O erro relativo percentual no cálculo usando o método  $J_1/J_3A$  em função de  $\phi_0(t)$  e de  $x$ , numa faixa até 4 rad, considerando ruído branco com  $K=0,0004$ , pode ser verificada na Fig. 5.4 (resultado similar foi obtido para ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$ ). Comparando-se este resultado com o da Fig. 4.4 (elaborada para o método  $J_1\dots J_4$ ) verificar-se-á o desaparecimento das linhas de singularidades em  $\phi_0(t) = \pi/2$  rad e  $\phi_0(t) = 3\pi/2$  rad, para o novo método.

As vantagens do método  $J_1/J_3A$  em relação ao clássico  $J_1\dots J_4$  incluem: redução em 50% no número de harmônicas usadas no cálculo, redução da ordem harmônica (da quarta para a terceira), simplicidade matemática, mantém-se praticamente a mesma faixa dinâmica (somente a magnitude das harmônicas está sendo considerada), simplicidade de implementação, e redução em 50% nos pontos de singularidades devido ao desvanecimento de sinal resultante da variação aleatória de  $\phi_0(t)$ . Além disso, a obtenção das duas harmônicas ( $V_1$  e  $V_3$ ) pode ser realizada através de algoritmos alternativos, como o de *Goertzel*, ao invés do cálculo da FFT [170], o que reduz significativamente o esforço computacional nos cálculos pelo emprego do novo método. Este assunto será discutido no Capítulo 6. Entretanto, ainda permanece o problema das singularidades em torno de  $\phi_0(t) = n\pi$  rad.

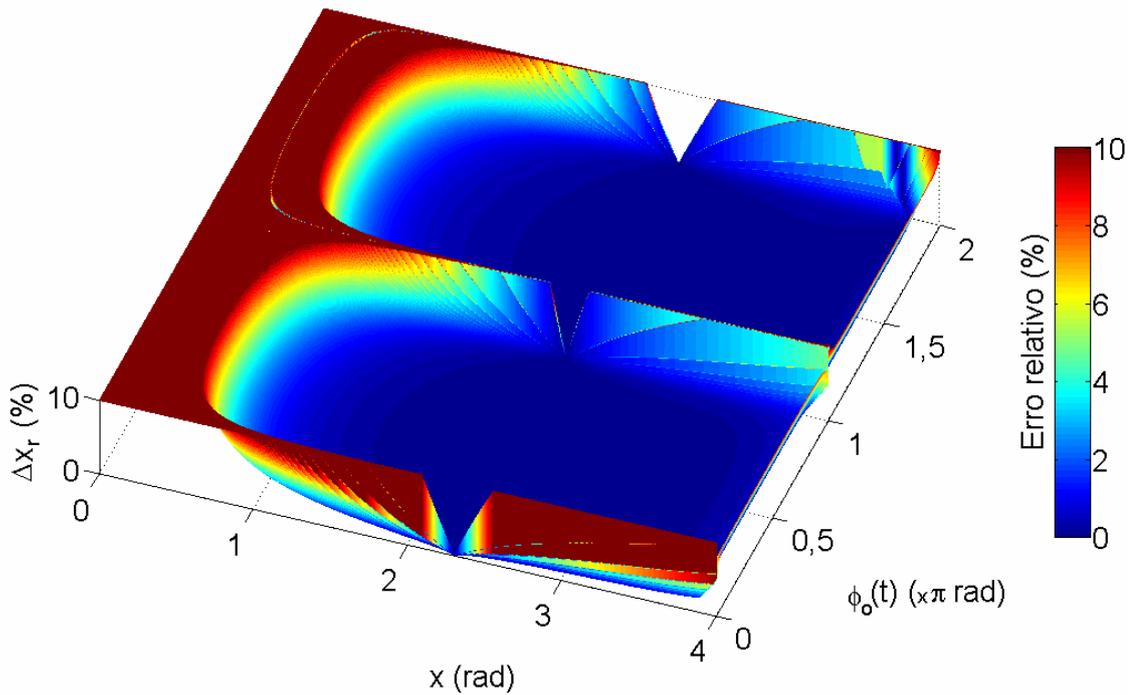


Figura 5.4 – Erro relativo percentual de fase  $\Delta x_r$ , em função da fase  $\phi_0(t)$  e do índice de modulação de fase esperado  $x$ , para o método  $J_1/J_3A$ , considerando ruído branco com  $K=0,0004$ .

O método denominado  $J_1/J_3A$  foi o primeiro concebido durante o desenvolvimento da tese. Verificar-se-á mais adiante, na seção 5.4, que esta técnica poderá ser considerada um caso particular do método  $J_m/J_{m+2}$ , na condição  $m = 1$ . No entanto, a descrição realizada até aqui é pedagógica para o entendimento do processo de desenvolvimento adotado na concepção dos novos métodos, visando eliminar as limitações dos métodos de demodulação de fase clássicos, apresentados no Capítulo 4. O método proposto na seção seguinte, aqui denominado  $J_1...J_3$  [172], [173] também utiliza somente as harmônicas  $V_1$  e  $V_3$  do sinal fotodetectado para a demodulação de  $x$ , com a vantagem da expansão da faixa dinâmica, como será visto no desenvolvimento seguinte.

### 5.2 O Método $J_1...J_3$

A escolha de um novo par de funções de Bessel usadas na regressão por mínimos quadrados permite expandir a faixa dinâmica a até 5,1 rad, a qual é equivalente a do método  $J_1...J_4$  Modificado. O novo par de funções é definido como:

$$g_{13} = \frac{V_1 - V_3}{V_1 + 1,93V_3} \tag{5.11}$$

e

$$g_{24} = \frac{V_2}{V_2 + V_4}. \quad (5.12)$$

Substituindo-se (3.27-a) em (5.11) e (3.27-b) em (5.12), para  $n = 1, 2$ , os termos de intensidade da fonte, visibilidade e aqueles associados à deriva da fase  $\phi_0(t)$  são cancelados, obtendo-se:

$$g_{13} = \frac{J_1(x) - J_3(x)}{J_1(x) + 1,93J_3(x)} \quad (5.13)$$

e

$$g_{24} = \frac{J_2(x)}{J_2(x) + J_4(x)}. \quad (5.14)$$

Para se escrever  $g_{24}$  em função de  $g_{13}$  usando uma regressão por mínimos quadrados, com alto coeficiente de correlação e pequeno erro, a ordem polinomial foi aumentada para 6 (seis), obtendo-se:

$$g_{24} \cong \sum_{n=0}^6 c_n (g_{13})^n, \quad (5.15)$$

válida para a faixa  $0 < x < 5,1$  rad. Os coeficientes  $c_n$  ( $0 \leq n \leq 6$ ), determinados pela teoria de mínimos quadrados, considerando-se  $g_{13}$  e  $g_{24}$  dados, respectivamente, por (5.13) e (5.14), são:  $c_0 = 7,7743 \times 10^{-1}$ ,  $c_1 = 2,8388 \times 10^{-1}$ ,  $c_2 = -6,9985 \times 10^{-2}$ ,  $c_3 = 4,1655 \times 10^{-3}$ ,  $c_4 = 8,7934 \times 10^{-3}$ ,  $c_5 = -3,0286 \times 10^{-3}$  e  $c_6 = -1,3113 \times 10^{-3}$ .

Substituindo-se (5.15) em (4.4), com  $g_{13}$  dado em (5.11), chega-se a:

$$x'^2 = 24 \frac{V_3}{V_1 + V_3} \sum_{n=0}^6 c_n (g_{13})^n = 24 \frac{V_3}{V_1 + V_3} \sum_{n=0}^6 c_n \left( \frac{V_1 - V_3}{V_1 + 1,93V_3} \right)^n, \text{ para } 0 < x < 5,1 \text{ rad.} \quad (5.16)$$

O erro relativo  $\Delta x_r$ , pelo cálculo de  $x$  usando (5.16) é inferior a 0,02% para  $0 < x < 5,1$  rad. Para este intervalo, o erro padrão na estimação e o coeficiente de correlação entre  $x$  e  $x'$  são iguais a 0,33 mrad e 99,9985%, respectivamente.

A fim de expandir a faixa dinâmica, tornando-a equivalente à do método  $J_1 \dots J_6$ -pos, porém, utilizando-se somente  $V_1$  e  $V_3$  no cálculo de  $x$ , propõe-se uma segunda aproximação polinomial, também de 6ª ordem, válida para uma faixa superior de  $x$ , dada por:

$$x' = \sum_{n=0}^6 d_n (f_{31})^n = \sum_{n=0}^6 d_n \left( \frac{V_3}{V_1} \right)^n, \text{ para } 4,65 < x < 6,21 \text{ rad,} \quad (5.17)$$

sendo  $f_{31} = 1/f_{13}$  e  $f_{13}$  definida como em (5.1). Para um erro padrão de 0,246 mrad e coeficiente de correlação de 99,9979%, os coeficientes, calculados usando a teoria de mínimos quadrados, são:  $d_0 = 6,4723690$ ,  $d_1 = 1,7296828$ ,  $d_2 = 4,5248747$ ,  $d_3 = 11,6107044$ ,  $d_4 = 12,1797841$ ,  $d_5 = 5,7124918$  e  $d_6 = 1,0113242$ . Para a determinação destes coeficientes, considera-se  $f_{31} = J_3(x)/J_1(x)$  em (5.17).

A escolha entre a aplicação de (5.16) ou de (5.17) para a estimativa de  $x$  é baseada no valor de  $f_{13}$ , sendo  $f_{13}(4,83) = -0,78$  o limiar de decisão (LD) adotado, como indicado na Fig. 5.5. Assim, se  $f_{13} \geq -0,78$ , utiliza-se (5.16), e, se  $f_{13} < -0,78$ , utiliza-se (5.17).

Como foi visto, para valores de  $x$  acima de 3,83 rad,  $J_1(x)$  torna-se negativo. As amplitudes das harmônicas ( $V_1$  e  $V_3$ ) podem ser determinadas usando a técnica proposta para o método  $J_1...J_4$  Modificado (conforme foi descrito na seção 4.7), o qual leva em conta os sinais algébricos das componentes. A função  $J_3(x)$  é positiva na faixa  $0 < x < 6,21$  rad. No entanto  $V_3$  também pode assumir valores negativos devido ao termo  $P = \text{sen}\phi_0(t)$  variar aleatoriamente. Assim, calculando-se corretamente o sinal algébrico de ambas,  $V_1$  e  $V_3$ , a influência deste sinal devido ao termo  $P$  é cancelada no numerador e denominador de (5.16) e (5.17), o que viabiliza a estimação de  $x$  pelo uso destas equações.

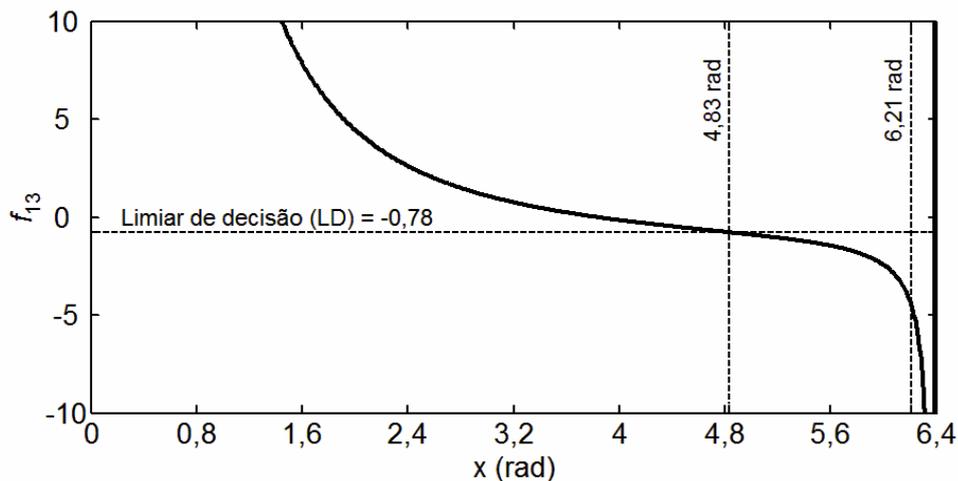


Figura 5.5 – Função  $f_{13}$  e indicação do limiar de decisão em  $f_{13}(4,83 \text{ rad}) = -0,78$ .

Em resumo, propõe-se o fluxograma do método  $J_1...J_3$ , mostrado na Fig. 5.6. Pela aplicação deste algoritmo, o erro relativo percentual na estimação de  $x$  em função do valor

esperado de  $x$ , é distribuído como na Fig. 5.7. O erro padrão da estimativa é de 0,163 mrad e o coeficiente de correlação igual a 99,9997%, para  $0,01 < x < 6,21$  rad.

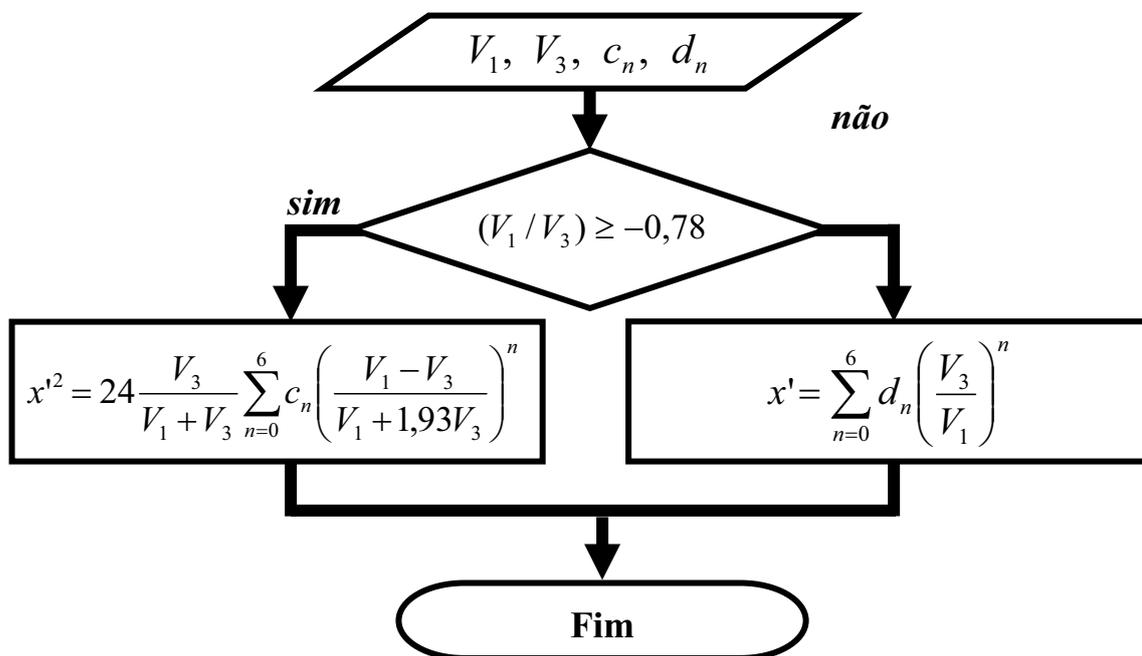


Figura 5.6 – Fluxograma de cálculo de  $x$  pelo método  $J_1...J_3$ .

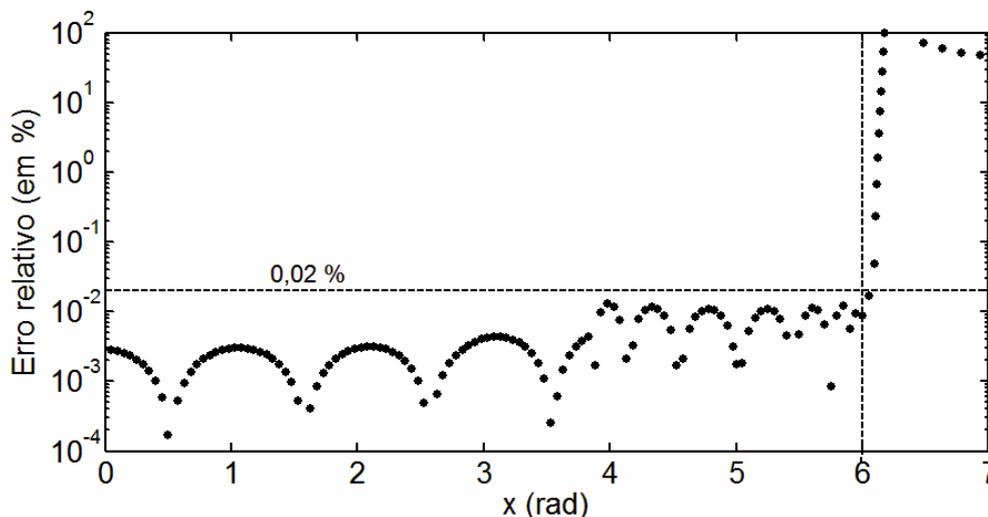


Figura 5.7 - Erro relativo percentual na estimação de  $x$  pelo método  $J_1...J_3$ .

Considerando ruído  $1/f^2$ , os termos  $g_{13}$  e  $f_{31}$  são estimados, respectivamente, como:

$$g_{13}' = \frac{[PJ_1(x) + K] - [PJ_3(x) + K/3]}{[PJ_1(x) + K] + [1,93PJ_3(x) + 1,93K/3]}, \tag{5.18-a}$$

$$f_{31}' = \frac{PJ_3(x) + K/3}{PJ_1(x) + K}, \tag{5.18-b}$$

e para ruído branco, tem-se:

$$g_{13}' = \frac{[PJ_1(x) + K] - [PJ_3(x) + K]}{[PJ_1(x) + K] + [1,93PJ_3(x) + 1,93K]}, \quad (5.19-a)$$

$$f_{31}' = \frac{PJ_3(x) + K}{PJ_1(x) + K}. \quad (5.19-b)$$

O valor de  $x'$ , calculado pelo método  $J_1...J_3$ , para ruído  $1/f^2$ , passa a ser:

$$x'^2 = \begin{cases} 24 \frac{PJ_3(x) + K/3}{[PJ_1(x) + K] + [PJ_3(x) + K/3]} \sum_{n=0}^6 c_n (g_{13}')^n, & 0 < x \leq 4,83 \text{ rad} \\ \sum_{n=0}^6 d_n (f_{31}')^n, & 4,83 < x \leq 6,2 \text{ rad} \end{cases}, \quad (5.20)$$

em que  $g_{13}'$  e  $f_{31}'$  são obtidos de (5.18). Considerando ruído branco, tem-se:

$$x'^2 = \begin{cases} 24 \frac{PJ_3(x) + K}{[PJ_1(x) + K] + [PJ_3(x) + K]} \sum_{n=0}^6 c_n (g_{13}')^n, & 0 < x \leq 4,83 \text{ rad} \\ \sum_{n=0}^6 d_n (f_{31}')^n, & 4,83 < x \leq 6,2 \text{ rad} \end{cases}, \quad (5.21)$$

sendo que  $g_{13}'$  e  $f_{31}'$  são obtidos de (5.19).

A Fig. 5.8, obtida para  $P = Q$  [isto é, para  $\phi_0(t) = \pi/4$  rad], mostra o erro de fase  $\Delta x = x - x'$  em função do índice de modulação esperado  $x$ , para os métodos  $J_1...J_3$  e  $J_1...J_4$  Modificado, considerando ruídos  $1/f^2$  e branco. O aumento na faixa dinâmica é de aproximadamente 22% pelo uso do novo método. Ressalta-se, entretanto, que se por um lado, no método  $J_1...J_3$ , a faixa dinâmica foi aumentada no seu limite superior, por outro lado, não se conseguiu reduzir o MDPS, que também ficou próximo de 200 mrad. A linha tracejada  $-x$  desenhada nos gráficos é utilizada para a identificação do MDPS: o valor de  $x$  correspondente a  $\Delta x = -x$ .

A Fig. 5.9, que mostra o resultado do cálculo de  $x'$  usando os métodos  $J_1...J_6$ -pos e  $J_1...J_3$ , para um valor esperado  $x = 5,8$  rad, evidencia a eliminação das singularidades em múltiplos de  $\pi/2$  rad e um menor erro global na estimação da fase, tanto na Fig. 5.9-a, onde se considerou ruído  $1/f^2$ , como na Fig. 5.9-b, obtida para ruído branco.

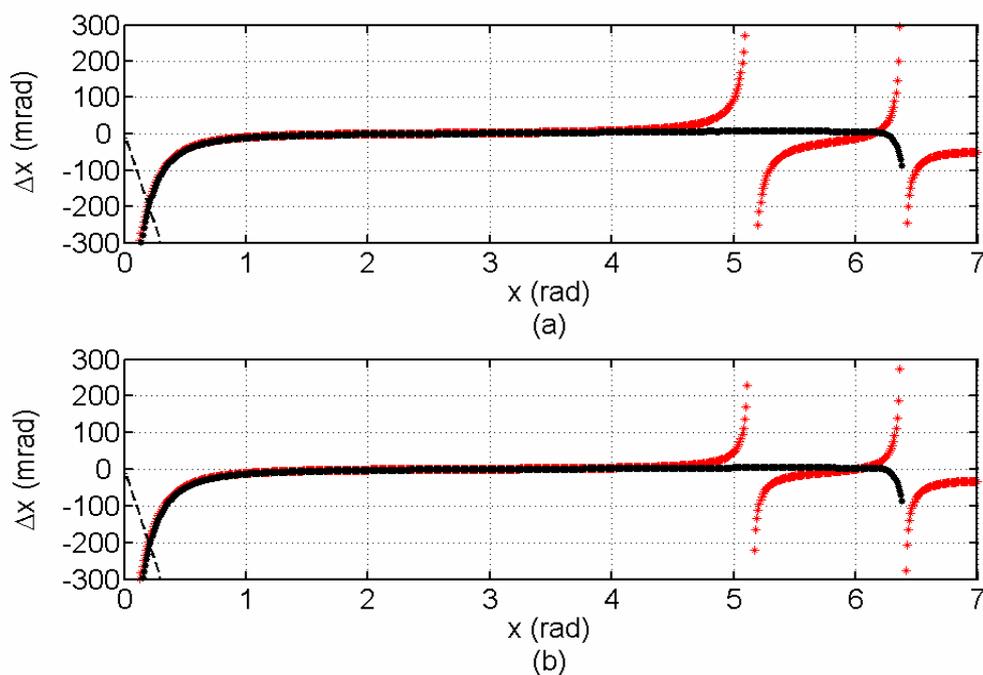


Figura 5.8 – Erro de fase  $\Delta x$  em função de  $x$  para os métodos (\*)  $J_{1...J_4}$  Modificado e (●)  $J_{1...J_3}$ , considerando o fator de ruído  $K$ . (a) Ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$ . (b) Ruído branco com  $K=0,0004$ .

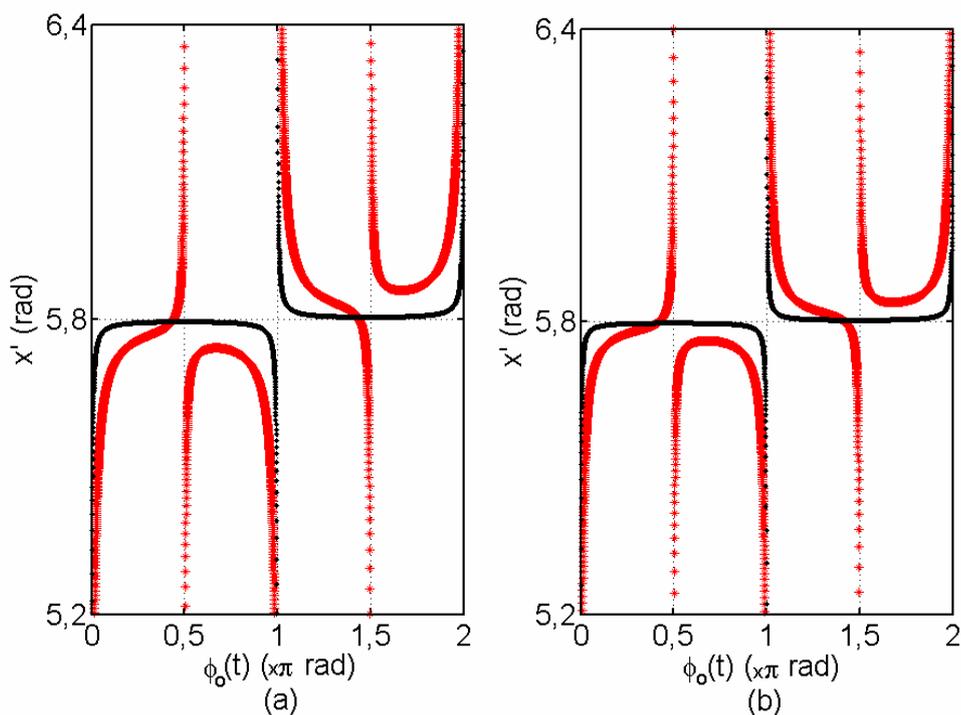
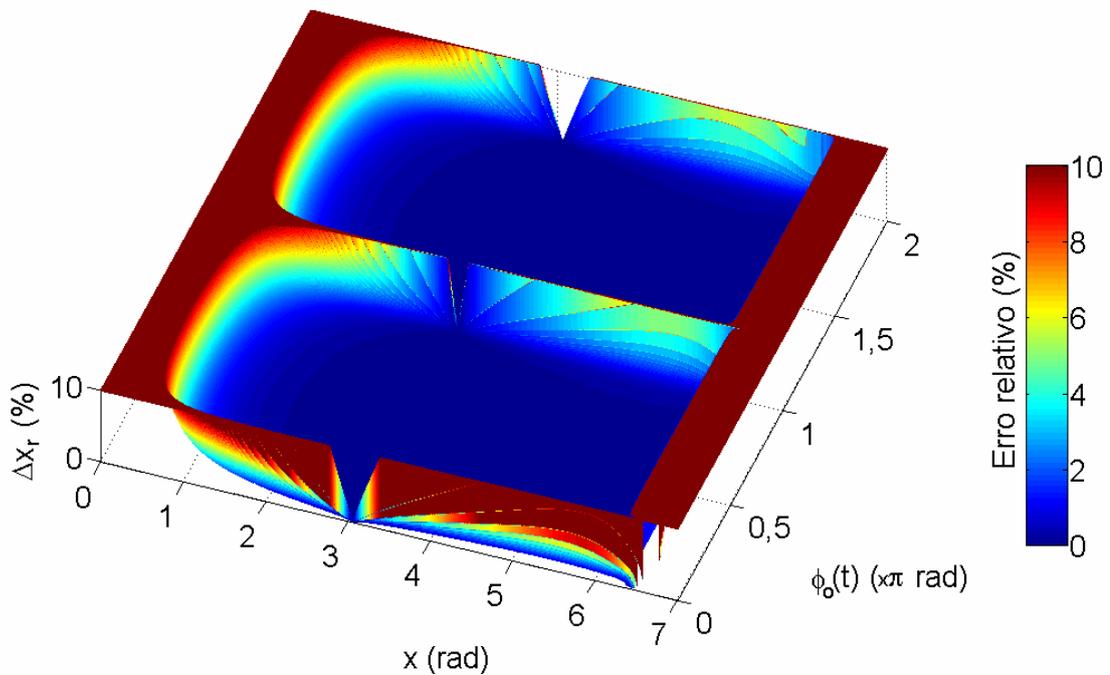


Figura 5.9 - Índice de modulação de fase  $x'$  em função da fase  $\phi_0(t)$  para o valor esperado  $x = 5,8$  rad, calculado usando os métodos (\*)  $J_{1...J_6}$ -pos e (●)  $J_{1...J_3}$ , considerando o fator de ruído  $K$ . (a) Ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$ . (b) Ruído branco com  $K=0,0004$ .

A distribuição do erro relativo percentual (5.8) com a variação de  $x$  e de  $\phi_0(t)$  é mostrada na Fig. 5.10, obtida para ruído branco com  $K=0,0004$  rad (um resultado similar foi

obtido para ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$ ). Comparando-se este resultado com o da Fig. 4.10, observa-se praticamente a mesma faixa dinâmica de fase ( $0 < x < 6,1$  rad) para os métodos  $J_1...J_3$  e  $J_1...J_6$ -pos, com a vantagem da eliminação de erros nas proximidades de  $\phi_0(t) = (2n-1)\pi/2$  rad ( $n$  inteiro), para o novo método. Na comparação do resultado mostrado na Fig. 5.10, com o apresentado para o método  $J_1...J_6$ -neg, na Fig. 4.9, observou-se uma menor faixa dinâmica para o método  $J_1...J_6$ -neg, porém com um MDPS menor para ruído  $1/f^2$  (Fig. 4.9-a). Para ruído branco, os resultados mostraram uma resposta inferior para o método  $J_1...J_6$ -neg em relação ao novo  $J_1...J_3$ , pois além do erro ser maior em baixos índices, ocorrem duas vezes mais linhas de singularidades na faixa  $0 \leq \phi_0(t) \leq 2\pi$  rad.



**Figura 5.10** – Erro relativo percentual de fase  $\Delta x_r$ , em função da fase  $\phi_0(t)$  e do índice de modulação de fase esperado  $x$ , para o método  $J_1...J_3$ , considerando ruído branco com  $K=0,0004$ .

Outra vantagem deste método em relação ao método  $J_1...J_6$ -pos é o número reduzido de harmônicas utilizadas no cálculo de  $x$ , o que reduz o número de operações algébricas se o algoritmo de Goertzel for aplicado para este fim ao invés de uma FFT convencional. Além disso, a ordem das harmônicas utilizada no método  $J_1...J_3$  é reduzida em 50%, limitando-se à  $3f_s$  ao invés de  $6f_s$  ( $f_s$  é a frequência da componente fundamental).

### 5.3 O Método $J_m/J_{m+2}$

Com a concepção do método  $J_1...J_3$ , reduziu-se a probabilidade de ocorrência de singularidades nos cálculos, devido à variação aleatória da fase  $\phi_0(t)$ . No entanto, o problema não foi resolvido para a condição  $n\pi$  rad ( $n$  inteiro), em que os erros pela aplicação do método  $J_1...J_3$  são intoleráveis na estimação da fase óptica  $x$ . Torna-se evidente que há vantagens em relação aos métodos  $J_1...J_4$ ,  $J_1...J_6$ -neg e  $J_1...J_6$ -pos, porém, com relação à faixa dinâmica, nenhum avanço significativo ainda foi alcançado. Outro problema está relacionado com a correção dos sinais algébricos das harmônicas pelo método  $J_1...J_4$  Modificado, exigindo cálculos extras e a necessidade de separação das partes real e imaginária dos coeficientes da FFT para a determinação das harmônicas, como mostrou o desenvolvimento realizado na seção 4.2. Isto impossibilita a identificação das harmônicas a partir do espectro de magnitudes do sinal fotodetectado para medições de índices de modulação superiores a  $x = 3,83$  rad [ $J_1(x)$  torna-se negativo].

Pretende-se, nesta seção, introduzir um novo método de demodulação de fase óptica, que supere as limitações de faixa dinâmica e problemas decorrentes do desvanecimento de sinal, associados aos métodos espectrais clássicos e também aos novos métodos  $J_1/J_3A$  e  $J_1...J_3$ . Este método, denominado  $J_m/J_{m+2}$  nesta tese, permite demodular sinais com índice de modulação de até 100 rad e não sofre influências do desvanecimento de sinal devido à fase aleatória  $\phi_0(t)$ .

No novo método  $J_m/J_{m+2}$ , primeiramente define-se as funções  $g_m$  e  $h_m$  como razões entre as componentes harmônicas do sinal fotodetectado (3.22), dadas por:

$$g_m = \frac{V_{m+1}}{V_{m+3}}, \quad (5.22-a)$$

$$h_m = \frac{V_m}{V_{m+2}}, \quad (5.22-b)$$

sendo  $m = 1, 2, 3, \dots$ . As harmônicas ímpares, obtidas de (3.27-a), são  $V_{2n-1} = AFPJ_{2n-1}(x)$ , enquanto as pares, obtidas de (3.27-b), são  $V_{2n} = AFQJ_{2n}(x)$ , sendo  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Em (5.22-a) ou (5.22-b) somente harmônicas pares ou ímpares, respectivamente, estarão presentes e, portanto, para qualquer valor de  $m$ , os termos associados a intensidade óptica da fonte, visibilidade de franjas e desvanecimento de sinal são fatores comuns ao numerador e denominador e se cancelam, resultando em:

$$g_m = \frac{J_{m+1}(x)}{J_{m+3}(x)}, \quad (5.23-a)$$

$$h_m = \frac{J_m(x)}{J_{m+2}(x)}. \quad (5.23-b)$$

Uma vez definido  $g_m$  e  $h_m$  como em (5.23), a relação de recorrência definida em (4.3), pode ser escrita como:

$$x^2 = 4(m+1)(m+2) \frac{g_m}{(g_m+1)(h_m+1)}. \quad (5.24)$$

O que se propõe é, usando a teoria de mínimos quadrados, escrever  $g_m$  como uma aproximação linear de  $h_m$ , da forma:

$$g_m \cong a_m h_m + b_m, \text{ para } x_{\min} < x < x_{\max} \quad (5.25)$$

válida somente para uma faixa específica de valores de  $x$  ( $x_{\min} < x < x_{\max}$ ), sendo cada par de coeficientes  $a_m$  e  $b_m$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ) determinados para uma faixa de  $x$ , considerando uma regressão linear a ser realizada para cada valor de  $m$ . Assim, substituindo-se (5.25) em (5.24), o índice de modulação  $x$  pode ser estimado, como uma aproximação, em função somente de  $h_m$ , obtendo-se:

$$x'^2 = 4(m+1)(m+2) \frac{a_m h_m + b_m}{(h_m+1)(a_m h_m + b_m + 1)}. \quad (5.26)$$

Substituindo-se (5.22-b) em (5.26), o valor de  $x$  pode ser estimado diretamente a partir das harmônicas  $V_m$  e  $V_{m+2}$ , como:

$$x'^2 = 4(m+1)(m+2) \frac{(a_m V_m + b_m V_{m+2})V_{m+2}}{(V_m + V_{m+2})[a_m V_m + (b_m + 1)V_{m+2}]}, \quad (5.27)$$

que é a fórmula utilizada pelo novo método  $J_m/J_{m+2}$ . Cada valor de  $m$  em (5.27), corresponde a uma faixa de valores de  $x$  a serem estimados corretamente. Substituindo-se (3.27-a), para  $m$  ímpar, ou (3.27-b), para  $m$  par, em (5.27), obtém-se:

$$x'^2 = 4(m+1)(m+2) \frac{[a_m J_m(x) + b_m J_{m+2}(x)]J_{m+2}}{[J_m(x) + J_{m+2}(x)][a_m J_m(x) + (b_m + 1)J_{m+2}(x)]}. \quad (5.28)$$

Fazendo-se  $m = 1$  em (5.27) tem-se um caso particular: o método  $J_1/J_3A$ , descrito na seção 5.1, onde se obteve  $a_1 = 1,953$  e  $b_1 = 1,546$ ,  $x_{\min} = 0,01$  rad e  $x_{\max} = 3,6$  rad. A determinação destes parâmetros para outros valores de  $m$  será explicada nas seções seguintes. Primeiramente, na seção 5.3.1 procurar-se-á uma maneira automatizada de identificação de  $m$

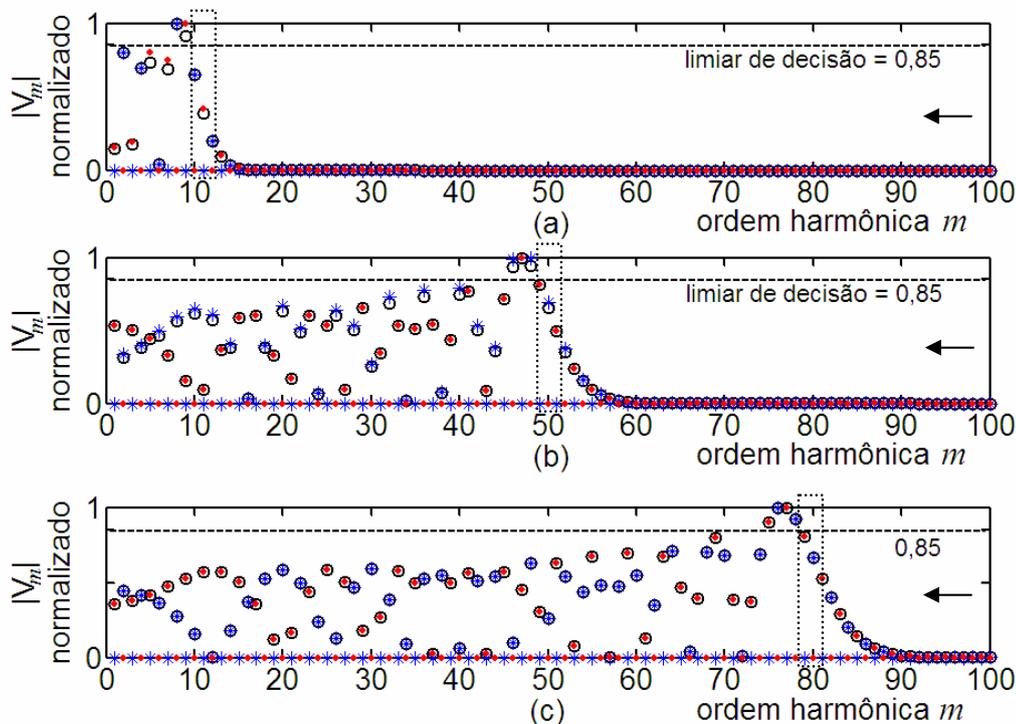
a partir do espectro de magnitude do sinal fotodetectado e de associação deste coeficiente à sua respectiva faixa ótima para estimação de  $x$ . Em seguida, na seção 5.3.2, definir-se-á, para cada faixa dinâmica de  $x$  estabelecida (na seção 5.3.1), os coeficientes  $a_m$  e  $b_m$  que possibilitam estimar corretamente o valor de  $x$ , dentro desta faixa ótima de  $x$  pré-estabelecida.

### **5.3.1 Identificação de $m$ a partir do Espectro Fotodetectado e associação de cada valor de $m$ a uma respectiva faixa ótima para a estimação de $x$**

Procede-se nesta seção a uma análise teórica, na qual o comportamento do espectro de magnitude, considerando até a centésima ordem harmônica, é estudado, para o caso sem ruído e  $x$  variando de zero a 101,4 rad, em incrementos de 0,1 rad. Para cada valor de  $x$  (0, 0,1, 0,2, ..., 101,3, 101,4 rad), os módulos das harmônicas são identificados no espectro, até a centésima ordem, e normalizados (em relação ao módulo da componente de maior magnitude,  $|V_m|_{máx}$ ). Baseando-se nesta análise, desenvolveu-se um algoritmo de identificação de  $m$ , de simples implementação e que será explanado a seguir, através do estudo de três situações particulares, extraídas da análise espectral realizada.

Primeiramente considera-se o caso  $P = Q = \sqrt{2}/2$  ( $P \neq 0$ ,  $Q \neq 0$ ) em (3.25), quando todas as harmônicas ímpares e pares estão presentes no espectro; em seguida, o caso em que  $P = 0$  em (3.25), ou seja, as componentes de ordem ímpar são nulas; e, numa terceira análise, a condição  $Q = 0$ , anulando-se assim, as componentes de ordem par em (3.25). As duas últimas situações correspondem a simulações de casos extremos, quando harmônicas ímpares ou pares se anulam, tornando os métodos clássicos de análise espectrais não realizáveis. Portanto 3042 espectros de magnitude do sinal são considerados ( $101,4rad / 0,1rad \times 3 = 3042$  espectros observados). Baseando-se em todos estes espectros, um limiar de decisão de 0,85 é convenientemente escolhido, de forma empírica (considerando-se que a máxima magnitude passível de ocorrer no espectro normalizado é unitária). O limiar adotado permitir que as harmônicas mais significativas sejam usadas no cálculo de  $x'$  através de (5.27). Esta escolha também permitirá estabelecer uma faixa ótima de  $x$  (faixa dinâmica) que será adequada à determinação dos coeficientes  $a_m$  e  $b_m$  usados em (5.27), com erro muito pequeno, como será visto na próxima seção. Para ilustrar esta idéia, a Fig. 5.11 mostra os módulos das harmônicas normalizados, obtidos para as três situações:

$P = Q = \sqrt{2}/2$  ( $P \neq 0, Q \neq 0$ ),  $P = 0$  e  $Q = 0$ , considerando-se também três valores de índices de modulação de fase: em (a), para  $x = 10$  rad, em (b), para  $x = 50$  rad, e em (c)  $x = 80$  rad, onde o limiar de decisão de 0,85 está especificado nos gráficos.



**Figura 5.11 – Magnitude das harmônicas normalizadas ( $|V_m|/|V_m|_{máx}$ ) em função da ordem harmônica  $m$ , para:  $\circ P=Q=\sqrt{2}/2$  (harmônicas ímpares e pares presentes),  $* P=0$  (harmônicas ímpares nulas) e  $\bullet Q=0$  (harmônicas pares nulas). (a)  $x = 10$  rad. (b)  $x = 50$  rad. (c)  $x = 80$  rad.**

Considerando-se todos os 3042 espectros observados ( $0,1 < x < 101,4$  rad), a cada valor de  $x$  analisado (para as três condições estabelecidas para  $P$  e  $Q$ ), um valor de  $m$  foi identificado no espectro, o qual corresponde à ordem da primeira harmônica normalizada de magnitude maior que 0,85, observada, contando-se a partir da última harmônica do espectro. Nos exemplos retratados nas Fig. 5.11-a, 5.11-b ou 5.11-c, a identificação de  $m$  é realizada iniciando-se em  $m = 100$ , comparando-se as magnitudes normalizadas de ordem imediatamente inferior, até que o valor de  $m$  correspondente à primeira harmônica de magnitude maior que 0,85 seja identificada. As setas nas figuras indicam o sentido desta contagem, realizada nos espectros de magnitude (normalizados) do sinal fotodetectado. A região de interesse, em que o valor de  $m$  é estabelecido, também está destacada nos gráficos, por um retângulo tracejado. Os valores encontrados para os exemplos da Fig. 5.11, são: em (a),  $m = 8$  para  $P=0$  e  $m = 9$  para  $Q=0$  ou

$P=Q$  ( $P \neq 0$ ,  $Q \neq 0$ ), sendo  $x = 10$  rad; em (b)  $m = 47$  para  $Q=0$  e  $m = 48$  para  $P=0$  ou  $P=Q$  ( $P \neq 0$ ,  $Q \neq 0$ ), sendo  $x = 50$  rad; e, em (c)  $m = 77$  para  $Q=0$  e  $m = 78$  para  $P=0$  ou  $P=Q$  ( $P \neq 0$ ,  $Q \neq 0$ ), sendo  $x = 80$  rad.

Baseando-se numa análise detalhada dos 3042 espectros observados, é possível associar, a cada valor de  $m$  identificado no espectro (de acordo com as regras estabelecidas no parágrafo anterior), uma faixa específica de  $x$ . Na análise realizada para  $1 < m < 98$ , as faixas de  $x$  associadas aos valores de  $m$ , identificados nos espectros, estão registradas na segunda coluna da Tab. 5.1. Logo em seguida, na terceira coluna, faixas expandidas foram estabelecidas para os valores de  $m$ , as quais representam as faixas ótimas de  $x$  (faixas dinâmicas)  $x_{min} < x < x_{max}$  a serem empregadas nas aproximações lineares usando a teoria de mínimos quadrados, que permitirão definir os coeficientes  $a_m$  e  $b_m$  em (5.27), para o cálculo de  $x'$ .

As faixas expandidas (faixas dinâmicas) da Tab. 5.1 não foram definidas aleatoriamente. Pelo contrário, o critério estabelecido é que o erro relativo percentual  $|x - x'| / x \times 100\%$  na estimação de  $x$ , considerando cada uma destas faixas dinâmicas (faixas expandidas) deverá ser limitado a 0,5%. A expansão na faixa foi adotada para evitar erros devido a uma possível influência do nível de ruído eletrônico na escolha do limiar de decisão e também devido a outras condições ainda não consideradas até aqui, com relação às variações de  $P$  e  $Q$ . Simulações para  $0 \leq \phi_0(t) \leq 2\pi$  rad [observa-se que  $P = \text{sen}\phi_0(t)$  e  $Q = \text{cos}\phi_0(t)$ ] serão realizadas na seção 5.3.3.

Na definição das faixas dinâmicas da Tab. 5.1 teve-se também o cuidado de assegurar que as funções de Bessel  $J_m(x)$  e  $J_{m+2}(x)$  [usadas na estimação de  $x$ , em (5.28)] fossem sempre positivas. Isto possibilita utilizar somente a magnitude (módulo) das harmônicas em (5.27), evitando correções dos sinais algébricos das amplitudes das harmônicas, como proposto em [114], para o método clássico  $J_1 \dots J_4$  Modificado.

Verifica-se na Tab. 5.1 que, para  $m = 98$ , medições de até 104,3 rad podem ser realizadas. Por segurança, estabelece-se o limite de 102 rad, para  $m = 98$ .

Os valores correspondentes a  $m = 8$  e 9,  $m = 47$  e 48,  $m = 77$  e 78 estão destacados (com fundo cinza) na Tabela 5.1. Estes correspondem aos índices  $m$  a serem aplicados em (5.27), a fim de se medir  $x = 10$  rad,  $x = 50$  rad e  $x = 80$  rad, respectivamente. Verifica-se que, as faixas expandidas (dinâmicas) da Tab. 5.1 envolvidas contêm os valores específicos de  $x$  para os índices  $m$  selecionados. Por exemplos, para  $m = 8$ , tem-se

Tabela. 5.1 – Faixas de  $x$  associadas a cada valor de  $m$  (considerando um limiar de 0,85) e faixa expandida de  $x$  usada na determinação dos coeficientes  $a_m$  e  $b_m$ .

$m$	Faixa de $x$ (rad) associada a $m$ e identificada nos espectros	Faixa expandida de $x$ (faixa dinâmica) (rad)	$m$	Faixa de $x$ (rad) associada a $m$ e identificada nos espectros	Faixa expandida de $x$ (faixa dinâmica) (rad)	$m$	Faixa de $x$ (rad) associada a $m$ e identificada nos espectros	Faixa expandida de $x$ (faixa dinâmica) (rad)
1	0,1-2,9	0,01-3,6	34	35,1-37,0	33,7-38,6	67	68,4-70,3	66,2-72,6
2	0,1-4,0	0,05-4,3	35	36,1-38,0	34,6-39,6	68	69,4-71,3	67,1-73,6
3	3,0-5,2	2,3-5,6	36	37,1-38,9	35,5-40,6	69	70,4-72,3	68,3-74,7
4	4,1-6,2	3,1-6,8	37	38,1-40,0	36,3-41,6	70	71,4-73,3	68,9-75,6
5	5,3-7,3	4,6-7,9	38	39,1-41,1	37,5-42,7	71	72,4-74,3	70,0-76,7
6	6,3-8,3	5,6-9,0	39	40,1-42,1	38,4-43,7	72	73,3-75,3	71,0-77,7
7	7,4-9,4	6,7-10,1	40	41,2-43,1	39,6-44,8	73	74,4-76,3	72,0-78,7
8	8,4-10,4	7,5-11,1	41	42,2-44,1	40,5-45,8	74	75,4-77,3	72,9-79,7
9	9,5-11,5	8,7-12,2	42	43,2-45,1	41,7-46,9	75	76,4-78,3	74,1-80,8
10	10,5-12,5	9,8-13,3	43	44,2-46,1	42,3-47,8	76	77,4-79,4	75,0-81,8
11	11,6-13,5	10,7-14,4	44	45,2-47,1	43,3-48,9	77	78,4-80,4	76,0-82,8
12	12,6-14,6	11,9-15,5	45	46,2-48,1	44,3-49,9	78	79,5-81,4	77,2-83,9
13	13,6-15,6	12,6-16,5	46	47,2-49,1	45,6-51,0	79	80,5-82,4	78,2-84,9
14	14,7-16,6	13,7-17,6	47	48,2-50,0	46,3-52,0	80	81,5-83,4	79,0-85,9
15	15,7-17,7	14,7-18,6	48	49,2-51,2	47,2-53,0	81	82,5-84,4	79,8-86,9
16	16,7-18,7	15,8-19,7	49	50,2-52,2	48,4-54,1	82	83,5-85,4	80,7-87,9
17	17,8-19,7	16,6-20,7	50	51,3-53,2	49,3-55,1	83	84,5-86,4	81,6-88,9
18	18,8-20,7	17,5-21,8	51	52,3-54,2	50,3-56,1	84	85,5-87,4	82,8-90,0
19	19,8-21,8	18,7-22,9	52	53,3-55,2	51,2-57,1	85	86,5-88,4	83,8-91,0
20	20,8-22,8	19,6-23,9	53	54,3-56,2	52,3-58,2	86	87,5-89,4	84,7-92,0
21	21,9-23,8	20,7-25,0	54	55,3-57,2	53,3-59,2	87	88,5-90,4	85,7-93,0
22	22,9-24,8	21,5-26,0	55	56,3-58,2	54,2-60,2	88	89,5-91,4	86,8-94,1
23	23,9-25,8	22,7-27,1	56	57,2-59,2	55,3-61,3	89	90,5-92,4	87,6-95,1
24	24,9-26,9	23,5-28,1	57	58,3-60,2	56,3-62,3	90	91,5-93,4	88,6-96,1
25	25,9-27,9	24,4-29,1	58	59,3-61,2	57,1-63,3	91	92,5-94,4	89,6-97,1
26	27,0-28,9	25,6-30,2	59	60,3-62,2	58,0-64,3	92	93,5-95,4	90,8-98,2
27	28,0-29,9	26,7-31,3	60	61,3-63,3	59,2-65,4	93	94,5-96,4	91,7-99,2
28	29,0-30,9	27,7-32,3	61	62,3-64,3	60,2-66,4	94	95,5-97,4	92,7-100,2
29	30,0-31,9	28,5-33,3	62	63,4-65,3	61,1-67,4	95	96,5-98,4	93,6-101,2
30	31,0-32,9	29,6-34,4	63	64,4-66,3	62,3-68,5	96	97,5-99,4	94,6-102,2
31	32,0-34,0	30,5-35,4	64	65,4-67,3	63,3-69,5	97	98,5-100,4	95,7-103,3
32	33,0-35,0	31,4-36,4	65	66,4-68,3	64,1-70,5	98	99,5-101,4	96,7-104,3
33	34,1-36,0	32,5-37,5	66	67,4-69,3	65,3-71,6			

$7,5 < x < 11,1$  rad e para  $m = 9$ , tem-se  $8,7 < x < 12,2$  rad. O valor  $x = 10$  rad pertence às faixas associadas à  $m = 8$  e  $m = 9$ , o que indica uma correta identificação de  $m$  para este valor específico de  $x$ . No segundo exemplo, para  $m = 47$ , tem-se  $46,3 < x < 52,0$  rad e para  $m = 48$ ,  $47,2 < x < 53,0$  rad. O valor  $x = 50$  rad também pertence às faixas associadas à  $m = 47$  e  $m = 48$ , e a identificação de  $m$  pelo critério adotado, possibilita estimar  $x$  corretamente, também neste caso. Uma análise similar pode ser realizada para  $m = 77$  e  $m = 78$ , no caso de  $x = 80$  rad, e assim por diante.

Destaca-se novamente que as faixas dinâmicas apresentadas na Tab. 5.1, foram estabelecidas considerando-se as condições mais severas, quando harmônicas ímpares ou pares se anulam devido à fase  $\phi_0(t) = n\pi/2$  rad. A intenção foi a de simular condições críticas com relação ao desvanecimento de sinal devido à deriva da fase  $\phi_0(t)$ , tornando robusto o método  $J_m/J_{m+2}$ .

Definida a metodologia de identificação do valor do índice  $m$  a ser usado em (5.27) de acordo com o valor de  $x$ , e dos fatores  $P$  e  $Q$ , falta determinar os valores das constantes  $a_m$  e  $b_m$ , associadas à  $m$ , que resultarão no mínimo erro quadrático, respeitando-se as faixas dinâmicas estabelecidas na Tab. 5.1.

### 5.3.2 Determinação dos Coeficientes $a_m$ e $b_m$

Os coeficientes  $a_m$  e  $b_m$  são determinados objetivando-se minimizar o erro quadrático entre o valor estimado  $x'$  em (5.28) e o valor esperado  $x$  do índice de modulação de fase. Cada par de coeficientes é calculado considerando-se a faixa expandida (faixa dinâmica) de valores de  $x$  definida na Tab. 5.1, de forma que o erro seja mínimo na estimação de  $x$  por (5.28). Os valores de  $a_m$  e  $b_m$ , determinados usando a teoria de mínimos quadrados, para  $1 < m < 98$ , estão registrados na Tabela 5.2. O máximo erro percentual de fase ( $\Delta x_r$ , máximo) cometido nas aproximações lineares, considerando todas as faixas aumentadas de  $x$ , é menor do que 0,5%. A determinação das constantes  $a_m$  e  $b_m$ , usando as faixas expandidas da Tab. 5.1, proporciona uma margem de segurança para a estimação de  $x$  em situações práticas.

Tabela 5.2 – Coeficientes  $a_m$  e  $b_m$  determinados usando a teoria de mínimos quadrados, para as respectivas faixas dinâmicas estabelecidas (faixas expandidas na Tab. 5.1), associadas aos valores específicos de  $m$ .

$m$	Faixa dinâmica de $x$ (rad) (expandida)	$a_m$	$b_m$	$m$	Faixa dinâmica de $x$ (rad) (expandida)	$a_m$	$b_m$
1	0,01-3,6	1,953	1,546	50	49,3-55,1	0,96629283369292	0,25719564448417
2	0,05-4,3	1,66666144201355	1,03555492389001	51	50,3-56,1	0,96573187957682	0,25461910685404
3	2,3-5,6	1,49041362153567	0,89197064124508	52	51,2-57,1	0,96608809214359	0,25106658170977
4	3,1-6,8	1,38750322527019	0,76822019255719	53	52,3-58,2	0,96308072043272	0,25221528592083
5	4,6-7,9	1,30983972306823	0,70423038354397	54	53,3-59,2	0,96261327240164	0,24982491169013
6	5,6-9,0	1,25789961026260	0,64420376570655	55	54,2-60,2	0,96304674748832	0,24647196293659
7	6,7-10,1	1,21690259200130	0,60054178744303	56	55,3-61,3	0,96013202079070	0,24773831860236
8	7,5-11,1	1,18948629974913	0,55551124942154	57	56,3-62,3	0,95974397535352	0,24550920293337
9	8,7-12,2	1,16141427465436	0,53026858053956	58	57,1-63,3	0,96109832096816	0,24133057497878
10	9,8-13,3	1,13880897960425	0,50772916288788	59	58,0-64,3	0,96155809235382	0,23826056950371
11	10,7-14,4	1,12212910770575	0,48483867539398	60	59,2-65,4	0,95795538644941	0,24061011641387
12	11,9-15,5	1,10520187955831	0,46910565611868	61	60,2-66,4	0,95764011018340	0,23858582351029
13	12,6-16,5	1,09588112371921	0,44623987409799	62	61,1-67,4	0,95817619952166	0,23564177714809
14	13,7-17,6	1,08260559180691	0,43484694542466	63	62,3-68,5	0,95460813278855	0,23807927032096
15	14,7-18,6	1,07354933490630	0,41965241698817	64	63,3-69,5	0,95435815672561	0,23616386156810
16	15,8-19,7	1,06264389724710	0,41115150967577	65	64,1-70,5	0,95579237924301	0,23237564911974
17	16,6-20,7	1,05809593435593	0,39510490616480	66	65,3-71,6	0,95228489665266	0,23487246473792
18	17,5-21,8	1,05134783552778	0,38533020720085	67	66,2-72,6	0,95292800099694	0,23210450452938
19	18,7-22,9	1,04158359238415	0,38140985119964	68	67,1-73,6	0,95355067530965	0,22940540129314
20	19,6-23,9	1,03772758378427	0,36991921205162	69	68,3-74,7	0,95009488689364	0,23195503884921
21	20,7-25,0	1,03022869828057	0,36565523856877	70	68,9-75,6	0,95473861885252	0,22420368022440
22	21,5-26,0	1,02842448760466	0,35397899877475	71	70,0-76,7	0,95223605487781	0,22578497664236
23	22,7-27,1	1,02057590756085	0,35227763908993	72	71,0-77,7	0,9520696516464	0,22416595129519
24	23,5-28,1	1,01943897878405	0,34172625911019	73	72,0-78,7	0,95191017937766	0,22258280249186
25	24,4-29,1	1,01731742626877	0,33326526786143	74	72,9-79,7	0,95252843339748	0,22014996221328
26	25,6-30,2	1,01049733073511	0,33258591234802	75	74,1-80,8	0,94929683717833	0,22268210817643
27	26,7-31,3	1,00493698124064	0,33079272625009	76	75,0-81,8	0,94996366304710	0,22027725611226
28	27,7-32,3	1,00249080494587	0,32473561484034	77	76,0-82,8	0,94984450108225	0,21879864023728
29	28,5-33,3	1,00242210411708	0,31622727242452	78	77,2-83,9	0,94661185506730	0,22138969727833
30	29,6-34,4	0,99750382652453	0,31516220143839	79	78,2-84,9	0,94653203294280	0,21993173458603
31	30,5-35,4	0,99661863079600	0,30861645342765	80	79,0-85,9	0,94801424066167	0,21675590374980
32	31,4-36,4	0,99580362487871	0,30238510599670	81	79,8-86,9	0,94943014409616	0,21366876139431
33	32,5-37,5	0,99137521887990	0,30186393080945	82	80,7-87,9	0,95006564933053	0,21148991517748
34	33,7-38,6	0,98589957301486	0,30286188580899	83	81,6-88,9	0,95068353563498	0,20935735438603
35	34,6-39,6	0,98553855258083	0,29713182573866	84	82,8-90,0	0,94769126628542	0,21187804231573
36	35,5-40,6	0,98520866268546	0,29164806627469	85	83,8-91,0	0,94762433653368	0,21058314368198
37	36,3-41,6	0,98589538508516	0,28516993529031	86	84,7-92,0	0,94828022700524	0,20849700985876
38	37,5-42,7	0,98100563713698	0,28654598888092	87	85,7-93,0	0,94821423489156	0,20725601776155
39	38,4-43,7	0,98086647911987	0,28158354510107	88	86,8-94,1	0,94597070357261	0,20899552043621
40	39,6-44,8	0,97608090925054	0,28317687277491	89	87,6-95,1	0,94735360156193	0,20616582231320
41	40,5-45,8	0,97611565497161	0,27844074142485	90	88,6-96,1	0,94730476276795	0,20497453356500
42	41,7-46,9	0,97141158852737	0,28022805726265	91	89,6-97,1	0,94725850793635	0,20380468065058
43	42,3-47,8	0,97620038720332	0,26948903242633	92	90,8-98,2	0,94434937661654	0,20636494478218
44	43,3-48,9	0,97372347070633	0,26900806151184	93	91,7-99,2	0,94504059886622	0,20441078278244
45	44,3-49,9	0,97291755133997	0,26596015710807	94	92,7-100,2	0,94501943341452	0,20327503392400
46	45,6-51,0	0,96760718603049	0,26907641268425	95	93,6-101,2	0,94568960483613	0,20138337505467
47	46,3-52,0	0,96981909537665	0,26275987967359	96	94,6-102,2	0,94634267931778	0,19952785732229
48	47,2-53,0	0,97006216670566	0,25887442767615	97	95,7-103,3	0,94351797991651	0,20207494795868
49	48,4-54,1	0,96594079168640	0,26095686031273	98	96,7-104,3	0,94351658442640	0,20099365478794

### 5.3.3 Algoritmo do Método $J_m/J_{m+2}$ e Erro na Estimação de $x$

Apesar da extensa explanação realizada para o método  $J_m/J_{m+2}$ , propõe-se nesta tese, um simples e compacto fluxograma para sua implementação, o qual está representado na Fig. 5.12, onde  $|V_m|$  é o módulo da harmônica de ordem  $m$ ,  $|V_m|_{máx}$  é o módulo da harmônica de maior amplitude do espectro analisado, e  $\|V_m\|$  é a harmônica de ordem  $m$  normalizada (em relação à  $|V_m|_{máx}$ ). O valor de  $m_{máx}$  deve ser escolhido de acordo com o máximo valor de  $x$  passível de ocorrer no sistema e está limitado à largura de banda de fotodeteccção e à taxa de amostragem máxima permitida pelo sistema de aquisição e processamento de sinais; assunto que será discutido na próxima seção. Para a análise realizada nesta tese, os coeficientes foram calculados até  $m_{máx} = 98$ . No entanto, este procedimento poderia ser estendido para um valor maior de  $m_{máx}$ , permitindo a medição de índices de modulação superiores a 100 rad.

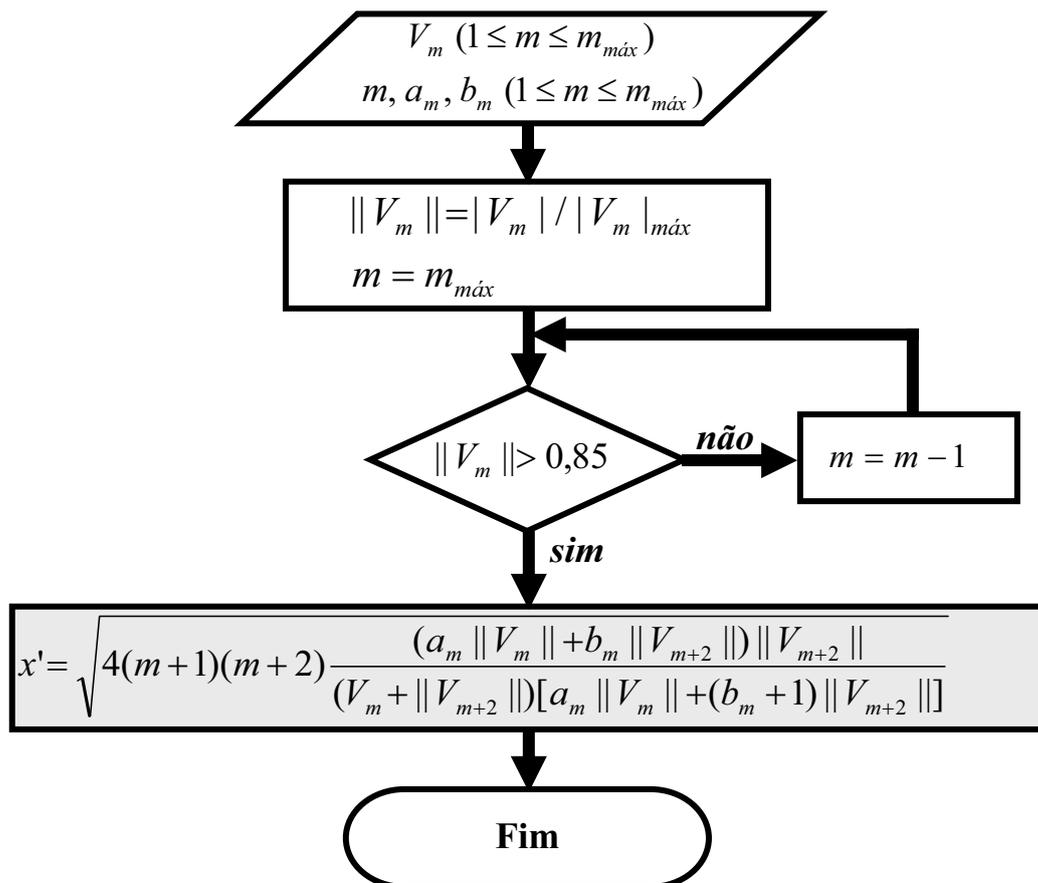


Figura 5.12 – Fluxograma do cálculo de  $x$  pelo método  $J_m/J_{m+2}$ .

No fluxograma da Fig. 5.12, inicialmente, as amplitudes das harmônicas e os coeficientes  $a_m$  e  $b_m$ , até a ordem  $m_{máx}$ , são armazenados. Em seguida, as magnitudes das harmônicas são normalizadas ( $\|V_m\|$ ) e inicializam-se os testes de comparação a partir da última harmônica do espectro útil ( $\|V_{m_{máx}}\|$ ), decrementando-se a ordem harmônica, até que se obtenha  $\|V_m\| > 0,85$ . O índice  $m$  que primeiro satisfaz esta condição é então utilizado na expressão aproximada de cálculo de  $x'$ , proposta para o método  $J_m/J_{m+2}$ .

O erro relativo percentual na estimação de  $x$ , pela aplicação do fluxograma da Fig. 5.12, é mostrado no gráfico da Fig. 5.13, onde os resultados foram obtidos para  $P=Q$  ( $P \neq 0$  e  $Q \neq 0$ ), para  $Q=0$  (harmônicas ímpares nulas) e  $P=0$  (harmônicas pares nulas). Percebe-se que o erro é inferior a 0,1% em todos os casos. Nas situações práticas observadas, em experimentos realizados nesta tese (presença de ruído eletrônico), isto representa um erro insignificante.

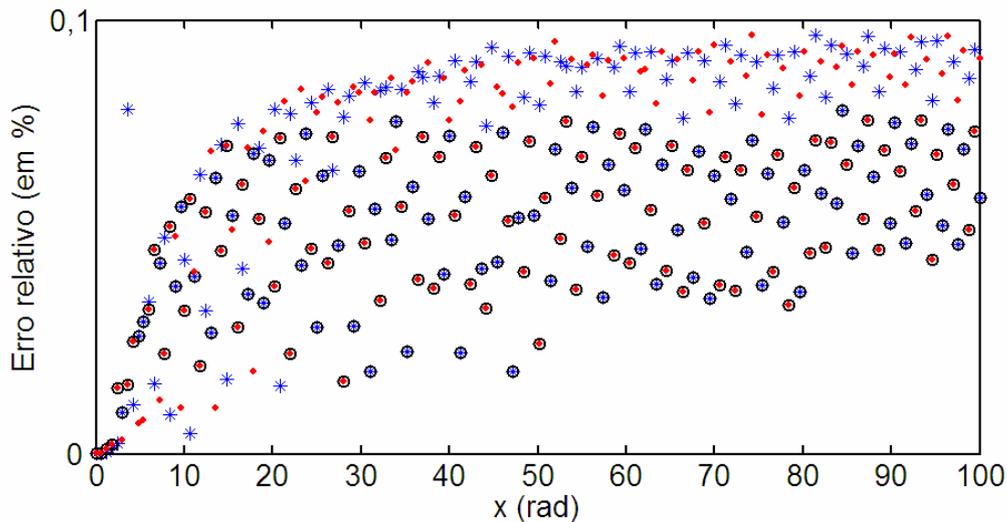


Figura 5.13– Erro percentual relativo na estimação de  $x$  usando o método  $J_m/J_{m+2}$  em função do valor esperado de  $x$ , para:  $\circ$   $P=Q$  (harmônicas ímpares e pares presentes),  $*$   $P=0$  (harmônicas ímpares nulas) e  $\bullet$   $Q=0$  (harmônicas pares nulas).

O erro padrão no cálculo de  $x$  para o método  $J_m/J_{m+2}$ , para  $0 < x < 102 \text{ rad}$ , é igual a 44,3 mrad, e, o coeficiente de correlação entre o valor estimado e o valor esperado de  $x$  é igual a 99,92%.

São muitas as vantagens do método  $J_m/J_{m+2}$ , incluindo-se a não necessidade de correção do sinal algébrico das magnitudes das raias espectrais empregadas nos cálculos (lembra-se, novamente, que somente as magnitudes ou módulos são computados na FFT).

Além disso, permite operação em tempo real, independente da ocorrência de  $P = 0$  ou  $Q = 0$  durante as medições, ou seja, permite-se trabalhar em condições ambientais não controladas, não sendo necessário aguardar até que a fase aleatória  $\phi_0(t)$  se afaste naturalmente da condição  $n\pi/2$  rad (isto significa desperdício de tempo de medição). Por fim, devido à elevada faixa dinâmica, é compatível com operação sub e multi-franjas.

Algumas desvantagens são: não possui uma boa resposta para baixos índices de modulação ( $x < 0,5$  rad), e, a medição de índices de modulação elevados requer a identificação de componentes de ordem superior, ou seja, pode-se operar com altas frequências. Isto significa que, se o processamento do sinal fotodetectado for digital, deve-se empregar uma taxa de amostragem alta em relação à frequência fundamental, como será mostrado na análise da próxima seção.

### **5.3.4 Análise Espectral e Frequência Mínima de Amostragem para Processamento Digital do Sinal Fotodetectado**

O objetivo desta análise é estabelecer uma relação entre a mínima taxa de amostragem a ser empregada na aquisição da tensão fotodetectada  $v(t)$ , em função da sua frequência fundamental e de  $m_{m\acute{a}x}$ , para evitar que, no caso de processamento digital, um possível efeito de sobreposição espectral das componentes de frequências mais altas devido à amostragem incorreta do sinal (*aliasing*), influencie na correta estimação de  $x$ .

O valor de  $m_{m\acute{a}x}$  é escolhido de acordo com o valor máximo de  $x$  a ser demodulado a partir do sistema óptico. A escolha de um determinado valor para  $m_{m\acute{a}x}$  limita a faixa dinâmica a um valor dado pelo limite superior da faixa expandida de  $x$ , mostrada na Tab. 5.1 onde, neste caso, a análise pode ser realizada trocando-se  $m$  por  $m_{m\acute{a}x}$ , na tabela.

Idealmente, no processamento digital, a utilização de um filtro *anti-aliasing* com frequência de corte superior à da componente de maior ordem utilizada no cálculo de  $x'$  permite, segundo o critério de *Nyquist*, a utilização de uma taxa de amostragem ligeiramente superior à duas vezes esta frequência [170]. Na prática, esta frequência deve ser maior e depende do tipo e da ordem do filtro *anti-aliasing*.

Por outro lado, a escolha de uma taxa de amostragem adequada pode eliminar a necessidade do uso de um filtro *anti-aliasing*. Considerando-se que a última harmônica

significativa do espectro do sinal modulado  $v(t)$  (componente  $V_u$ ) possui frequência  $f_u$  e tenha sua magnitude decrescida de -80 dB (corresponde a 0,01% da componente espectral de maior magnitude), o efeito de *aliasing* na amostragem de  $v(t)$  é praticamente desprezível para uma frequência de amostragem dada por  $f_{am} = 2f_u$ . Este é o critério adotado nesta tese, para relacionar a máxima frequência de amostragem permitida com o máximo valor de  $m$  passível de ocorrer. Em outras palavras, por este critério, a magnitude normalizada de  $V_u$  (ou seja,  $\|V_u\|$ ) deve ser igual a 0,0001 para a escolha de  $u$ , pois a harmônica de maior magnitude (normalizada) é unitária. Sendo  $f_1$  a frequência da componente fundamental de  $v(t)$ , pelo critério adotado, pode-se escrever a frequência de amostragem em função da fundamental, como:

$$f_{am} = 2uf_1, \tag{5.29}$$

sendo  $u = f_u / f_1$  a ordem da harmônica de frequência  $f_u$ . Os valores de  $u$  foram determinados para  $1 \leq m_{m\acute{a}x} \leq 98$  e  $\|V_u\| = 0,01$ . Os resultados obtidos estão na Tab. 5.3.

**Tabela 5.3 – Ordem harmônica  $u$  para  $1 \leq m_{m\acute{a}x} \leq 98$ .**

$m_{m\acute{a}x}$	$u$														
1	10	14	28	27	44	40	58	53	73	66	87	79	101	92	115
2	11	15	29	28	45	41	60	54	74	67	88	80	102	93	116
3	13	16	31	29	46	42	61	55	75	68	89	81	103	94	117
4	15	17	32	30	47	43	62	56	76	69	90	82	105	95	118
5	16	18	33	31	48	44	63	57	77	70	92	83	106	96	119
6	18	19	34	32	49	45	64	58	78	71	93	84	107	97	121
7	19	20	35	33	51	46	65	59	79	72	94	85	108	98	122
8	20	21	37	34	52	47	66	60	81	73	95	86	109		
9	22	22	38	35	53	48	67	61	82	74	96	87	110		
10	23	23	39	36	54	49	69	62	83	75	97	88	111		
11	24	24	40	37	55	50	70	63	84	76	98	89	112		
12	26	25	41	38	56	51	71	64	85	77	99	90	113		
13	27	26	42	39	57	52	72	65	86	78	100	91	114		

Para aplicações em que  $f_1$  é relativamente pequeno, o método  $J_m/J_{m+2}$  pode ser implementado utilizando uma placa de DSP com aquisição a baixas taxas. Por exemplo, medições de tensão elétrica usando um sensor óptico de tensão (SOT), cuja componente fundamental tem frequência de 60 Hz, serão realizadas no Capítulo 7 desta tese. Para este experimento, aplicando-se (5.29), adotando-se, por exemplo,  $m_{m\acute{a}x} = 98$ , de acordo com os dados da Tab. 5.3, a frequência de amostragem deve ser de 14,64 kHz (ou seja,  $f_{am} = 2 \times 122 \times 60$  Hz). Assim, o uso de uma placa de DSP com frequência de amostragem de

16 kHz é suficiente para a medição de índices de modulação de fase de até 100 rad. Por outro lado, se esta mesma placa fosse empregada para um sinal modulado de frequência fundamental de 500 Hz, o valor de  $m_{máx}$  seria igual a 5 (obtido da Tab. 5.3 para  $u = 16$ ), que corresponde a medições somente até 7,3 rad. Destaca-se que o critério adotado, para relacionar a máxima frequência de amostragem com o valor máximo do coeficiente  $m$ , foi rigoroso e, dependendo da aplicação, pode ser relaxado.

Para frequências elevadas, a aplicação do método torna-se viável se a aquisição for realizada utilizando-se placas de aquisição e pós-processamento do sinal amostrado. Outra opção é realizar a leitura diretamente da tela de um analisador de espectros, visto que o método  $J_m/J_{m+2}$  utiliza somente a magnitude das harmônicas do sinal fotodetectado.

### 5.3.5 Resposta do Método $J_m/J_{m+2}$ considerando o Fator de ruído $K$

De acordo com (3.29-a) e (3.29-b), para um fator de ruído do tipo  $1/f^2$ , a magnitude das harmônicas ímpares e pares, normalizadas em relação à  $AF$  são estimadas, respectivamente, como:

$$\|V_{2n-1}\|^* = |PJ_{2n-1}(x) + K/(2n-1)|, \quad (5.30-a)$$

$$\|V_{2n}\|^* = |QJ_{2n}(x) + K/(2n)|, \quad (5.30-b)$$

sendo  $n=1, 2, 3, \dots$  Para um fator de ruído branco obtém-se, de (3.31-a) e (3.31-b), as harmônicas ímpares e pares normalizadas em relação à  $AF$ , dadas, respectivamente, por:

$$\|V_{2n-1}\|^* = |PJ_{2n-1}(x) + K|, \quad (5.31-a)$$

$$\|V_{2n}\|^* = |QJ_{2n}(x) + K|. \quad (5.31-b)$$

Simulou-se o fluxograma da Fig. 5.12 (método  $J_m/J_{m+2}$ ) no Matlab, com os termos  $\|V_n\|$  calculados usando-se as harmônicas normalizadas  $\|V_n\|^* / \|V_n\|_{máx}^*$ , sendo  $\|V_n\|^*$  como em (5.30) ou (5.31), ou seja, considerando-se ruído  $1/f^2$  ou branco, para  $1 \leq n \leq 100$ , e  $\|V_n\|_{máx}^*$  o valor máximo de  $\|V_n\|^*$  observado no espectro processado. Desta forma normaliza-se o espectro para valores entre zero e a unidade, e o limiar de decisão igual a 0,85 estabelecido para o método  $J_m/J_{m+2}$  pode ser adequadamente utilizado. As curvas resultantes da simulação, que representam o erro absoluto de fase  $\Delta x = x - x'$  (calculado em mrad), em função do valor esperado  $x$ , para  $P = Q = \sqrt{2}/2$ ,  $P = 0$  e  $Q = 0$ , são mostradas nos gráficos da Fig. 5.14 (para  $x$  em escala logarítmica). Na Fig. 5.14-a, para ruído  $1/f^2$ , estabelece-se um

MDPS de aproximadamente 450 mrad no pior caso (quando  $P = 0$ ). Na Fig. 5.14-b, para ruído branco, o MDPS é maior, em torno de 500 mrad, na condição  $P = 0$ .

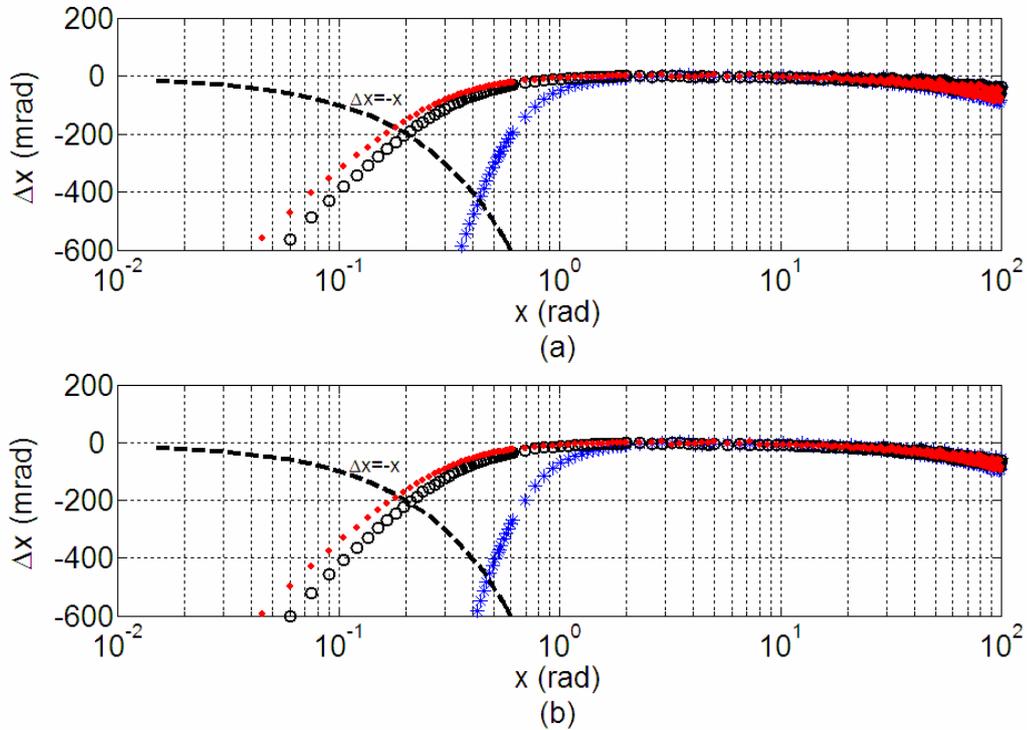
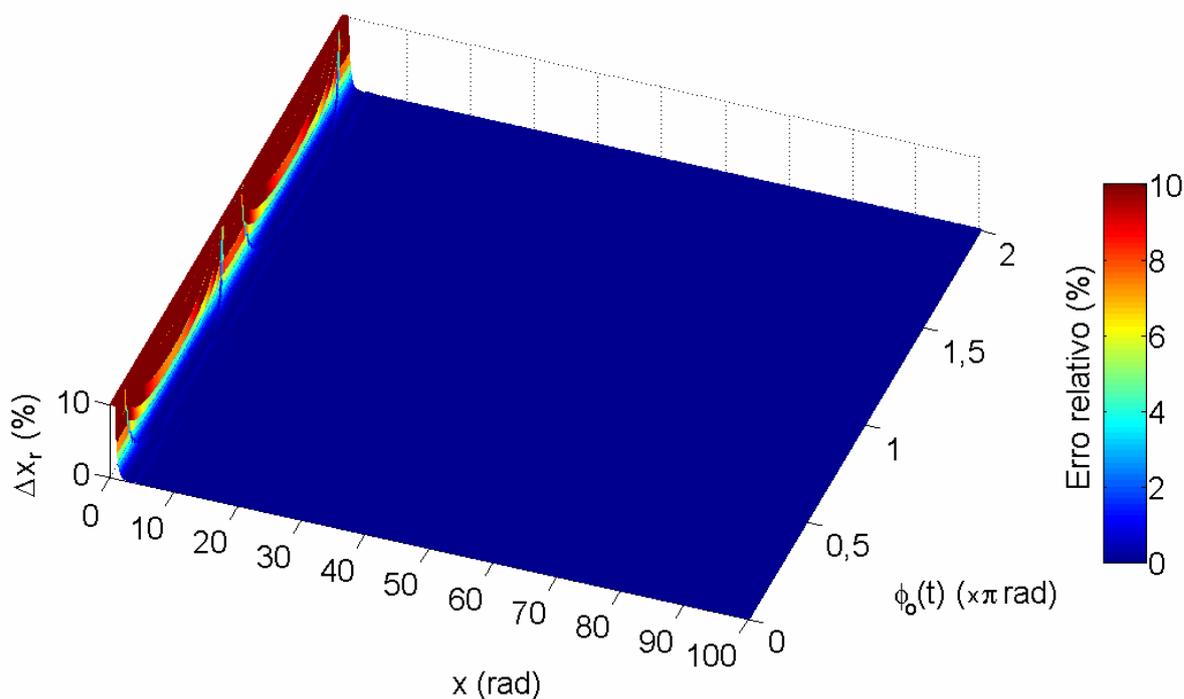


Figura 5.14 – Erro de fase  $\Delta x$  em função de  $x$  para o método  $J_m/J_{m+2}$ , nas condições:  $\circ P=Q$  (harmônicas ímpares e pares presentes),  $* P=0$  (harmônicas ímpares nulas) e  $\bullet Q=0$  (harmônicas pares nulas), considerando o fator de ruído  $K$ . (a) Ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$ . (b) Ruído branco com  $K=0,0004$ .

Numa simulação mais abrangente, aplicando-se também o método  $J_m/J_{m+2}$ , foram consideradas todas as possibilidades de ocorrências de  $\phi_0(t)$  (numa faixa de 0 a  $2\pi$  rad), para a ampla faixa dinâmica de  $x$  (até 100 rad), com  $\|V_m\|^*$  ( $1 \leq m \leq 98$ ) dado por (5.31). O resultado é o gráfico da Fig. 5.15, que mostra a distribuição do erro relativo percentual de fase  $\Delta x_r$ , em função de  $\phi_0(t)$  e de  $x$ , para a faixa até 100 rad, para ruído branco com  $K=0,0004$  (obteve-se um resultado similar para ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$ ). Os cálculos foram realizados em incrementos de 10 mrad para  $x$  e também para  $\phi_0(t)$ . Relativamente aos métodos espectrais clássicos, fica evidente a redução substancial do erro sobre o valor estimado de índice de modulação, resultante da supressão das singularidades indesejadas devido à deriva da fase  $\phi_0(t)$  e à expansão da faixa dinâmica de  $x$ .



**Figura. 5.15** – Erro relativo de fase  $\Delta x_r$ , em função de  $x$  e  $\phi_0(t)$ , calculado para o método  $J_m/J_{m+2}$ , considerando ruído branco com  $K=0,0004$ .

Uma comparação do erro relativo percentual ( $\Delta x_r$ ) calculado em função de  $x$  e de  $\phi_0(t)$  para os métodos clássicos  $J_1...J_4$  (Fig. 4.4),  $J_1...J_4$  Modificado (Fig. 4.5),  $J_1...J_6$ -neg (Fig. 4.9) e  $J_1...J_6$ -pos (Fig. 4.10), com a distribuição de erro obtida na Fig. 5.15 para o novo método  $J_m/J_{m+2}$ , revela uma expansão na faixa dinâmica da ordem de aproximadamente duas ordens de grandeza. Além disso, não se observa nenhuma região de erro significativo próxima de  $\phi_0(t) = n\pi/2$  rad, como ocorre com os métodos clássicos. O excelente resultado da Fig. 5.15 associado ao compacto algoritmo proposto na Fig. 5.12 fazem do novo método  $J_m/J_{m+2}$  uma técnica robusta e de simples implementação, aplicável na demodulação de fase óptica em sistemas interferométricos homódinos operando em malha aberta, quando submetidos à excitação senoidal.

Conclui-se, observando as Figs. 5.14 e 5.15, a ausência de erro significativo em toda a área correspondente à faixa sob consideração, revelando que a faixa dinâmica é amplamente expandida em relação aos métodos estudados anteriormente.

Comparando-se o primeiro método proposto neste capítulo, aquele denominado  $J_1/J_3A$ , com o método  $J_m/J_{m+2}$ , verifica-se que o  $J_1/J_3A$  pode ser considerado um caso particular do método  $J_m/J_{m+2}$ , na condição  $m = 1$ .

### 5.4 O Método $J_0...J_3$

Sudarshanam utilizou um arranjo experimental modificado, empregando um modulador de fase auxiliar para deslocar a componente quase DC, referente ao termo de  $J_0(x)$  para uma frequência mais alta, que permitiu a aplicação do método  $J_0...J_2$  [116], como foi discutido na seção 4.5. Uma das vantagens do uso do modulador auxiliar é que o deslocamento em frequência provocado nas componentes harmônicas permite o uso de harmônicas de ordem inferior no cálculo de  $x$  e possibilita deslocar as harmônicas para uma região do espectro onde normalmente o nível de ruído é menor. Um dos problemas característicos do método  $J_0...J_2$  é o aparecimento das singularidades, como pode ser observado nos gráficos das Figs. 4.12 e 4.13. Com o objetivo de eliminar este problema, causado pela deriva aleatória da fase  $\phi_0(t)$ , mantendo-se praticamente o mesmo MDPS do método  $J_0...J_2$ , elaborou-se uma nova técnica, aqui denominada  $J_0...J_3$ , que usa o mesmo arranjo experimental proposto para o método  $J_0...J_2$  e que será explanada a seguir.

Sejam as componentes do espectro  $V_{(1,0)}$ ,  $V_{(1,1)}$ ,  $V_{(1,2)}$ ,  $V_{(2,0)}$ ,  $V_{(2,1)}$ ,  $V_{(2,2)}$ ,  $V_{(3,0)}$  e  $V_{(3,1)}$  como definidas no capítulo anterior, em (4.29).

Primeiramente, propõe-se calcular o índice de modulação auxiliar  $x_a$  usando o método  $J_1/J_3A$ , que pode ser obtido a partir da relação entre as componentes  $V_{(1,0)}$  e  $V_{(3,0)}$ , ou,  $V_{(1,1)}$  e  $V_{(3,1)}$  dadas, respectivamente, por:

$$\frac{V_{(1,0)}}{V_{(3,0)}} = \frac{AFPJ_1(x_a)J_0(x)}{AFPJ_3(x_a)J_0(x)} = f_{13}(x_a), \quad (5.32-a)$$

$$\frac{V_{(1,1)}}{V_{(3,1)}} = \frac{AFQJ_1(x_a)J_1(x)}{AFQJ_3(x_a)J_1(x)} = f_{13}(x_a), \quad (5.32-b)$$

sendo que os fatores de intensidade da fonte ( $A$ ), visibilidade ( $F$ ) e desvanecimento de sinal ( $P$  ou  $Q$ ) se cancelam resultando na relação  $f_{13}(x_a)$ , que aplicada ao método  $J_1/J_3A$  resulta, de acordo com (5.7), em:

$$x_a'^2 = \frac{46,872f_{13}(x_a) + 37,104}{[1,953f_{13}(x_a) + 2,546][f_{13}(x_a) + 1]}, \text{ para } 0 < x_a < 3,6 \text{ rad.} \quad (5.33)$$

sendo  $x_a'$  o valor estimado de  $x_a$ .

Para evitar as ocorrências de  $P=0$  ou  $Q=0$ , inviabilizando o cálculo de  $x_a'$ , utiliza-se um limiar de decisão baseado no valor de  $V_{(1,0)} = AFPJ_1(x_a)J_0(x)$  e  $V_{(2,0)} = AFQJ_2(x_a)J_0(x)$ , que possuem termos em  $P$  e  $Q$ , respectivamente. Se  $V_{(1,0)} \geq V_{(2,0)}$ , o cálculo deve ser realizado pela substituição de (5.32-a) em (5.33), caso contrário,  $x_a'$  deve ser obtido pela substituição de (5.32-b) em (5.33).

Uma vez calculado  $x_a'$ , pode-se relacionar as componentes  $V_{(2,1)}$ ,  $V_{(1,0)}$  e  $V_{(1,2)}$  ou  $V_{(1,1)}$ ,  $V_{(2,0)}$  e  $V_{(2,2)}$ , para que o índice de modulação  $x$  seja estimado diretamente de:

$$x' = \frac{2V_{(2,1)}}{V_{(1,0)} + V_{(1,2)}} \frac{J_1(x_a')}{J_2(x_a')} \quad (5.34-a)$$

ou

$$x' = \frac{2V_{(1,1)}}{V_{(2,0)} + V_{(2,2)}} \frac{J_2(x_a')}{J_1(x_a')} \quad (5.34-b)$$

Substituindo (4.29) em (5.34), obtém-se:

$$x' = \frac{AFPJ_2(x_a)2J_1(x)}{AFPJ_1(x_a)[J_0(x) + J_2(x)]} \frac{J_1(x_a')}{J_2(x_a')} \quad (5.35-a)$$

ou

$$x' = \frac{AFQJ_1(x_a)2J_1(x)}{AFQJ_2(x_a)[J_0(x) + J_2(x)]} \frac{J_2(x_a')}{J_1(x_a')} \quad (5.35-b)$$

em que os fatores de intensidade da fonte ( $A$ ), visibilidade ( $F$ ), desvanecimento de sinal  $P$  ou  $Q$ , e as funções de  $x_a'$  e  $x_a$  praticamente se cancelam no numerador e denominador de (5.35), restando a relação de Bessel  $x = 2J_1(x)/[J_0(x) + J_2(x)]$ , em ambas as equações. No entanto,  $x'$  não pode ser calculado a partir de (5.35-a), na condição  $P=0$ . Analogamente, (5.35-b) é indeterminada para  $Q=0$ . Para evitar a influência da deriva da fase  $\phi_0(t)$  no cálculo de  $x$ , adota-se, novamente, um limiar de decisão que definirá se o cálculo deve ser efetuado pelo uso de (5.35-a) ou de (5.35-b). Definindo-se as funções:

$$h_P = \frac{V_{(2,1)}}{J_2(x_a')} + \frac{V_{(1,0)}}{J_1(x_a')} = AFP[J_1(x) + J_0(x)], \quad (5.36-a)$$

$$h_Q = \frac{V_{(1,1)}}{J_1(x_a')} + \frac{V_{(2,0)}}{J_2(x_a')} = AFQ[J_1(x) + J_0(x)]. \quad (5.36-b)$$

Observa-se que, se  $P \geq Q$  em (5.36), tem-se  $h_p \geq h_Q$  e vice-versa. Portanto, o limiar de decisão é baseado nesta comparação, sendo o cálculo usando (5.35-a) realizado na condição  $h_p \geq h_Q$ , e, o uso de (5.35-b), na condição  $h_p < h_Q$ .

O valor de  $\phi_0(t)$  pode ser monitorado usando o método proposto em [128], através de:

$$\tan[\phi_0(t)] = \frac{V_{(1,0)} J_2(x_a')}{V_{(2,0)} J_1(x_a')}. \quad (5.37)$$

Portanto usando (5.33), (5.37) e (5.34) nesta ordem, pode-se ajustar  $x_a$ , monitorar  $\phi_0(t)$  durante as medições e, principalmente, calcular  $x$ . Destaca-se que o monitoramento de  $\phi_0(t)$  não é uma tarefa obrigatória pelo emprego da nova técnica. Porém este pode proporcionar informações sobre a influência das condições ambientais no sistema interferométrico utilizado, caso exista interesse.

Baseando-se na investigação realizada, elaborou-se um fluxograma da metodologia empregada no método  $J_0...J_3$ , o qual está ilustrado na Fig. 5.16, onde inicialmente são armazenadas as magnitudes das harmônicas [ $V_{(1,0)}$  a  $V_{(3,1)}$ ], as quais devem ser previamente identificadas no espectro do sinal fotodetectado. Na seqüência do fluxograma, um teste compara as harmônicas  $V_{(1,0)}$  com  $V_{(2,0)}$  possibilitando que  $f_{13}$  e  $x_a'$  sejam calculados usando-se harmônicas com elevada SNR (se  $P \gg Q$  empregam-se as harmônicas  $V_{(1,0)}$  e  $V_{(3,0)}$ , por outro lado, se  $Q \gg P$ ,  $V_{(1,1)}$  e  $V_{(3,1)}$  é que são utilizadas nos cálculos). Usando-se o valor calculado de  $x_a'$  pode-se estimar  $\phi_0(t)$ , sendo este um cálculo opcional. Na etapa seguinte, calcula-se  $h_p$  e  $h_Q$ , que são comparados mutuamente, para que componentes de elevada SNR sejam também empregadas no cálculo do índice  $x'$ , minimizando-se desta forma, os erros devidos à deriva aleatória da fase  $\phi_0(t)$ .

A faixa dinâmica do método  $J_0...J_3$  é a mesma do método  $J_0...J_2$ , limitada a 2,2 rad, o que pode ser deduzido dos gráficos das Figs. 5.17-a e 5.17-b, resultantes das simulações com ruído  $1/f^2$  e branco, respectivamente. Nos gráficos das Figs. 5.17-c e 5.17-d têm-se uma vista em detalhe da região de baixos índices ( $x \leq 4$  mrad). O cruzamento da linha tracejada com os pontos ( $\Delta x = x$ ) define um MDPS em torno de 2 mrad, que representa um erro de 100% na estimação de  $x$ . Os gráficos da Fig. 5.17 foram obtidos fazendo-se  $\phi_0(t) = \pi/4$  rad e fixando-se  $x_a$  em 2,7 rad.

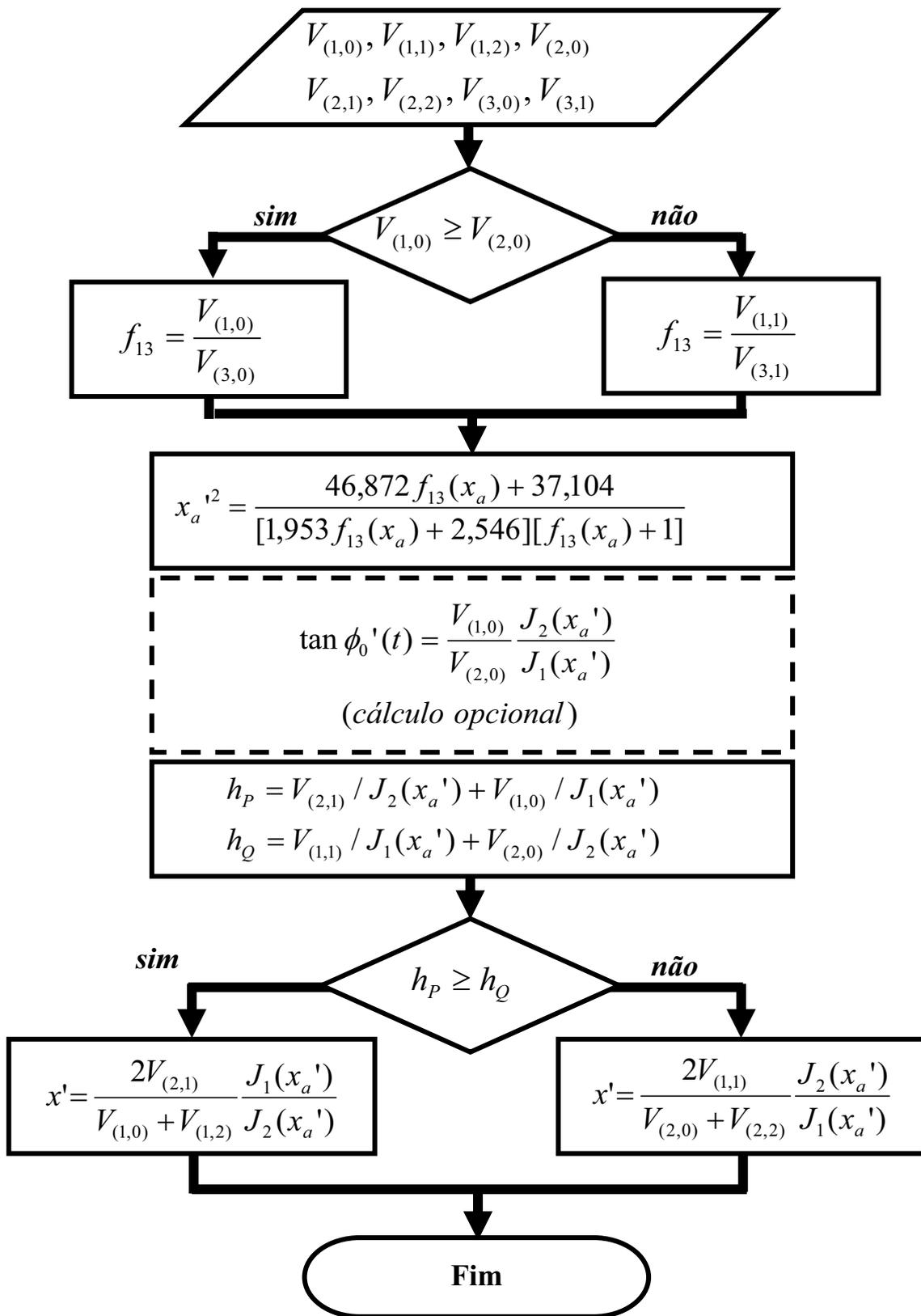


Figura 5.16 – Algoritmo do cálculo de x pelo método  $J_0 \dots J_3$ .

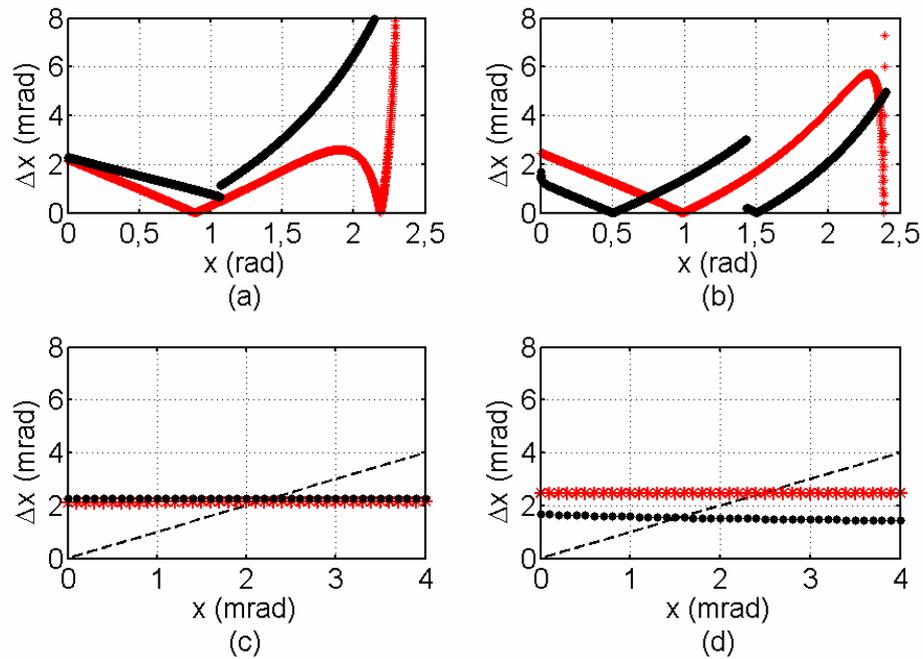


Figura 5.17 – Erro absoluto  $\Delta x$  em função de  $x$  usando os métodos (\*)  $J_0...J_2$  e (•)  $J_0...J_3$ , considerando  $x_a = 2,7$  rad e  $\phi_0(t) = \pi/4$  rad. (a) Ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$ . (b) Ruído branco com  $K=0,0004$ . (c) Ruído  $1/f^2$  com  $K=0,0011$  (região de baixos índices). (d) Ruído branco com  $K=0,0004$  (região de baixos índices).

Assim como se verificou para o método  $J_m/J_{m+2}$ , o cálculo usando o método  $J_0...J_3$  permite a eliminação do erro em  $\phi_0(t) = n\pi/2$  rad, como pode ser observado nos gráficos da Fig. 5.18, onde o erro relativo percentual foi calculado em função de  $x$  e  $\phi_0(t)$ , para toda a faixa dinâmica de fases, pelos métodos  $J_0...J_2$  (Fig. 5.18-a) e  $J_0...J_3$  (Fig. 5.18-b). O ruído é do tipo branco com  $K=0,0004$ , sendo que um resultado similar foi obtido nas simulações com ruído  $1/f^2$  e fator  $K=0,0011$ . Uma vista em detalhe da região de baixos índices é mostrada na Fig. 5.19, podendo-se observar o melhoramento na resposta, obtido pelo cálculo usando o novo método  $J_0...J_3$  (Fig. 5.19-b), em relação ao método clássico  $J_0...J_2$  (Fig. 5.19-a).

Considerando o fato de que, geralmente, o deslocamento das componentes espectrais para frequências mais altas reduz o nível de ruído, a implementação adequada do método  $J_0...J_3$  pode melhorar significativamente a resposta em baixos índices de modulação. Outro fator importante é o correto ajuste do índice de modulação auxiliar  $x_a$  dentro de uma faixa, onde as magnitudes das componentes  $J_1(x_a)$ ,  $J_2(x_a)$  e  $J_3(x_a)$  sejam positivas e de maior amplitude possível, para evitar que o produto  $J_n(x_a)J_m(x)$  (no cálculo das componentes espectrais) seja muito pequeno.

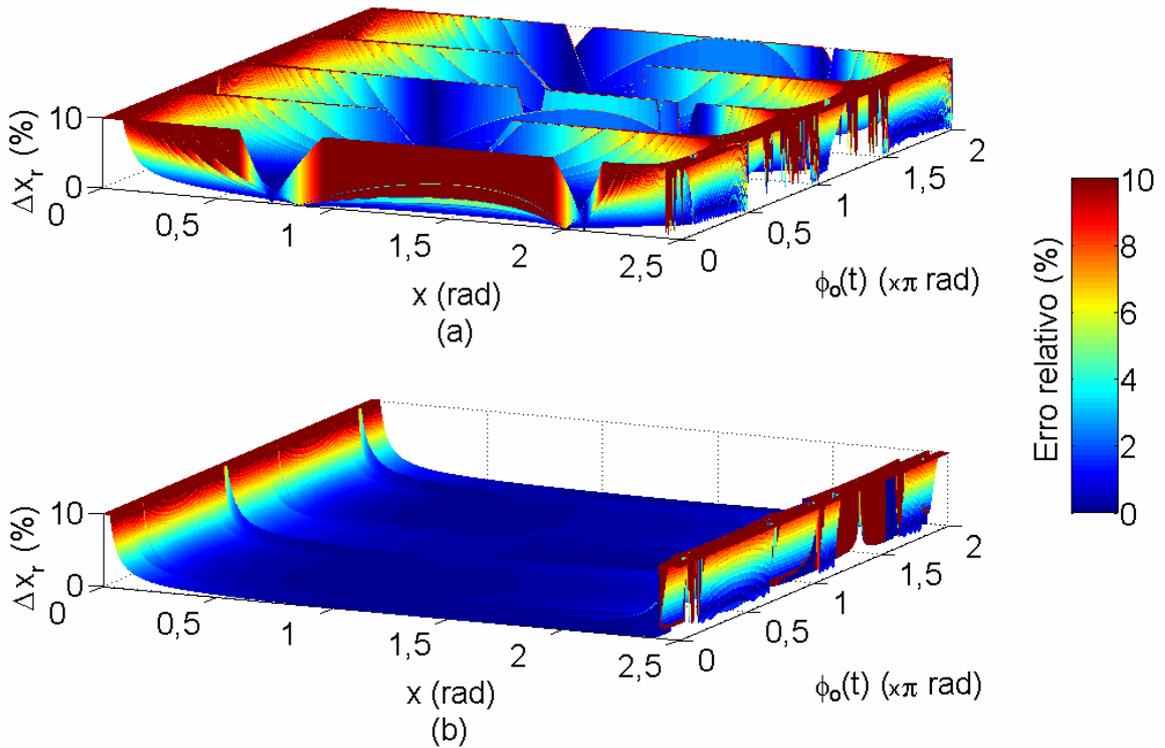


Figura 5.18 – Erro relativo de fase  $\Delta x_r$ , em função de  $x$  e  $\phi_0(t)$ , obtido em simulação com ruído branco e  $K=0,0004$ ,  $x_a = 2,5$  rad. (a) Cálculo pelo método  $J_0 \dots J_2$ . (b) Cálculo pelo método  $J_0 \dots J_3$ .

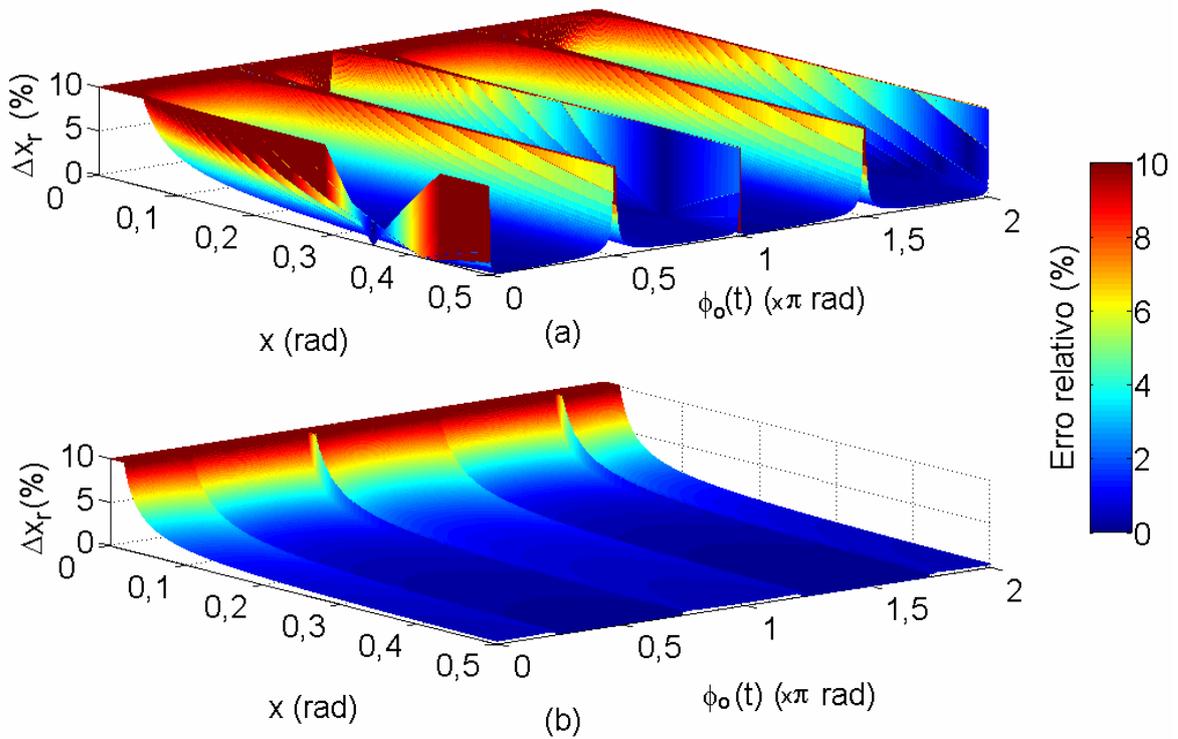


Figura 5.19 – Erro  $\Delta x_r$ , em função de  $x$  e  $\phi_0(t)$ , obtido em simulação com ruído branco, calculado para baixos índices de modulação (vista em detalhe da região de baixos índices do gráfico da Fig. 5.18). (a) Método  $J_0 \dots J_2$ . (b) Método  $J_0 \dots J_3$ .

Os gráficos da Fig. 5.20-a mostram o valor estimado de  $x$  para um valor esperado igual a 50 mrad, pela aplicação do método proposto  $J_0...J_3$  e do método clássico  $J_0...J_2$ , em função de  $\phi_0(t)$ , sendo  $x_a = 2,5$  rad. Verifica-se que, para o novo método, o erro não ultrapassa os 5% para toda a faixa de valores de  $\phi_0(t)$ , enquanto que, para o método  $J_0...J_2$ , os pontos de singularidades em  $\phi_0(t) = n\pi/2$  rad levam a erros maiores que 100% nas proximidades destes pontos (Fig. 5.20-c), tornando o método  $J_0...J_2$  instável para ambientes não controlados [ $\phi_0(t)$  aleatório]. Na Fig. 5.20-b realizou-se uma análise similar, para um valor esperado  $x = 10$  mrad, obtendo-se um erro em torno de 25% pelo emprego do novo método, como mostrado na Fig. 5.20-d.

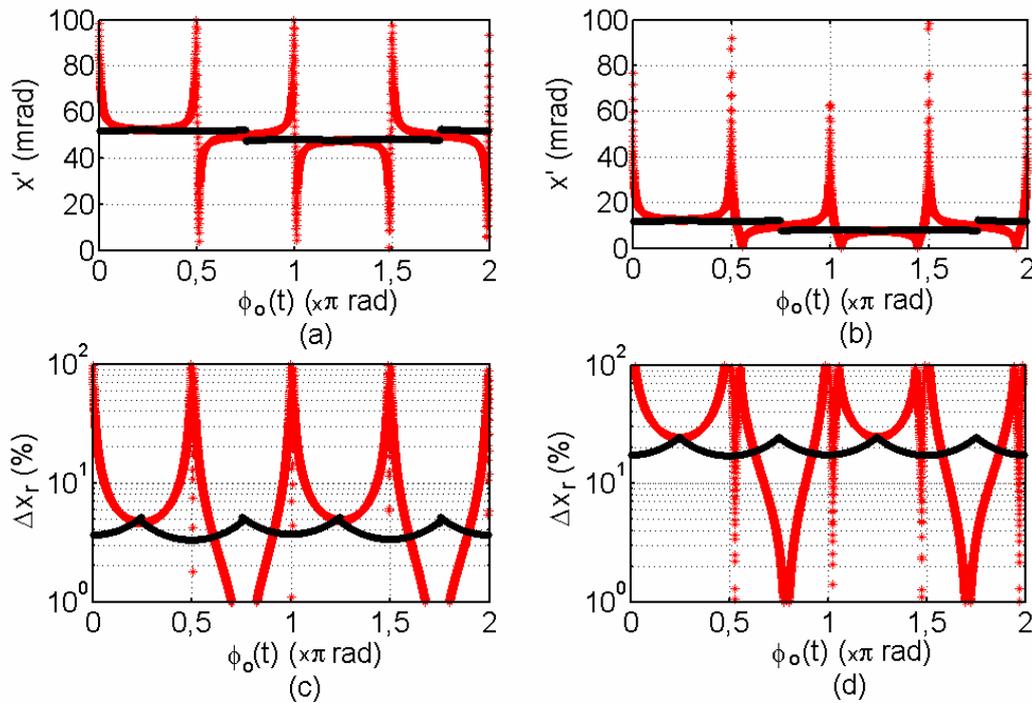


Figura 5.20 – Índice de modulação  $x'$  em função de  $\phi_0(t)$  pela aplicação dos métodos (\*)  $J_0...J_2$  e (•)  $J_0...J_3$ , simulado com ruído branco e  $K=0,0004$ . (a) Cálculo para  $x = 50$  mrad. (b) Cálculo para  $x = 10$  mrad. (c) Erro relativo para  $x = 50$  mrad. (d) Erro relativo para  $x = 10$  mrad.

A maior vantagem do novo método  $J_0...J_3$  é a eliminação das singularidades características do método clássico  $J_0...J_2$ , o que possibilita a implementação do algoritmo proposto na Fig. 5.16 para operações em tempo real, em ambientes não controlados e sem monitoração do espectro do sinal fotodetectado, para medições de baixos índices de modulação de fase.

### 5.5 O Novo Método de Medição da Fase Quase Estática $\phi_0(t)$ Proposto Nesta Tese

Sudarshanam propôs em [128], um método de medição de  $\phi_0(t)$ , em que há necessidade de um cálculo prévio de  $x$  usando o método  $J_1 \dots J_4$ , e do emprego das funções de Bessel  $J_1(x)$  e  $J_2(x)$  (conforme explanação na seção 4.6). Nesta nova proposta elimina-se esta inconveniência, pois  $\phi_0(t)$  é obtido diretamente, a partir da magnitude da fundamental e das três primeiras harmônicas do sinal fotodetectado. Inicialmente, definem-se as funções  $y_m$  e  $y_{m+1}$  como:

$$y_m = \frac{2mV_m}{V_{m-1} + V_{m+1}}, \quad (5.38-a)$$

$$y_{m+1} = \frac{2(m+1)V_{m+1}}{V_m + V_{m+2}}, \quad (5.38-b)$$

sendo  $m = 2, 3, 4, \dots$ . Substituindo-se (3.27-a) e (3.27-b) em (5.38-a) e (5.38-b), obtém-se, para  $m$  par:

$$y_m = \frac{AFQ 2mJ_m(x)}{AFP[J_{m-1}(x) + J_{m+1}(x)]}, \quad (5.39-a)$$

$$y_{m+1} = \frac{AFP 2(m+1)J_{m+1}(x)}{AFQ[J_m(x) + J_{m+2}(x)]} \quad (5.39-b)$$

e, para  $m$  ímpar:

$$y_m = \frac{AFP 2mJ_m(x)}{AFQ[J_{m-1}(x) + J_{m+1}(x)]}, \quad (5.40-a)$$

$$y_{m+1} = \frac{AFQ 2(m+1)J_{m+1}(x)}{AFP[J_m(x) + J_{m+2}(x)]}. \quad (5.40-b)$$

Aplicando a relação de recorrência (4.1) às equações (5.39) e (5.40), pode-se escrever:

$$y_m = x \left( \frac{Q}{P} \right)^{(-1)^m}, \quad (5.41-a)$$

$$y_{m+1} = x \left( \frac{P}{Q} \right)^{(-1)^m}. \quad (5.41-b)$$

Dividindo-se (5.41-b) por (5.41-a) chega-se a:

$$\frac{y_{m+1}}{y_m} = \left( \frac{P^2}{Q^2} \right)^{(-1)^m}. \quad (5.42)$$

Elevando-se ambos os membros de (5.42) a  $(-1)^m$ , e sabendo-se que  $P/Q = \tan[\phi_0(t)]$ , obtém-se:

$$\tan^2[\phi_0(t)] = \left( \frac{y_{m+1}}{y_m} \right)^{(-1)^m} \quad (5.43)$$

Substituindo-se (5.38-a) e (5.38-b) em (5.43), a fase quase estática  $\phi_0(t)$  pode ser calculada diretamente a partir da medição de  $V_m$ ,  $V_{m-1}$ ,  $V_{m+1}$  e  $V_{m+2}$ , usando-se a seguinte equação:

$$\tan^2 \phi_0(t) = \left[ \frac{(m+1)V_{m+1}(V_{m-1} + V_{m+1})}{mV_m(V_m + V_{m+2})} \right]^{(-1)^m}, \quad (5.44)$$

que consiste no novo método de cálculo de  $\phi_0(t)$  proposto nesta tese.

Fazendo-se  $m = 2$  em (5.44), chega-se a:

$$\phi_0(t) = \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{3V_3(V_1 + V_3)}{2V_2(V_2 + V_4)}} \right), \quad (5.45)$$

que pode ser comparado aos resultados obtidos por Sudarshanam em [128].

Diferentemente do método publicado em [128],  $\phi_0(t)$  é calculada através de (5.44) diretamente e independente do cálculo prévio de  $x$  e de funções de Bessel.

Para um fator de ruído aditivo  $K$  do tipo  $1/f^2$ , (5.44) é modificada para:

$$\tan^2 \phi_0'(t) = \left\{ \frac{(m+1) \left[ AFPJ_{m+1}(x) + \frac{K}{m+1} \right] \left[ AFPJ_{m-1}(x) + AFPJ_{m+1}(x) + \frac{2mK}{(m-1)(m+1)} \right]}{m \left[ AFQJ_m(x) + \frac{K}{m} \right] \left[ AFQJ_m(x) + AFQJ_{m+2}(x) + \frac{2(m+1)K}{m(m+2)} \right]} \right\}^{(-1)^m} \quad (5.46)$$

sendo  $\phi_0'(t)$  o valor estimado de  $\phi_0(t)$ , considerando ruído.

Para ruído branco, (5.44) é expressa como:

$$\tan^2 \phi_0'(t) = \left\{ \frac{(m+1) [AFPJ_{m+1}(x) + K] [AFPJ_{m-1}(x) + AFPJ_{m+1}(x) + 2K]}{m [AFQJ_m(x) + K] [AFQJ_m(x) + AFQJ_{m+2}(x) + 2K]} \right\}^{(-1)^m} \quad (5.47)$$

Na presença de ruído, substituindo  $m=2$  em (5.46) e (5.47) obtém-se:

$$\phi_0'(t) = \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{3 [AFPJ_3(x) + K/3] [AFPJ_1(x) + AFPJ_3(x) + 4K/3]}{2 [AFQJ_2(x) + K/2] [AFQJ_2(x) + AFQJ_4(x) + 3K/4]}} \right), \quad (5.48)$$

para ruído  $1/f^2$ , e

$$\phi_0'(t) = \tan^{-1} \left( \sqrt{\frac{3 [AFPJ_3(x) + K] [AFPJ_1(x) + AFPJ_3(x) + 2K]}{2 [AFQJ_2(x) + K] [AFQJ_2(x) + AFQJ_4(x) + 2K]}} \right), \quad (5.49)$$

para ruído branco.

O erro absoluto no cálculo de  $\phi_0'(t)$  em função de  $x$ , usando (5.48) e (5.49), é mostrado, respectivamente, nos gráficos das Figs. 5.21-a e 5.21-b, onde também são traçados os erros de fase usando o método clássico (descrito na seção 4.6). Observa-se que, em relação à  $x$ , o extremo superior da faixa dinâmica é maior para o novo método (para  $m=2$ ), estendendo-se a até 5,1 rad, contra 3,8 rad do método clássico.

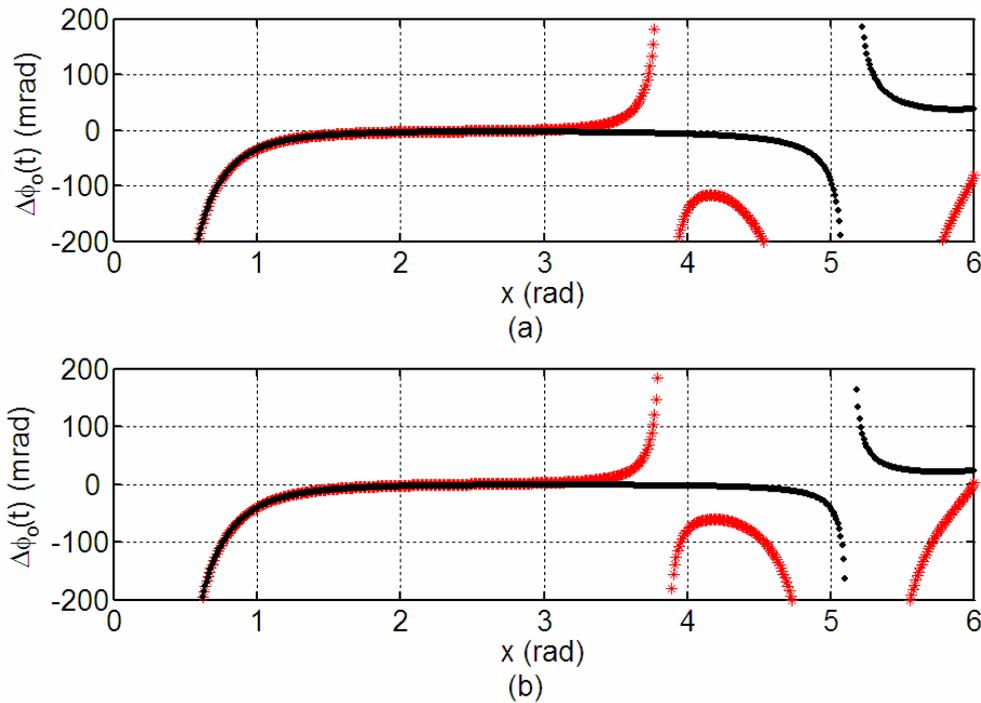
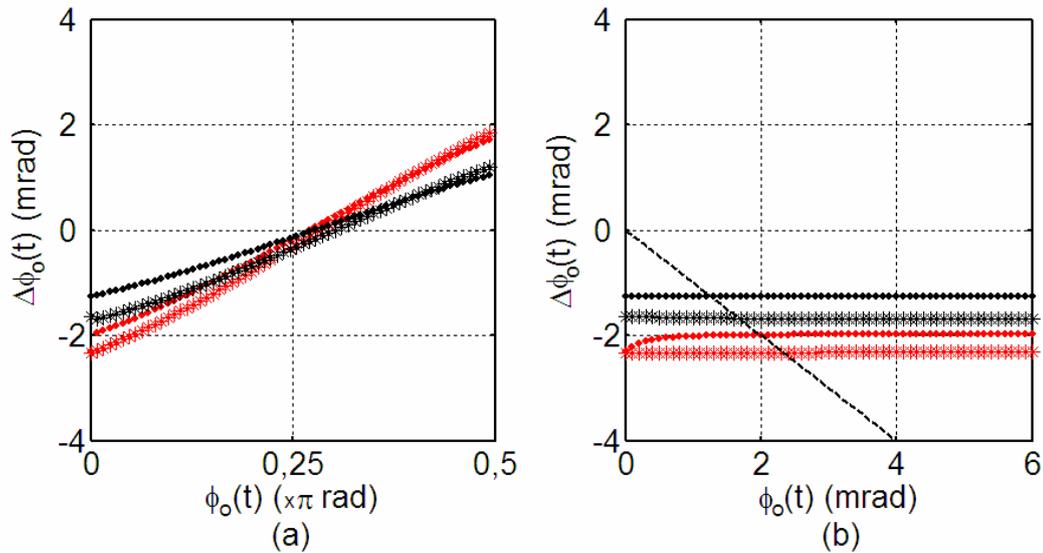


Figura 5.21 – Erro de fase  $\Delta\phi_0(t)$  em função de  $x$  calculado usando (\*) o método desenvolvido por Sudarshanam e (●) o novo método de medição de  $\phi_0(t)$  proposto nesta tese (para  $m=2$ ), considerando  $\phi_0(t) = \pi/4$  rad e o fator de ruído  $K$ . (a) Ruído  $1/f^2$  e  $K=0,0011$ . (b) Ruído branco e  $K=0,0004$ .

Os gráficos da Fig. 5.22-a mostram o erro absoluto,  $\Delta\phi_0(t) = \phi_0(t) - \phi_0'(t)$ , para o novo método e para o método clássico, em função do valor esperado  $\phi_0(t)$ . Comparando-se os resultados para os dois métodos, nota-se uma ligeira diferença a favor do novo método, que fica evidente ampliando-se a porção inferior do gráfico, próximo à origem de  $\phi_0(t)$ , como mostrado nos gráficos da Fig. 5.22-b. Para ruído  $1/f^2$  e  $K=0,0011$ , o cruzamento da reta  $-\phi_0(t)$  com a curva  $\Delta\phi_0(t)$ , estabelece um MDPS-DC de 1,7 mrad para o novo método, contra 2,3 mrad para o método clássico. Para ruído branco e  $K=0,0004$ , se obtém 1,6 mrad contra 1,8 mrad.



**Figura 5.22** – Erro  $\Delta\phi_0(t)$  em função de  $\phi_0(t)$  para os métodos (\*) desenvolvido por Sudarshanam, simulado com ruído  $1/f^2$  e  $K=0,0011$ , (●) desenvolvido por Sudarshanam, simulado com ruído branco e  $K=0,0004$ , (\*) novo método, simulado com ruído  $1/f^2$  e  $K=0,0011$  e (●) novo método, simulado com ruído branco e  $K=0,0004$ . O valor de  $x$  está fixado em  $2,5$  rad. (a)  $\Delta\phi_0(t)$  na faixa  $0 < \phi_0(t) < \pi/2$  rad. (b)  $\Delta\phi_0(t)$  na região de baixo  $\phi_0(t)$  (mrad).

As distribuições do erro relativo percentual  $\Delta\phi_{0r} = [\Delta\phi_0(t) / \phi_0(t)] \times 100\%$ , calculado para o método proposto por Sudarshanam e para o novo método direto para  $m=2$  [usando-se (5.32)], em função de  $x$  e de  $\phi_0(t)$ , são mostradas, nas Figs. 5.23-a e 5.23-b, respectivamente. Considera-se nos cálculos a incidência de ruído branco e  $K=0,0004$ , destacando-se que resultados similares foram obtidos na simulação com ruído  $1/f^2$  e  $K=0,0011$ .

Por inspeção da Fig. 5.23, verifica-se que o método proposto por Sudarshanam tem faixa dinâmica limitada a  $3,83$  rad, quando se atinge a condição em que  $J_1(x) = 0$ , impossibilitando o cálculo pelo uso de (4.31). Para o novo método, a faixa estende-se a  $5,14$  rad (no caso de  $m=2$ ), onde se atinge  $J_2(x)$  nulo e (5.49) fica indeterminada.

Para evitar as singularidades apresentadas nos gráficos da Fig. 5.23, com relação à  $x$ , deve-se escolher um coeficiente  $m$  adequado e empregar a equação generalizada (5.44) na estimação de  $\phi_0(t)$ . Assim, adotando-se uma rotina similar à descrita para o método  $J_m/J_{m+2}$ , pode-se incrementar o valor de  $m$  para ampliar a faixa dinâmica, utilizando-se somente a magnitude das harmônicas. Portanto, propõe-se o fluxograma da Fig. 5.24 para a detecção de  $\phi_0(t)$  através do novo método baseado em (5.44). Usando o algoritmo proposto, procede-se a

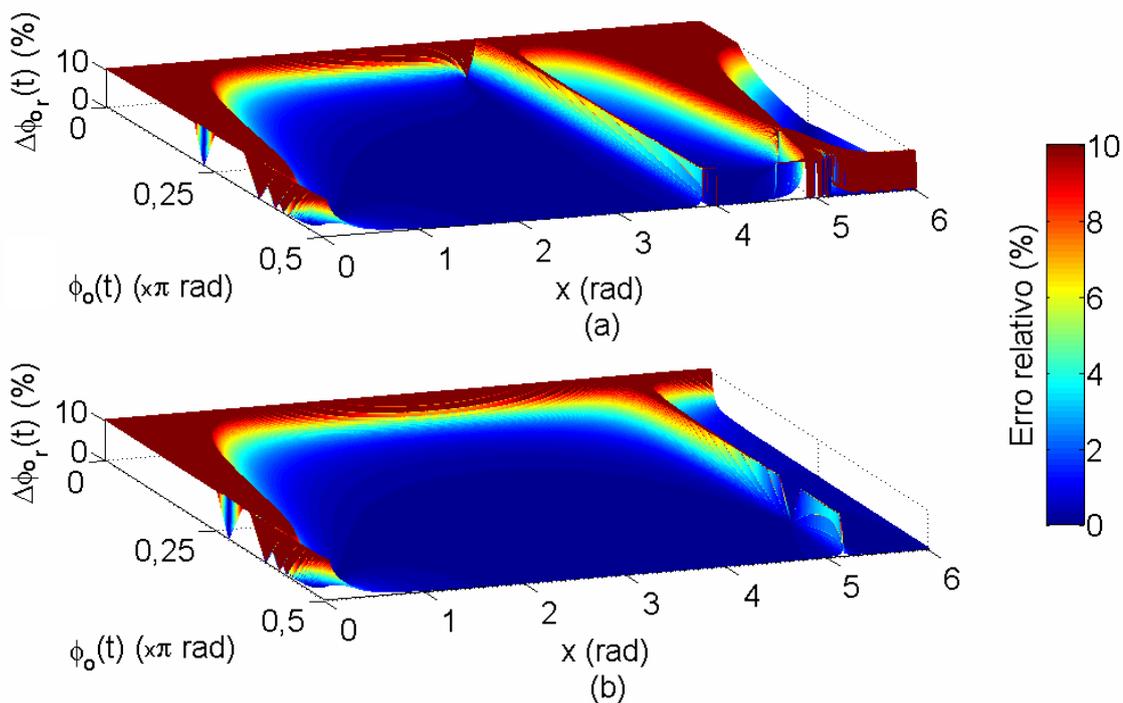


Figura 5.23 – Erro percentual relativo  $\Delta\phi_o(t)_r$  em função de  $x$  e  $\phi_o(t)$ , simulado com ruído branco e  $K=0,0004$ , para: (a) o método proposto por Sudarshanam e (b) o novo método direto de medição de  $\phi_o(t)$ , calculado usando (5.49).

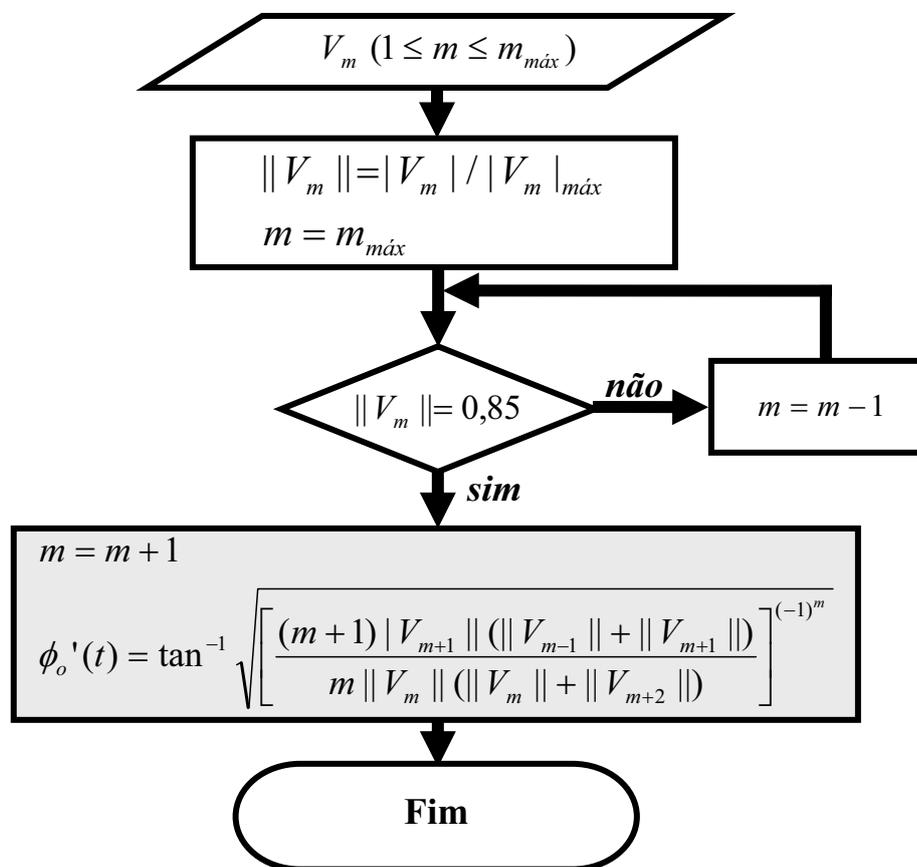


Figura 5.24 – Fluxograma de cálculo do novo método de cálculo de  $\phi_o(t)$  proposto nesta tese.

simulação para ruído branco, ou seja, usando-se (5.47), com  $K=0,0004$ , para  $x$  variando de zero a 100 rad e  $\phi_0(t)$  variando de zero a  $\pi/2$  rad. Na Fig. 5.25-a tem-se a resposta para o método clássico, a qual pode ser comparada com o resultado obtido com o novo método, registrado na Fig. 5.25-b. Verifica-se que o método proposto nesta tese possibilita a expansão da faixa dinâmica, em relação a  $x$ , em duas ordens de grandeza, em relação ao método clássico, desenvolvido em [128]. Além disso, não há necessidade do cálculo prévio de  $x$  e de funções de Bessel [Lembra-se que  $J_1(x)$  e  $J_2(x)$  eram necessárias no método clássico].

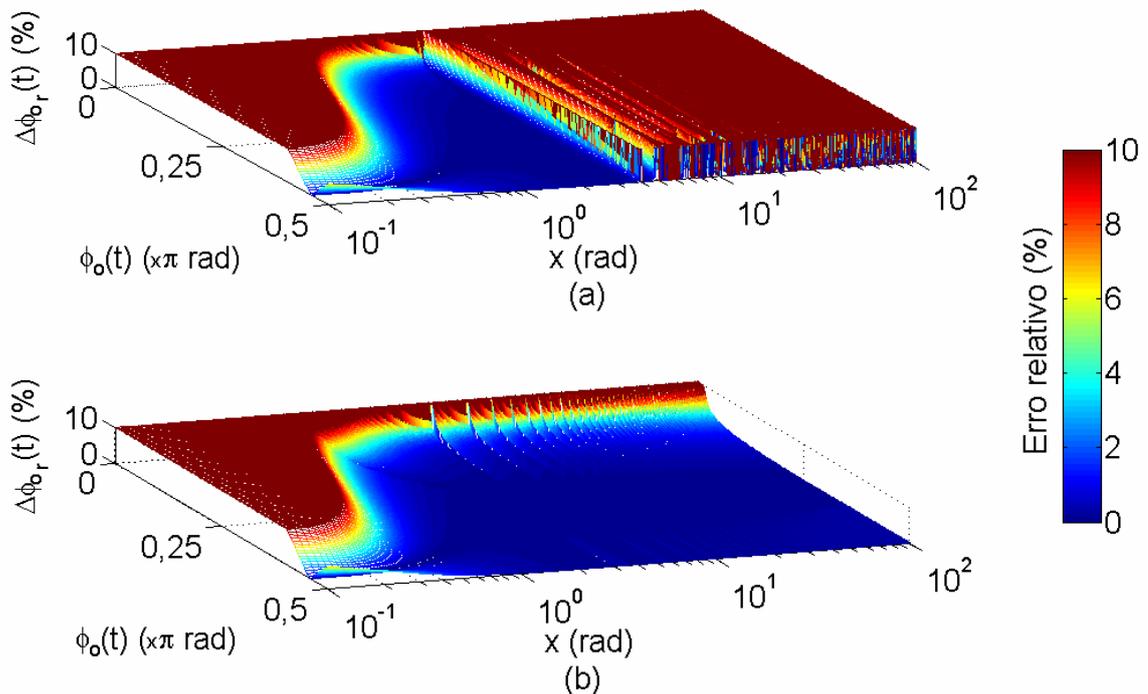


Figura 5.25 – Erro  $\Delta\phi_0(t)_r$  em função de  $x$  e  $\phi_0(t)$ , considerando ruído branco com  $K=0,0004$ . (a) Cálculo pelo método desenvolvido por Sudarshanam. (b) Cálculo pelo método proposto nesta tese, usando o algoritmo da Fig. 5.24.

## 5.6 Análise Comparativa dos Métodos Espectrais de Demodulação de Fase Óptica

Para se ter uma visão geral dos métodos desenvolvidos e a comparação com os métodos de análise espectral clássicos elaborou-se, durante o desenvolvimento desta tese, as Tab. 5.4 a 5.7, onde são mostradas as principais características de cada método, destacando-se que todos os valores foram obtidos por simulações em computador (ainda não correspondem a valores experimentais). Os dados referentes aos métodos propostos nesta tese aparecem com fundo cinza em todas as tabelas, enquanto que os dos métodos clássicos têm fundo branco (padrão).

Na Tab. 5.4 os campos referem-se às harmônicas empregadas nos cálculos para cada método, à faixa de  $x$  onde se deve corrigir o sinal algébrico das harmônicas, ao limite superior da faixa dinâmica e aos valores de  $\phi_0(t)$  para os quais os métodos não podem ser aplicados, pois geram indefinição nos cálculos (singularidades).

Tabela 5.4 – Quadro comparativo entre os métodos espectrais de demodulação de fase óptica.

	Método	Harmônicas empregadas	Correção do sinal algébrico das harmônicas	Limite superior da faixa dinâmica (rad)	Indefinido p/ $\phi_0(t)$ igual a: ( $n$ inteiro)
CLÁSSICOS	$J_1...J_4$	$V_1, V_2, V_3, V_4$	NÃO	3,6	$n\pi / 2$
	$J_1...J_4$ Mod.	$V_1, V_2, V_3, V_4$	p/ $x > 3,83 \text{ rad}$	5,1	$n\pi / 2$
	$J_1...J_6$ -neg	$V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6$	NÃO	3,6	$n\pi / 2$
	$J_1...J_6$ -pos	$V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6$	p/ $x > 3,83 \text{ rad}$	6,1	$n\pi / 2$
	$J_0...J_2$	$V_{(1,0)}, V_{(1,1)}, V_{(2,1)}, V_{(2,0)}, V_{(1,0)}, V_{(1,2)}$	NÃO	2,2	$n\pi / 2$
NOVOS MÉTODOS	$J_1/J_3A$	$V_1, V_3$	NÃO	3,6	$n\pi$
	$J_1...J_3$	$V_1, V_3$	p/ $x > 3,83 \text{ rad}$	6,2	$n\pi$
	$J_m/J_{m+2}$	$V_m (1 \leq m \leq 98)$	NÃO	100	SEM RESTRIÇÃO
	$J_0...J_3$	$V_{(1,0)}, V_{(1,1)}, V_{(1,2)}, V_{(2,0)}, V_{(2,1)}, V_{(2,2)}, V_{(3,0)}, V_{(3,1)}$	NÃO	2,2	SEM RESTRIÇÃO

Durante o desenvolvimento da tese, foram realizadas várias outras simulações, envolvendo o cálculo do índice de modulação de fase  $x'$  pelos métodos clássicos e pelos novos métodos propostos neste capítulo. Nestas simulações, considerou-se  $K=0,0001$  e  $K=0,0011$ , para os ruídos  $1/f^2$  e branco. Observa-se que resultados muito semelhantes foram obtidos na análise usando  $K=0,0011$  e ruído  $1/f^2$  e na análise usando  $K=0,0004$  e ruído branco, desenvolvida nas seções anteriores deste capítulo. Os cálculos foram realizados considerando-se  $\phi_0(t) = \pi / 4 \text{ rad}$  ( $P = Q = \sqrt{2} / 2$ ). Os resultados obtidos nestas outras simulações são mostrados nas Tabs. 5.5 a 5.7.

Na Tab. 5.5, são mostrados os valores de MDPS, destacando-se que os menores MDPS foram obtidos para os métodos  $J_0...J_3$  e  $J_0...J_2$ . Observa-se também que o método  $J_1...J_6$  neg não apresentou um pequeno MDPS para ruído branco, mostrando que os resultados da tabela (para ruído branco) são incompatíveis com os publicados em [118], onde a análise teórica foi realizada para ruído  $1/f^2$ . Este fato indica que, na prática, o método  $J_1...J_6$ -neg só seria eficaz em medições de baixos índices de modulação, se o ruído do sistema experimental

pudesse ser estritamente modelado de acordo com o modelo de ruído aditivo  $1/f^2$  adotado por Sudarshanam em suas simulações, o que seria improvável em grande número de aplicações (assumindo-se, por exemplo, uma distribuição de probabilidades gaussiana para a tensão de ruído do sistema físico).

Tabela 5.5– MDPSs calculados (em mrad) para ruído  $1/f^2$  e branco, com  $K=0,0011$  e  $K=0,0001$ .

		MDPS (mrad)				
MÉTODO		Ruído $1/f^2$ $K=0,0011$	Ruído $1/f^2$ $K=0,0001$	Ruído branco $K=0,0011$	Ruído branco $K=0,0001$	Média
CLÁSSICOS	$J_1...J_4 / J_1...J_4$ Mod.	200	100	270	130	180
	$J_1...J_6$ -neg	35	10	340	140	131
	$J_1...J_6$ -pos	230	100	350	150	210
	$J_0...J_2$	2,2	0,2	6,8	0,6	2,5
NOVOS MÉTODOS	$J_1/J_3A, J_1...J_3, J_m/J_{m+2}$	200	10	290	130	180
	$J_0...J_3$	2,3	0,2	4,2	0,4	1,8

Na Tab. 5.6 é mostrado o erro padrão na estimação de  $x$  (em mrad), calculado para a faixa dinâmica de  $x$  associada a cada método. Considerou-se  $\phi_0(t) = \pi / 4$  rad. O destaque é que os métodos exatos, embora não apresentem erro no caso ideal ( $K=0$ ), têm erro comparável com os métodos usando os ajustamentos por mínimos quadrados, tanto para alto nível de ruído ( $K=0,0011$ ), como para baixo nível ( $K=0,0001$ ).

Tabela 5.6 – Erro padrão em mrad na estimação de  $x$  nas simulações considerando o fator de ruído  $K$ , calculado para  $\phi_0(t) = \pi / 4$  rad.

		ERRO PADRÃO (mrad)					Faixa dinâmica de $x$ (rad)
MÉTODO	Sistema ideal $k=0$	Ruído $1/f^2$ $k=0,0011$	Ruído $1/f^2$ $k=0,0001$	Ruído branco $k=0,0011$	Ruído branco $k=0,0001$		
$J_1...J_4$	0	35,1	4,2	77,8	11,7	0,18-3,6	
$J_1...J_4$ Mod.	0	43,6	4,8	76,9	10,8	0,18-5,1	
$J_1...J_6$ -neg	0	25	2,57	1422	121	0,13-3,6	
$J_1...J_6$ -pos	0	42,5	4,8	99,1	14,7	0,21-6,1	
$J_0...J_2$	0	1,8	0,16	6,9	0,6	0,001-2,2	
$J_1/J_3A$	0,6	38,2	4,6	90	12,7	0,18-3,6	
$J_1...J_3$	0,26	29,4	3,5	69,0	9,7	0,18-6,1	
$J_m/J_{m+2}$	43,4	67,6	45	121,4	53,5	0,18-100	
$J_0...J_3$	0,15	3,9	0,24	4,4	0,46	0,001-2,2	

O fator de correlação entre o cálculo do índice de modulação pelos métodos espectrais ( $x'$ ) e o valor esperado ( $x$ ) para todos os métodos, no caso ideal ( $K=0$ ) e na modelagem com ruído ( $K=0,0011$  e  $K=0,0001$ ) pode ser observado na Tab. 5.7, onde se verifica que, para suas respectivas faixas dinâmicas, os novos métodos têm alto fator de correlação (próximos de 100% - caso ideal), superando em muitos casos, os valores apresentados para os métodos clássicos, validando os cálculos pelos novos métodos espectrais, em simulações com ruído.

**Tabela 5.7 – Correlação entre os valores calculados e os valores esperados de  $x$  considerando o fator de ruído  $K$ , calculada para  $\phi_0(t) = \pi / 4$  rad.**

MÉTODO	CORRELAÇÃO (em %)					FAIXA DINÂMICA (rad)
	SISTEMA IDEAL $K=0$	RUÍDO $1/f^2$ $K=0,0011$ / Branco $K=0,0004$	RUÍDO $1/f^2$ $K=0,0001$	RUÍDO BRANCO $K=0,0011$	RUÍDO BRANCO $K=0,0001$	
$J_1...J_4$	100	97,9	99,8	95,4	99,4	0,18-3,6
$J_1...J_4$ Mod.	100	98,0	99,8	96,3	99,6	0,18-5,1
$J_1...J_6$ -neg	100	99,4	99,95	64	99,36	0,13-3,6
$J_1...J_6$ -pos	100	98,2	99,8	96,0	99,5	0,21-6,1
$J_0...J_2$	100	99,8	99,99	99,0	99,91	0,001-2,2
$J_1/J_3A$	99,9993	97,8	99,8	94,9	99,3	0,18-3,6
$J_1...J_3$	99,999996	99,1	99,9	97,8	99,7	0,18-6,1
$J_m/J_{m+2}$	99,92	99,94	99,93	99,95	99,93	0,18-100
$J_0...J_3$	99,99	99,5	99,97	99,6	99,95	0,001-2,2

## 5.7 Discussão

Neste Capítulo novos métodos de demodulação de fase óptica foram propostos, sendo a maioria desenvolvida usando-se a teoria de ajuste de curvas por mínimos quadrados, através de regressão polinomial entre relações de funções de Bessel envolvidas no cálculo de  $x$ . Baseando-se nos métodos espectrais clássicos apresentados no Capítulo 4 e, principalmente, em suas limitações devido a pontos de singularidades com relação à faixa dinâmica e à  $\phi_0(t)$  aleatório, foram empregadas as aproximações polinomiais, visando eliminar os problemas apresentados, mantendo-se a simplicidade matemática através do uso de aproximações lineares na concepção da maioria dos métodos. Esta constitui uma contribuição inédita da tese.

Descobriu-se que a aproximação linear usada no método  $J_1/J_3$ A gerou um erro muito pequeno na estimação de  $x$ , tornando este ainda mais simples que o método  $J_1...J_4$ . Apesar de ter-se usado um polinômio de 6ª ordem na concepção do método  $J_1...J_3$ , o uso de somente duas harmônicas ao invés de quatro ou seis, relativas, respectivamente, aos métodos  $J_1...J_4$  e  $J_1...J_6$  (neg e pos), pode significar uma redução considerável nos cálculos, como será discutido no próximo capítulo da tese.

A idéia do ajuste por mínimos quadrados culminou na concepção da técnica  $J_m/J_{m+2}$ , em que as restrições com relação ao desvanecimento de sinal devido à fase aleatória  $\phi_0(t)$  foram eliminadas completamente, e a faixa dinâmica foi expandida em duas ordens de grandeza.

Se por um lado, a proposta do novo método  $J_m/J_{m+2}$  permitiu expandir significativamente a faixa dinâmica em seu limite superior, a proposta do novo método  $J_0...J_3$  possibilitou a expansão da faixa dinâmica em seu limite inferior, sem os inconvenientes pontos de singularidades característicos do método clássico  $J_0...J_2$ .

Sudarshanam multiplicou duas relações de recorrência de Bessel para desenvolver a técnica  $J_1...J_4$  [113]. Verificou-se, durante os estudos no desenvolvimento desse trabalho que, dividindo-se estas mesmas funções, a fase  $\phi_0(t)$  pode ser obtida diretamente, sendo esta nova técnica de medição de  $\phi_0(t)$  outra contribuição adicional nesta tese.

Analisando-se os fluxogramas das Figs. 5.12 e 5.24 constata-se que ambos têm uma parte comum, referente à identificação do coeficiente  $m$  utilizado nas equações, para a estimação de  $x$  e de  $\phi_0(t)$ , respectivamente. Assim, propõe-se um terceiro fluxograma, mostrado na Fig. 5.26, o qual permite estimar ambos, o índice de modulação  $x$  e a fase  $\phi_0(t)$ . Como se observa, o algoritmo é compacto, empregando-se somente a magnitude de algumas harmônicas nos cálculos (sem necessidade de correção do sinal algébrico da amplitude das harmônicas), em que equações algébricas simples são utilizadas.

Para os métodos espectrais clássicos estudados, as medições devem ser realizadas somente em instantes favoráveis, no tempo, pois a condição  $\phi_0(t) = n\pi/2$  rad deve ser evitada. Além disso, a faixa dinâmica de  $x$ , na estimação deste parâmetro e da fase  $\phi_0(t)$ , está limitada a alguns radianos. Diferentemente disto, o emprego do fluxograma da Fig. 5.26, possibilita medições contínuas no tempo, tanto para o índice de modulação de fase  $x$ , quanto para a fase  $\phi_0(t)$ , para uma ampla faixa dinâmica de valores de  $x$ .

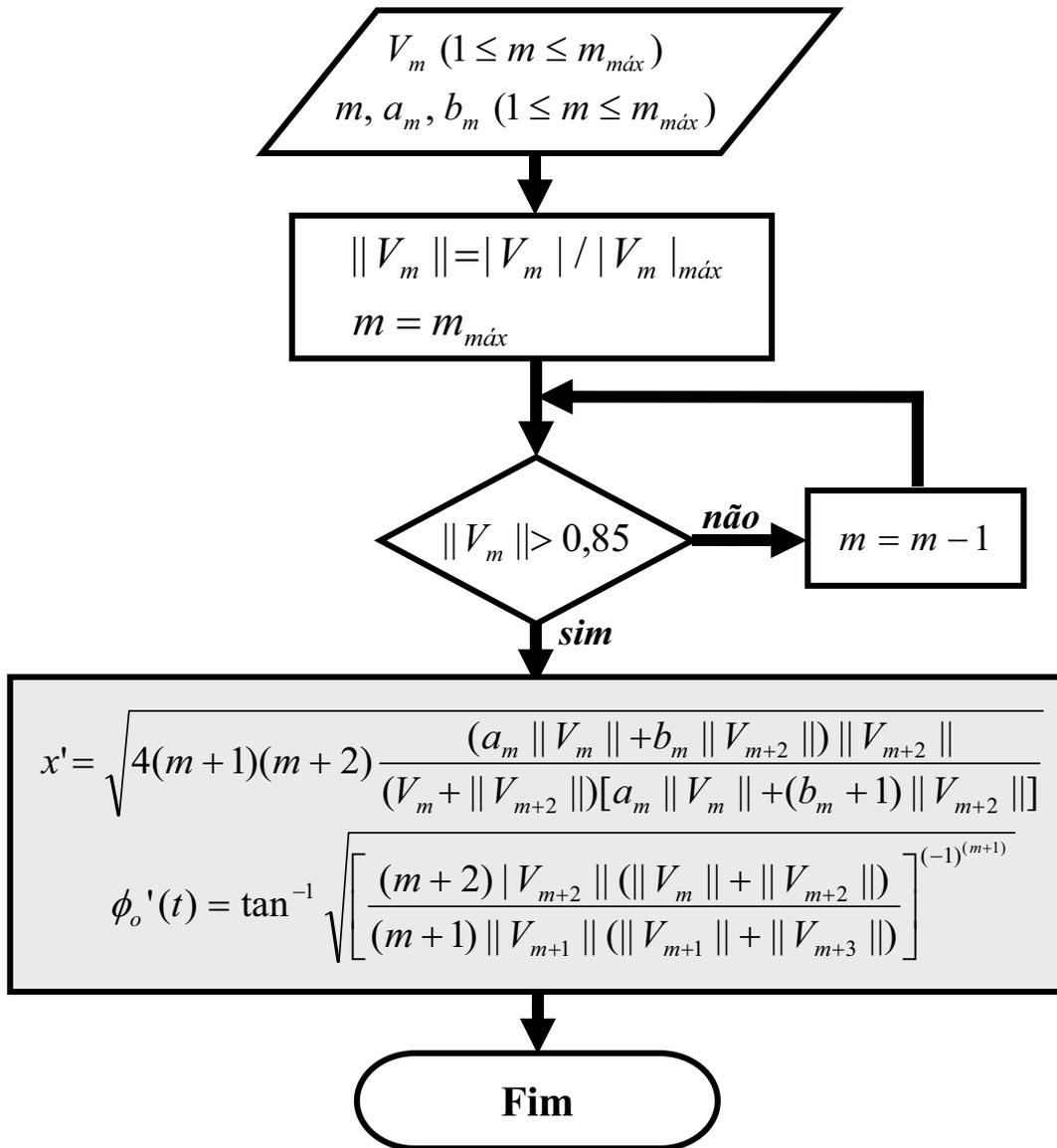


Figura 5.26 – Fluxograma de estimação de  $x$  e de  $\phi_0(t)$  usando os novos métodos espectrais.

No próximo Capítulo serão mostrados também resultados do comportamento dos métodos espectrais no processamento em um ambiente dinâmico de simulação, na presença de ruído branco limitado em faixa, com distribuição de probabilidades Gaussiana.

# CAPÍTULO 6

## SIMULAÇÕES DINÂMICAS E RESULTADOS

Neste capítulo, descrevem-se a implementação no Simulink, dos métodos espectrais clássicos discutidos no Capítulo 4 e dos novos métodos, propostos no Capítulo 5. O Simulink é um software para modelagem, simulação e análise de sistemas dinâmicos. Trata-se de uma extensão do Matlab [174]. O modelo implementado no Simulink possibilita a obtenção de vários resultados gráficos, possibilitando compará-los e avaliar a eficiência dos novos métodos propostos, em simulações dinâmicas com ruído branco (com distribuição de probabilidades Gaussiana) e  $\phi_0(t)$  variável. Além disso, os algoritmos implementados permitirão avaliar a complexidade matemática e de processamento (carga computacional) envolvida em cada um dos métodos espectrais.

Pretende-se também, com as simulações dinâmicas realizadas no Simulink, a validação do código implementado, e a iniciação de um trabalho de configuração dos algoritmos referentes aos métodos espectrais, para operação em tempo real, usando um DSP, sendo o Simulink/Matlab uma das plataformas de software que permite interfaceamento com placas de DSPs [175]. Como exemplo, cita-se a família de processadores TMS320C67x, fabricada pela Texas Instruments [176]. Outro software de desenvolvimento similar é o Labview, produzido pela National Instruments: um ambiente de simulação e desenvolvimento que também fornece ao usuário uma interface gráfica para o desenvolvimento e simulação de sistemas dinâmicos. Baseando-se no sistema que será elaborado no Simulink, descrito na próxima seção, é possível ajustá-lo para que seja utilizado também no ambiente de software do Labview [177]. Portanto, visto que, estando o modelo funcionando em uma plataforma de simulação dinâmica, sua preparação para uma implementação em placas de DSPs torna-se mais fácil, considerar-se-á o desenvolvimento realizado neste capítulo, uma contribuição, no sentido que fornecerá uma base para tal implementação, que poderá ser realizada numa pesquisa futura.

A motivação para a implementação dos métodos espectrais em ambiente gráfico de simulação em computador é que as novas técnicas espectrais (propostas no Capítulo 5 desta tese) por apresentarem baixa complexidade matemática, possibilitam a implementação para operação em tempo real a um baixo custo, desde que as frequências dos sinais elétricos

envolvidos não ultrapassem alguns kHz. Escolheu-se o Simulink/Matlab para a implementação e teste dos métodos devido à praticidade de visualização e modificação dos algoritmos, alteração de parâmetros e obtenção de resultados gráficos durante as simulações. Limitou-se neste trabalho, à elaboração e testes dos modelos no Simulink, sendo o ajuste dos modelos para operação em placas de DSP, uma proposta de trabalho futuro. Além disso, optou-se pelo desenvolvimento em Simulink, visto ser este um software muito difundido atualmente, com credibilidade e de fácil acesso na maioria dos computadores disponíveis nos laboratórios do Departamento de Engenharia Elétrica da FEIS-UNESP.

## 6.1 – Implementação dos Métodos Espectrais no Simulink

Vale ressaltar algumas características do Simulink, assim enumeradas: 1) permite a modelagem de sistemas lineares e não lineares em tempo contínuo, tempo discreto ou um modelo híbrido dos dois, que podem trabalhar com multitaxas, isto é, ter diferentes partes que são amostradas ou sub-amostradas sob diferentes taxas de amostragem, 2) possui um ambiente gráfico que torna fácil a modificação do algoritmo, 3) possibilita a alteração de parâmetros durante a simulação e a observação imediata do comportamento do sistema diante da modificação realizada, 4) possui mostradores gráficos que permitem visualizar resultados da simulação durante a sua realização, 5) resultados da simulação podem ser transferidos para variáveis no ambiente de trabalho do Matlab (*workspace*) para pós-processamento, 6) possui uma biblioteca de controladores de dispositivos (*drivers*), incluindo placas de aquisição de dados, e outras interfaces de E/S, e 7) permite compilação do algoritmo para processamento em placas de DSPs.

A modelagem dos métodos espectrais no Simulink foi realizada usando sua interface gráfica, onde os modelos foram elaborados no formato de diagramas contendo blocos funcionais interligados. O Simulink inclui uma ampla biblioteca de blocos funcionais, dentre os quais se destacam os de processamento digital de sinais, sendo estes os mais utilizados neste trabalho, visto que se optou por processamento digital, com análise em frequência usando um algoritmo de transformada de Fourier discreta de curta duração (STFT – *Short Time Fourier Transform*).

Observa-se que os métodos de demodulação de fase óptica de sinais interferométricos foram implementados primeiramente utilizando a linguagem interpretada do Matlab, em

linhas de comando, para a obtenção dos resultados apresentados anteriormente nos Capítulos 4 e 5 desta tese.

Os algoritmos referentes aos métodos espectrais, desenvolvidos no Simulink, foram implementados em um único modelo elaborado no ambiente de trabalho do Simulink, o qual é mostrado na Fig. 6.1.

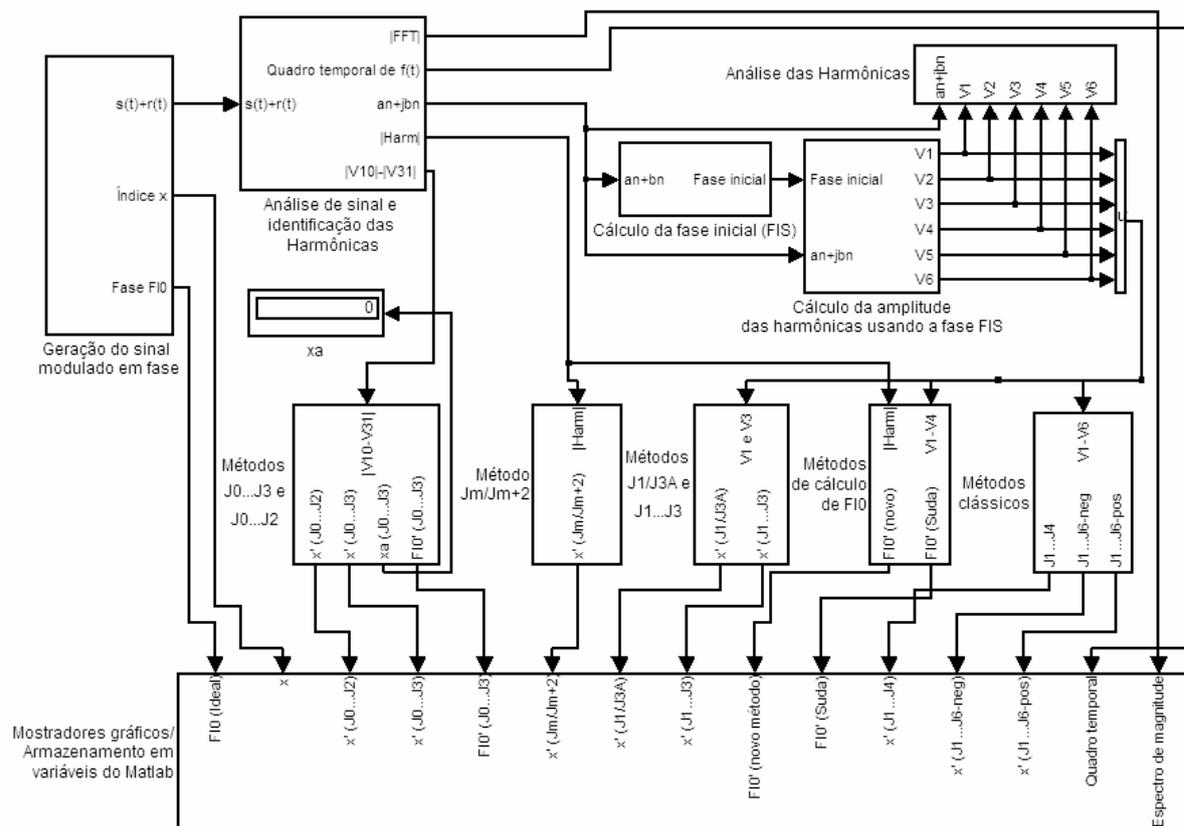


Figura 6.1 – Modelo implementado no Simulink para simulação dos métodos espectrais.

O sinal modulado em fase, típico do fotodetectado em um interferômetro homódino, é gerado no próprio ambiente de simulação. Para facilitar a compreensão e análise do modelo implementado, as várias etapas do processamento foram associadas aos seguintes subsistemas, desenvolvidos durante a elaboração do modelo no Simulink:

- Geração do Sinal modulado em fase;
- Análise de sinal e identificação das harmônicas;
- Cálculo da fase inicial ( $\phi_s$ );
- Cálculo das amplitudes das harmônicas usando a fase  $\phi_s$ ;
- Análise das harmônicas;

- Cálculo de  $x$  usando os métodos espectrais clássicos;
- Cálculo de  $x$  usando os métodos espectrais  $J_1/J_3A$  e  $J_1...J_3$ ;
- Cálculo de  $x$  usando o método  $J_m/J_{m+2}$ ;
- Cálculo de  $\phi_0(t)$  usando métodos espectrais;
- Cálculo de  $x$  usando os métodos  $J_0...J_3$  e  $J_0...J_2$ ;
- Mostradores gráficos/Armazenamento em variáveis no *Matlab*.

Verificar-se-á nas figuras que representam os subsistemas desenvolvidos, que vários blocos funcionais foram utilizados na elaboração destes. A função de vários blocos funcionais do Simulink e dos parâmetros associados a estes podem ser obtidas em [178].

O subsistema de Geração do sinal modulado em fase é mostrado na Fig. 6.2, onde um sinal similar ao interferométrico (normalizado) foi gerado artificialmente usando o próprio ambiente de simulação a fim de obter-se um sinal da forma  $0,5\{1 + F \cos[\phi_0(t) + x \sin(\omega_s t + \phi_s) + x_a \sin(\omega_a t)]\} + r(t)$ , sendo que  $F$  representa a visibilidade,  $\phi_0(t)$  é identificado como a fase aleatória que provoca o desvanecimento do sinal fotodetectado, e  $x$  é o índice de modulação. Os parâmetros  $x_a$  e  $\omega_a$  referem-se aos termos de modulação auxiliar usados no cálculo de  $x$  através dos métodos  $J_0...J_2$  e  $J_0...J_3$ , e será atribuído um valor diferente de zero a estes parâmetros somente na análise destes métodos. Os parâmetros  $x$ ,  $x_a$ ,  $\omega_s$ ,  $\omega_a$ ,  $F$ ,  $\phi_s$  e  $\phi_0(t)$  podem ser variados durante a simulação do algoritmo, permitindo desta forma, flexibilidade na obtenção e análise de resultados. A variável  $r(t)$  representa o ruído aditivo predominante no sistema (devido à fotodetecção e amplificação do sinal), sendo que foi adotado ruído branco com distribuição de probabilidades gaussianas nas simulações, no qual seu valor médio e variância podem ser definidos diretamente no modelo implementado.

No subsistema de análise de sinal e identificação das harmônicas, mostrado na Fig. 6.3, o sinal temporal  $s(t) + r(t)$  é janelado (pode-se escolher o tipo de janela) e um algoritmo de Transformada Discreta de Fourier é aplicado. A forma da janela (na Fig. 6.3) e o seu comprimento devem ser escolhidos de modo a garantir resolução espectral suficiente para a identificação das harmônicas e evitar interação entre as amplitudes de duas componentes de frequências próximas (*leakage*) [170]. Se por um lado, o uso de uma janela de comprimento

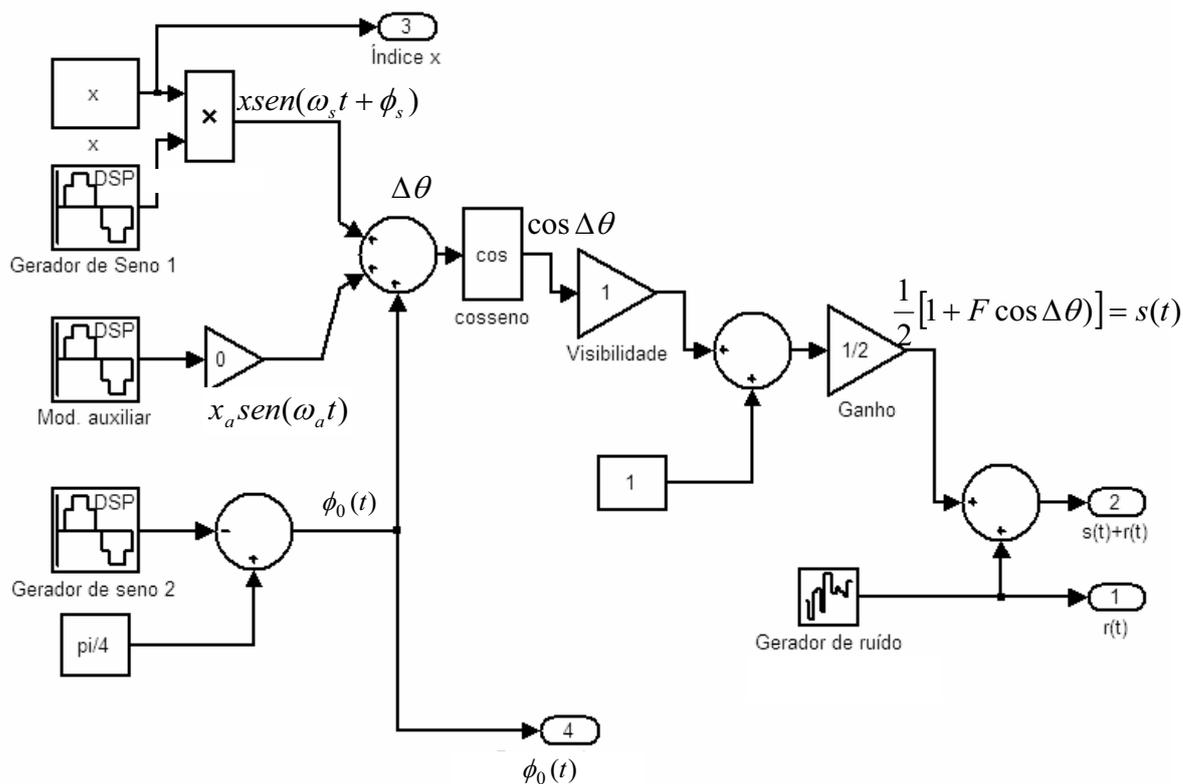


Figura 6.2 – Subsistema de geração do sinal modulado em fase.

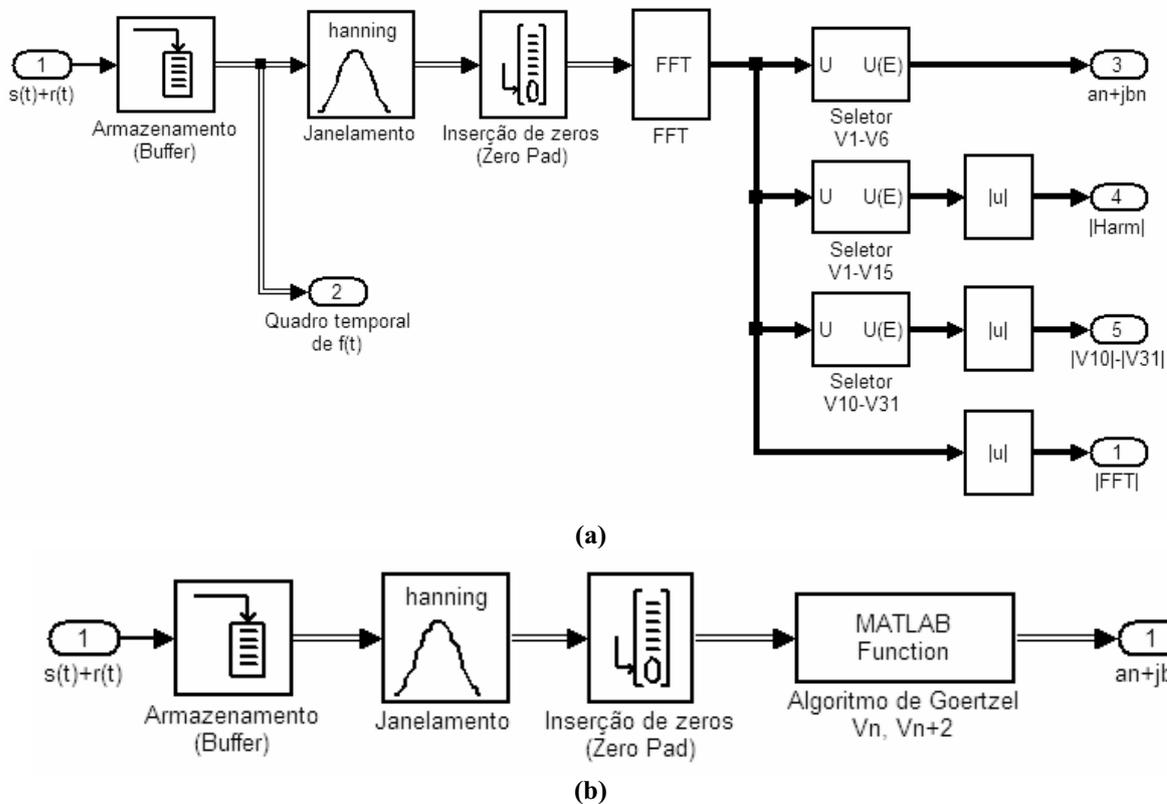


Figura 6.3 – Subsistema de análise do sinal modulado em fase  $[s(t) + r(t)]$  e identificação das componentes espectrais (a) Cálculo usando uma FFT. (b) Cálculo usando o algoritmo de Goertzel.

tão grande quanto possível melhora a resolução espectral, por outro, o tamanho da janela deve ser limitado a um quadro que garanta  $\phi_0(t)$  estático neste intervalo de análise. Portanto o comprimento da janela fica vinculado à variação máxima passível de ocorrer em  $\phi_0(t)$ , durante as medições. Além disso, visto que o sinal modulado em fase é periódico (desconsiderando o desvanecimento aleatório de sinal), a janela também deve conter alguns períodos do sinal para assegurar resolução espectral. Portanto deve existir um compromisso entre um tamanho mínimo que garanta resolução em frequência e um tamanho máximo que garanta resolução no tempo (janela estacionária de sinal temporal).

A inserção de zeros (*Zero Padding*) pode ser utilizada para se obter um quadro de  $2^l$  pontos ( $l$  inteiro positivo) e possibilitar a aplicação de uma FFT por dizimação no tempo ou frequência. Além disso, a inserção de zeros aumenta o espaçamento de uma harmônica da outra, no espectro (em relação aos seus índices), o que pode facilitar a identificação destas componentes espectrais. Destaca-se que este procedimento não melhora a resolução espectral [170], que deve ser previamente garantida no janelamento do sinal, processo que deve vir antes da inserção de zeros, como mostrado nos diagramas das Figs. 6.3-a e 6.3-b. Para um sinal temporal janelado de comprimento igual a  $N$  amostras, a DFT é um vetor de  $N$  amostras, se não houver inserção de zeros. Os elementos deste vetor estão igualmente distribuídos entre as frequências  $0$  (nível DC) e  $f_{am}$ , sendo  $f_{am}$  a frequência de amostragem do sinal no tempo. Portanto, a magnitude da harmônica de índice  $n$  da DFT está associada à frequência  $(nf_1 / f_{am})N + 1$ , sendo  $f_1$  a frequência fundamental. Com a inserção de  $N_z$  zeros, a DFT se torna de comprimento  $(N+N_z)$  amostras. Assim, o espaçamento entre as amostras cresce e a magnitude de índice  $n$  será dada por  $(nf_1 / f_{am})(N + N_z) + 1$ . Verifica-se que o número de pontos entre as harmônicas aumenta de  $N(f_1 / f_{am})$  para  $(N + N_z)(f_1 / f_{am})$ . Estes dados foram empregados na seleção automática da magnitude das harmônicas, no subsistema da Fig. 6.3, facilitando a identificação quando se variam parâmetros como a frequência fundamental do sinal, a frequência de amostragem, o tamanho da janela, etc.

O uso de uma DFT de  $N$  pontos através de um algoritmo de dizimação em frequência ou no tempo demanda  $(N/2)\log_2 N$  multiplicações complexas e  $N\log_2 N$  adições complexas, enquanto o algoritmo de Goertzel requer  $2(N+2)$  multiplicações reais e  $4(N+1)$  adições reais para cada harmônica calculada [170]. Se o número  $M$  de harmônicas a ser calculado é menor do que  $[N/(N+1)]\log_2(N)$  [179] é preferível calcular a amplitude das harmônicas usando um algoritmo de Goertzel, como proposto na Fig. 6.3-b, pois o processamento é mais rápido.

Por exemplo, para  $N=512$  amostras, é conveniente aplicar o algoritmo de Goertzel se  $M < 9$ , o que justifica o seu emprego para a maioria dos métodos espectrais, visto que estes utilizam até a sexta harmônica nos cálculos. Uma exceção é o método  $J_m/J_{m+2}$ , na condição de alto índice de modulação. Neste caso, o cálculo por uma FFT é mais adequado. Apesar disso, como os novos métodos  $J_1/J_3A$  e  $J_1...J_3$  utilizam somente duas componentes espectrais, se comparados aos métodos clássicos, a implementação usando o algoritmo de Goertzel implica numa redução de praticamente 50% no número de operações, em relação ao método  $J_1...J_4$ , e de 67%, em relação aos métodos  $J_1...J_6$ -neg e  $J_1...J_6$ -pos. A Tab. 6.1 mostra o número de operações no cálculo das componentes do espectro, usando Goertzel, de alguns dos métodos espectrais, para uma janela de 512 amostras. No caso de inserção de zeros, é conveniente aplicar Goertzel ao invés de uma FFT convencional se  $M < [(N + N_z)/(N + 1)] \log_2(N + N_z)$ , o que torna ainda mais atraente o uso do algoritmo de Goertzel para os novos métodos  $J_1/J_3A$  e  $J_1...J_3$ .

**Tabela 6.1 – Número de operações reais de adição e multiplicação envolvidas no cálculo das componentes de frequências usando Goertzel para alguns métodos espectrais e janela de 512 amostras.**

Método	Operações reais	
	Adições	Multiplicações
$J_1...J_4$	8208	4112
$J_1...J_6$ .neg e $J_1...J_6$ -pos	12312	6168
$J_0...J_2$	10260	5140
$J_1/J_3A$ e $J_1...J_3$	4104	2056
$J_0...J_3$	16416	8224

De acordo com o método  $J_1...J_4$  Modificado [114], as amplitudes das harmônicas podem ser calculadas a partir das partes real ( $a_n'$ ) e imaginária ( $b_n'$ ) da FFT. A correção dos sinais algébricos das harmônicas (e não somente o uso de suas magnitudes) é necessária para medições de índices de modulação acima de 3,83 rad, a partir do qual a amplitude da componente fundamental torna-se negativa. O cálculo das amplitudes das harmônicas (com seus devidos sinais algébricos) deve passar por um processo prévio de determinação da fase inicial  $\phi_s$  do sinal de excitação  $x_{sen}(\omega_s t + \phi_s)$ . O procedimento para o cálculo de  $\phi_s$  está ilustrado no subsistema da Fig. 6.4.

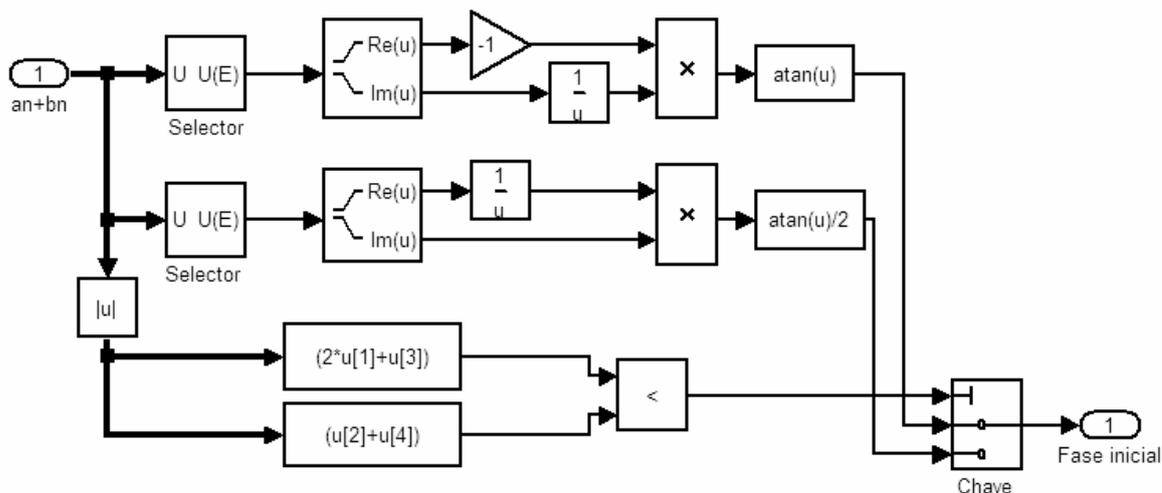


Figura 6.4 – Subsistema de cálculo da fase inicial  $\phi_s$ .

O subsistema de cálculo das harmônicas, de acordo com [114], é mostrado na Fig. 6.5. Uma das vantagens do novo método  $J_m/J_{m+2}$  para o cálculo de  $x$ , e da nova proposta de cálculo de  $\phi_0(t)$ , é que são baseados somente na magnitude das harmônicas e, portanto, o uso destes subsistemas é descartado, sendo a magnitude das harmônicas obtidas diretamente do módulo da FFT.

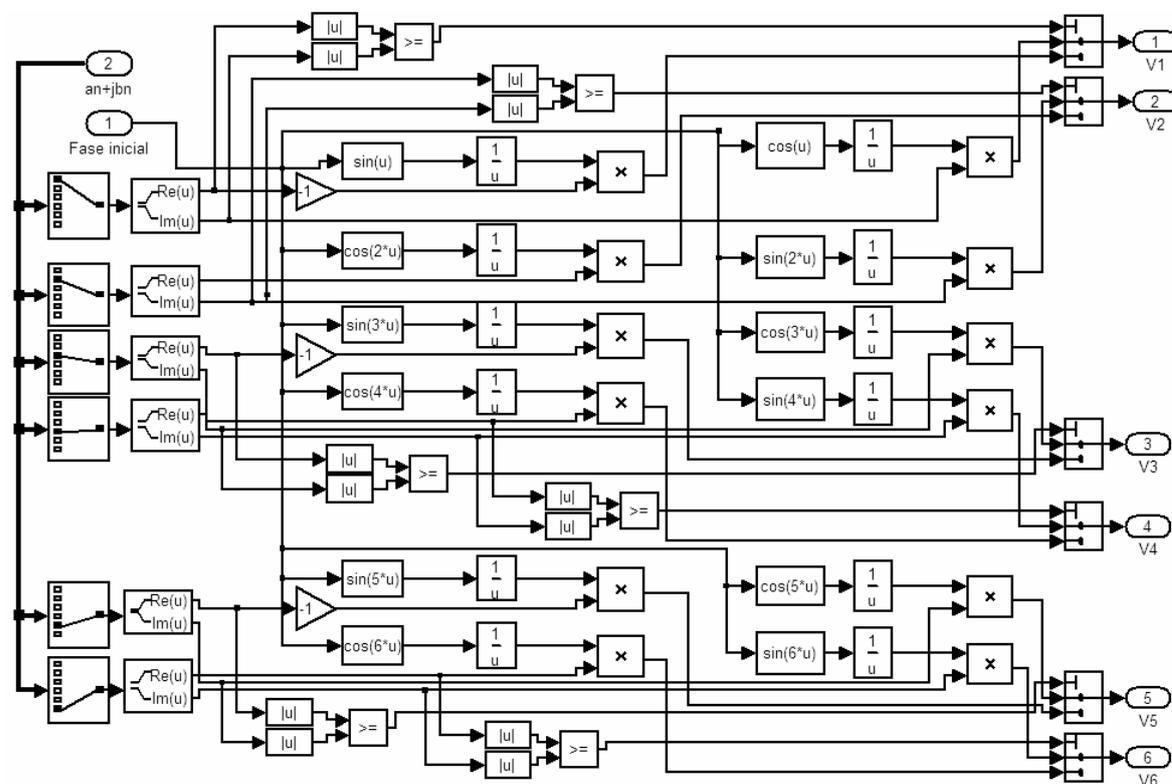


Figura 6.5 – Subsistema de cálculo das amplitudes das harmônicas usando a fase  $\phi_s$ .

A monitoração das amplitudes das harmônicas foi realizada através do subsistema de análise das harmônicas, mostrado na Fig. 6.6. Através da visualização dos mostradores deste subsistema, foi possível comparar o cálculo das magnitudes das seis primeiras harmônicas utilizando o algoritmo de *Goertzel* (Fig. 6.3-b), o módulo da FFT (Fig. 6.3-a) e as amplitudes obtidas quando o sinal complexo da FFT é processado pelo subsistema de cálculo das amplitudes das harmônicas usando a fase  $\phi_s$  (Figs. 6.4 e 6.5).

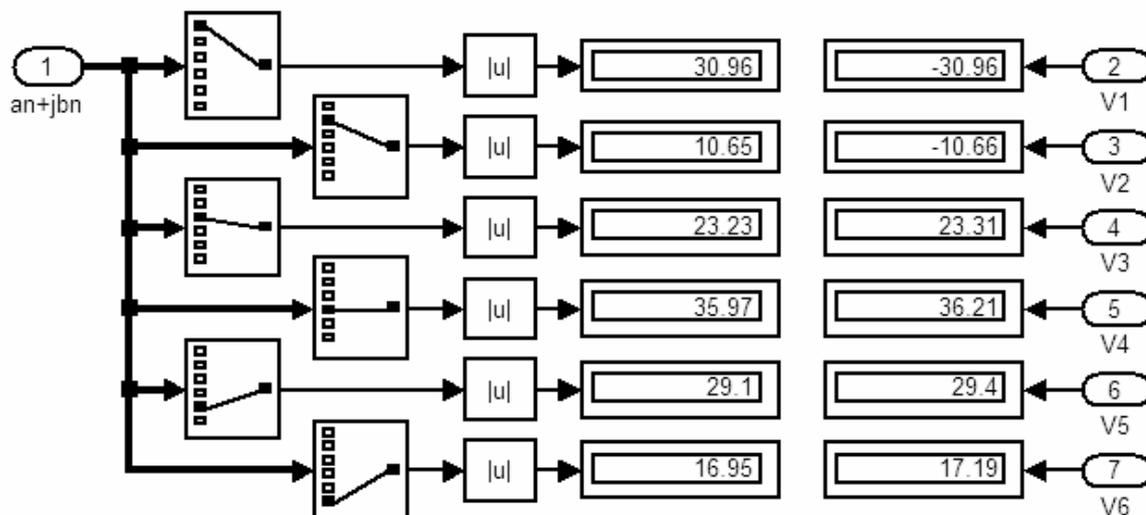


Figura 6.6 – Subsistema de análise das harmônicas.

Usando como parâmetros de entrada as amplitudes das seis primeiras harmônicas, elaborou-se o subsistema de cálculo de  $x$  usando os métodos clássicos  $J_1...J_4$ ,  $J_1...J_6$ -neg e  $J_1...J_6$ -pos, mostrado na Fig. 6.7.

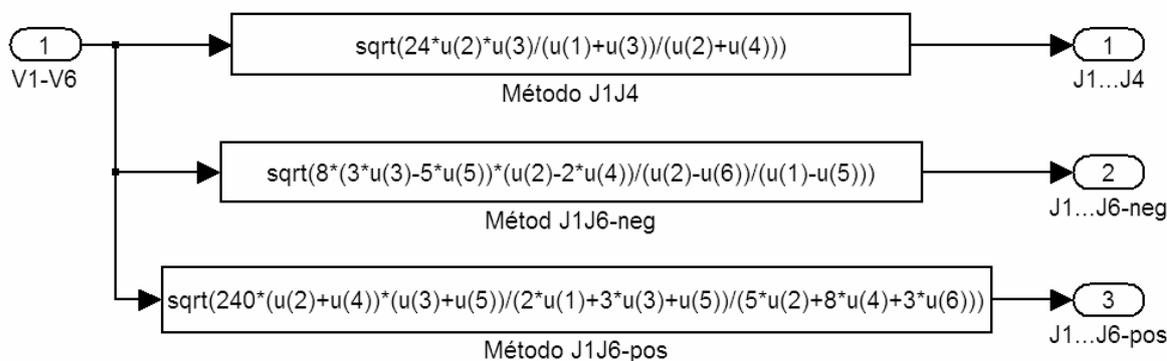


Figura 6.7 – Subsistema de cálculo de  $x$  usando os métodos espectrais clássicos.

Os novos métodos propostos para o cálculo de  $x$ , denominados  $J_1/J_3A$  e  $J_1...J_3$ , implementados no Simulink, estão agrupados no subsistema da Fig. 6.8. Comparando os dois subsistemas (diagramas das Figs. 6.7 e 6.8) verifica-se que ambos apresentam simplicidade de implementação, sendo o número de operações para o cálculo de  $x$ , bem menor do que as operações de adição e multiplicação necessárias à transformação do sinal do domínio do tempo para a frequência, indicados na Tab. 6.1. Para se ter idéia de tal comparação, cita-se os métodos  $J_1...J_6$ -pos e  $J_1...J_3$ , que possuem a mesma faixa dinâmica, e que envolvem, respectivamente, 16 e 44 operações matemáticas simples, incluindo adições, multiplicações, etc. No entanto, de acordo com a Tab. 6.1, a aplicação do algoritmo de Goertzel para o cálculo das componentes espectrais utilizadas nos métodos implica em 18480 operações (adições e multiplicações reais) para o método  $J_1...J_6$ -pos, contra somente 6160 operações semelhantes para o novo método  $J_1...J_3$ , o que o torna atraente sob o ponto de vista computacional.

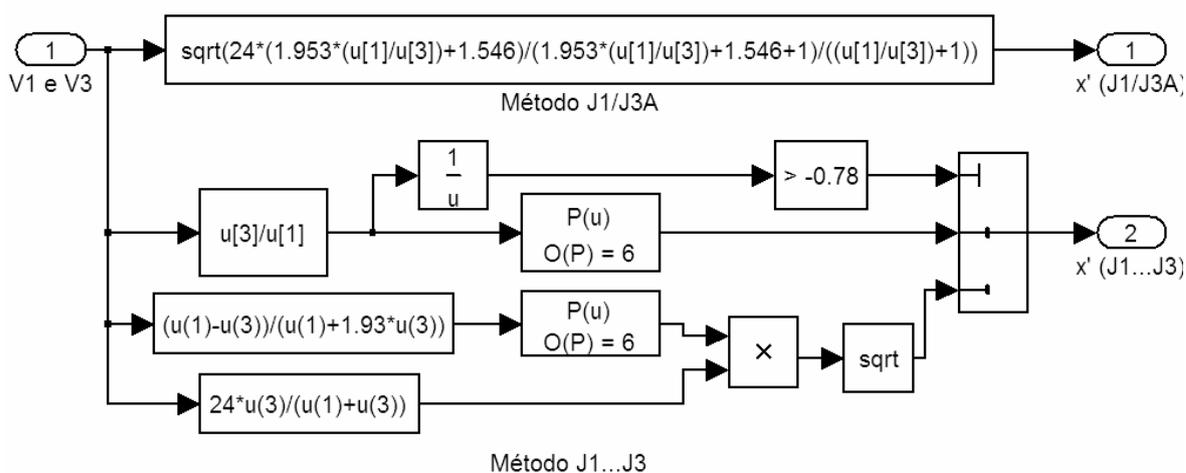


Figura 6.8 – Subsistema de cálculo de  $x$  usando os novos métodos  $J_1/J_3A$  e  $J_1...J_3$ .

O método  $J_m/J_{m+2}$  é o mais interessante proposto nesta tese, devido à sua faixa dinâmica expandida (da ordem de duas ordens de grandeza em relação aos métodos clássicos) e também por não apresentar as restrições pertinentes aos métodos clássicos estudados. No entanto, o número de harmônicas envolvidas na análise é proporcional à faixa dinâmica analisada, o que conduz à determinação das harmônicas através de uma FFT, ao invés do uso do algoritmo de Goertzel. O método  $J_m/J_{m+2}$  foi montado no ambiente de trabalho do Simulink, para operação automática, resultando no subsistema da Fig. 6.9, também de baixa carga computacional. Basicamente, o armazenamento de uma matriz com os coeficientes  $a_n$

e  $b_n$  (196 números reais) e uma equação simples, definida em (5.27), foram necessários para sua implementação, além de alguns blocos comparadores e de seleção de elementos de vetores (valores e índices). Desta forma, medições de índices de modulação de até 100 rad podem ser realizadas, desde que sejam identificadas as primeiras 98 harmônicas do sinal modulado em fase.

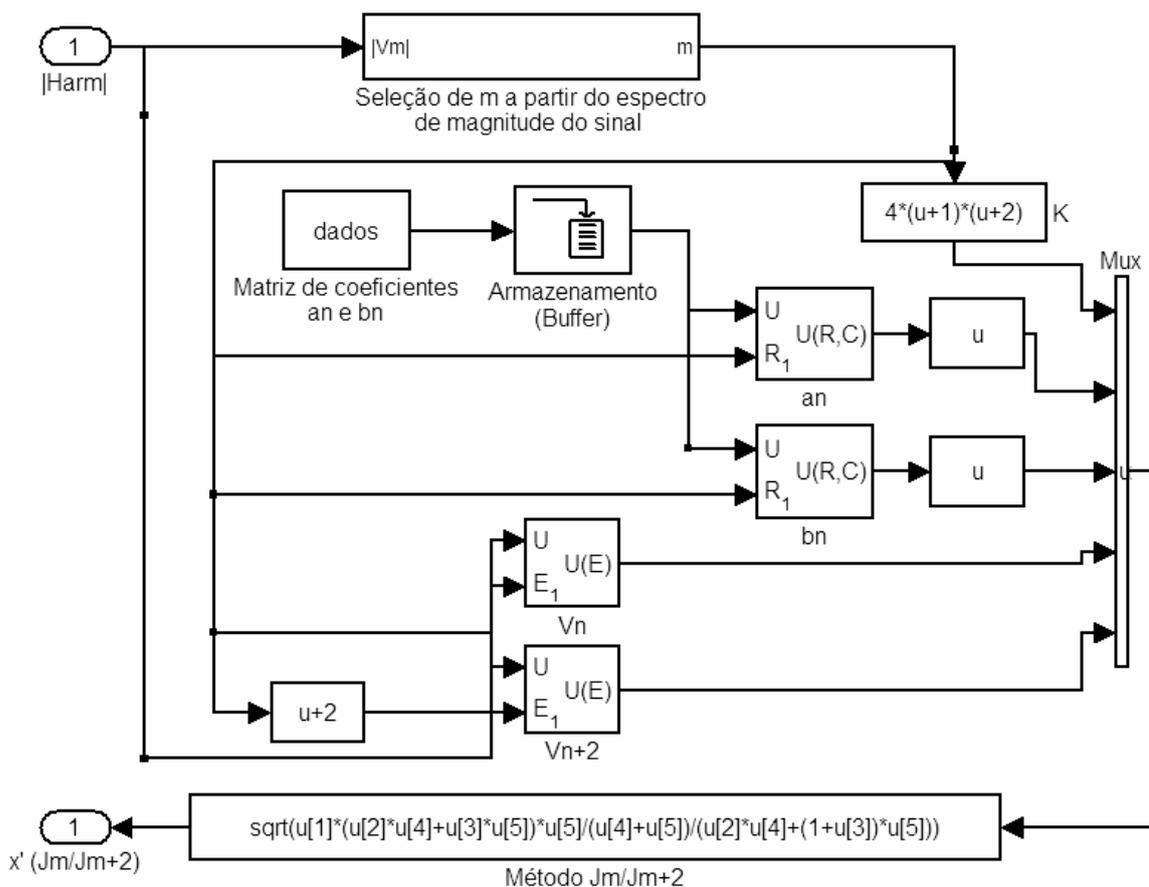


Figura 6.9 – Subsistema de cálculo de  $x$  usando o método  $J_m/J_{m+2}$ .

Os métodos espectrais usando modulação auxiliar  $J_0...J_2$  (clássico) e  $J_0...J_3$  foram montados no Simulink de acordo com o diagrama de blocos funcionais interligados mostrado na Fig. 6.10. Como se verifica também para estes casos, não há complexidade matemática envolvida. Destaca-se que as harmônicas de entrada deste subsistema estão deslocadas no espectro de uma frequência  $f_a$ , efeito provocado pelo batimento entre o sinal senoidal de interesse (de frequência  $f_s$ ) e o sinal modulador auxiliar, também senoidal (de frequência  $f_a$ ). As novas componentes espectrais, de acordo com o texto apresentado no Capítulo 3, são identificadas como  $V_{(1,0)}$ ,  $V_{(1,1)}$ ,  $V_{(1,2)}$ ,  $V_{(2,0)}$ ,  $V_{(2,1)}$ ,  $V_{(2,2)}$ ,  $V_{(3,0)}$  e  $V_{(3,1)}$ . Vale lembrar que estes métodos são adequados para medições de baixos índices de modulação  $x$ , onde a faixa

dinâmica é largamente expandida, se comparada aos outros métodos analisados. Os termos  $x_a$  e  $\phi_0(t)$  podem ser monitorados pelo uso do novo método, como mostra o diagrama em blocos da Fig. 6.10. Isto facilita o ajuste de  $x_a$  para um valor onde o erro nos cálculos seja minimizado.

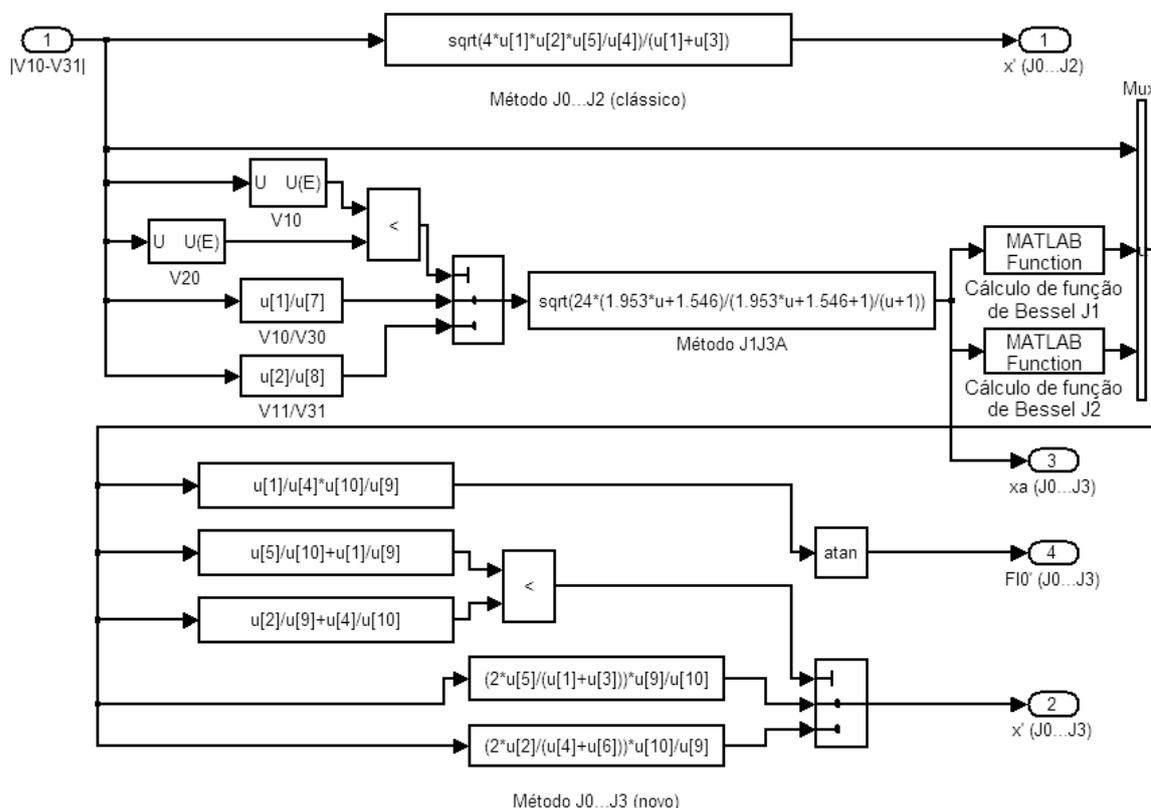


Figura 6.10 – Subsistema de cálculo de  $x$  através dos métodos  $J_0...J_2$  e  $J_0...J_3$ .

O cálculo ou a monitoração de  $\phi_0(t)$  para os sistemas que não usam a modulação auxiliar é obtido pelo subsistema de cálculo da fase  $\phi_0(t)$ , mostrado na Fig. 6.11, onde dois algoritmos foram elaborados, referentes ao método desenvolvido por Sudarshanam e ao novo método proposto nesta tese. No método de Sudarshanam, além da necessidade do cálculo de  $x$ , a faixa dinâmica fica limitada a aproximadamente 3,6 rad. O novo método, implementado de forma generalizada de acordo com (5.44), tem faixa dinâmica limitada somente pela taxa de amostragem e capacidade de processamento da plataforma de hardware e software utilizada.

Finalmente, seguindo a mesma maneira de organização durante o desenvolvimento do modelo no Simulink, dois subsistemas foram elaborados, um para a visualização de resultados gráficos e outro, para o armazenamento destes em variáveis, para que as mesmas pudessem

ser pós-processadas a partir de linhas de comandos do Matlab. Este último permitiu a elaboração dos gráficos apresentados no final deste capítulo, de forma mais adequada.

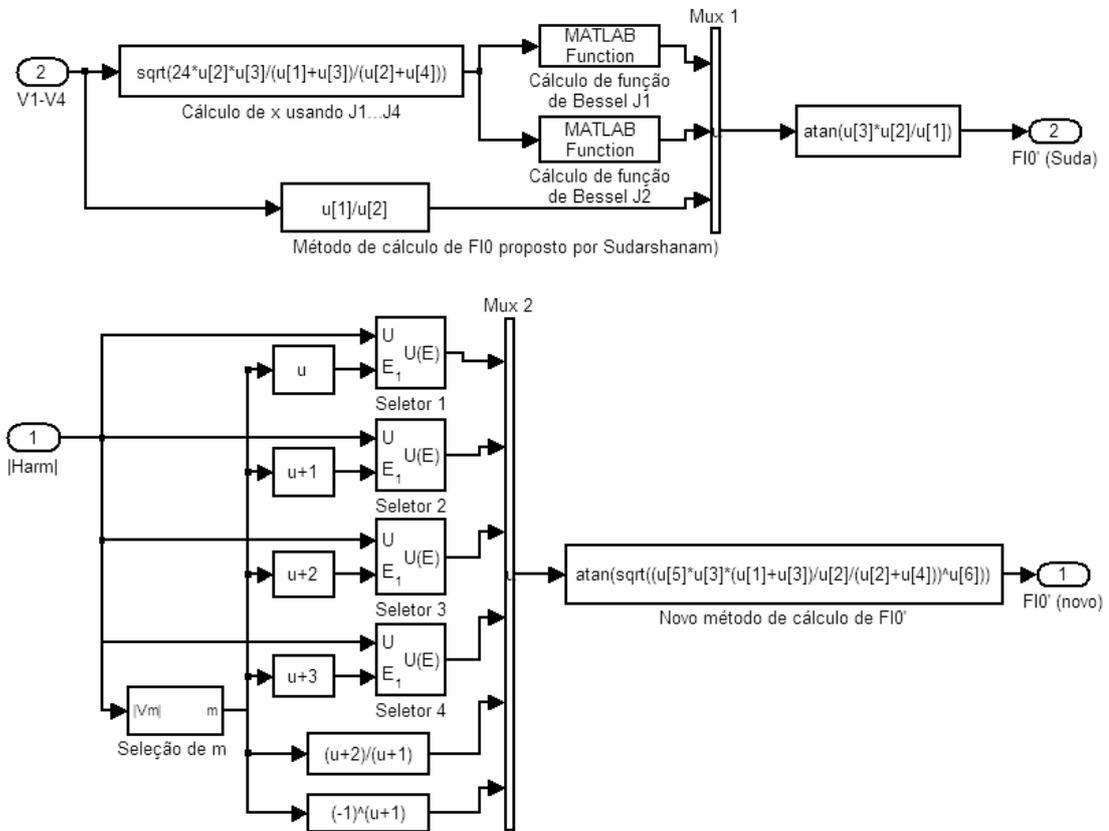


Figura 6.11 – Subsistema de cálculo de  $\phi_o(t)$  usando os métodos espectrais.

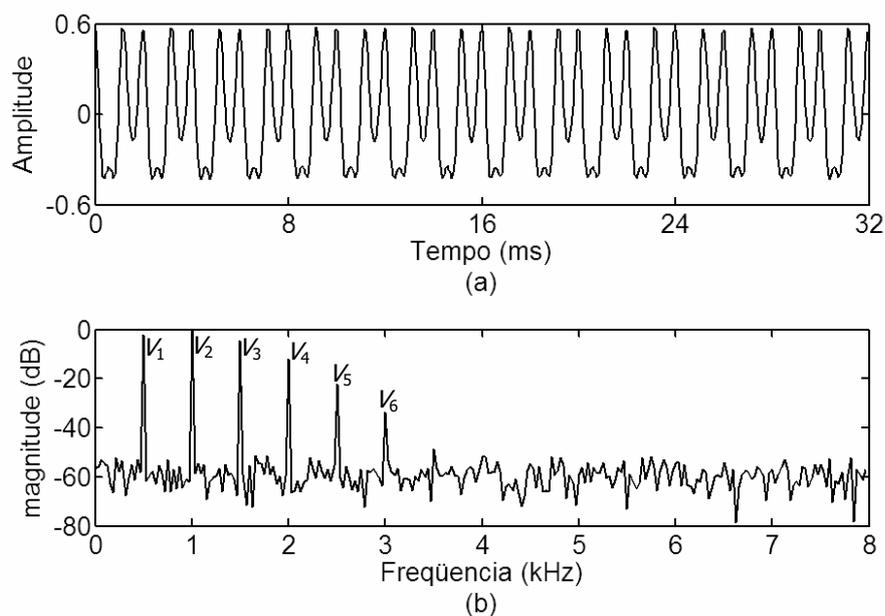
## 6.2 – Resultados das Simulações

As simulações foram realizadas para um sinal modulador de frequência  $f_s = 500$  Hz, atribuindo-se uma taxa de amostragem  $f_{am} = 16$  kHz. Para as simulações dos métodos  $J_0...J_2$  e  $J_0...J_3$ , adotou-se  $x_a$  entre 2 e 3 rad e  $f_a = 653$  Hz.

### 6.2.1 – Sinal Modulado em fase gerado no Simulink

O sinal modulado em fase gerado no Simulink a uma taxa de 16 kHz foi janelado usando-se um quadro temporal de 512 amostras. Para as simulações nenhum fator de *overlap* foi utilizado, tampouco, a inserção de zeros (*zero padding*), por não haver necessidade no caso analisado; com exceção dos métodos com modulação auxiliar, em que uma inserção de

$N_z = 7680$  amostras nulas foi realizada a cada janela temporal, para facilitar a identificação correta das componentes espectrais utilizadas no cálculo de  $x$ . Um sinal de ruído com distribuição Gaussiana, média nula e desvio padrão  $\sigma = 0,005$  (ou variância  $\sigma^2 = 25 \times 10^{-6}$ ) foi adicionado ao sinal modulado puro  $s(t)$ , obtendo-se na saída o sinal modulado ruidoso  $s(t) + r(t)$ , de onde se deseja extrair o índice de modulação de fase  $x$  usando análise espectral. Um exemplo de forma de onda janelada gerada é apresentado no gráfico da Fig. 6.12-a para janela retangular, e, o seu respectivo espectro de magnitude, calculado utilizando uma FFT também de 512 pontos, na Fig. 6.12-b. De forma análoga, tem-se na Fig. 6.13-a o mesmo quadro de sinal para uma janela de Hanning, e, na Fig. 6.13-b, o espectro de magnitude associado. Em ambos os casos, o índice de modulação é  $x = 2,9$  rad, a fase  $\phi_0(t)$  é igual a  $\pi/4$  rad e adotou-se visibilidade unitária ( $F = 1$ ).

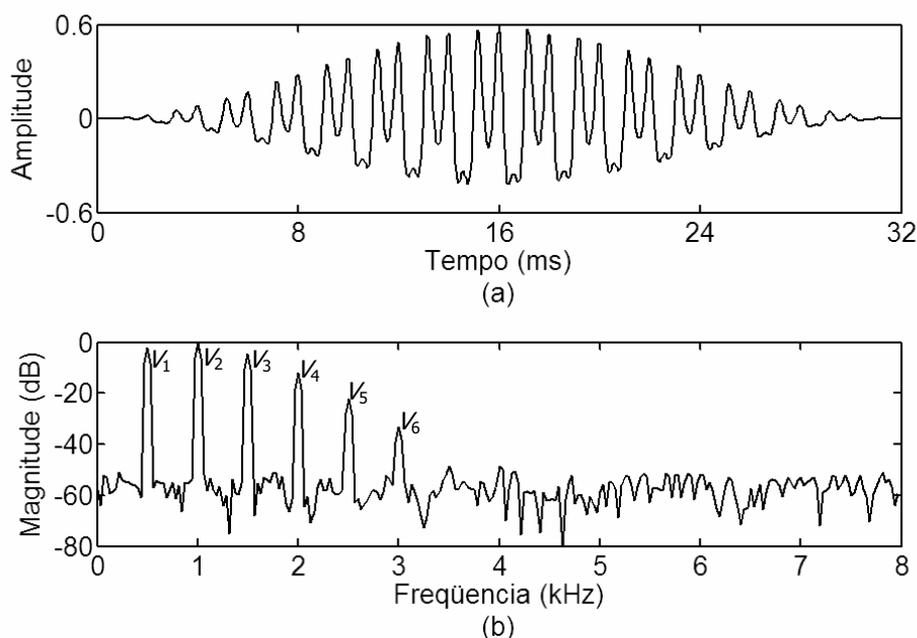


**Fig 6.12 – Sinal modulado em fase gerado para  $x=2,9$  rad e  $\phi_0(t)=\pi/4$  rad. (a) quadro temporal do sinal usando janela retangular. (b) Espectro de magnitude do sinal janelado.**

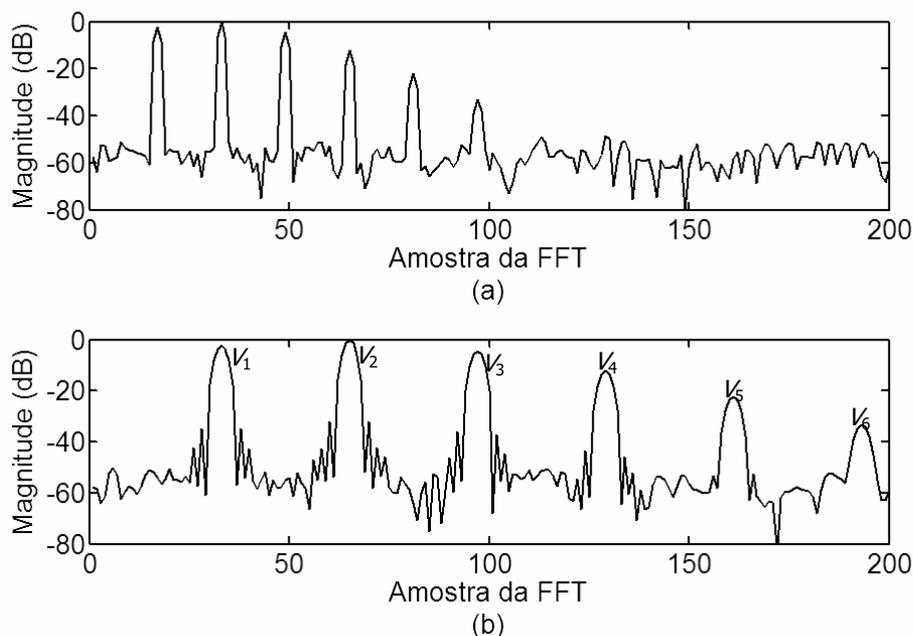
Observa-se claramente nas Figs. 6.12-b e 6.13-b, as seis primeiras harmônicas do sinal ( $V_1$ - $V_6$ ). Nota-se também, um maior alargamento das linhas espectrais que identificam as harmônicas ao utilizar-se janela de Hanning, o que não compromete a resolução espectral, visto existir uma distância de separação entre as harmônicas subjacentes no espectro.

O efeito da inserção de zeros para o cálculo da FFT (*zero padding*) pode ser visto nos gráficos da Fig. 6.14. Na Fig. 6.14-a têm-se as 200 primeiras amostras de uma FFT de 512 pontos, aplicada à janela temporal da Fig. 6.13-a, de comprimento igual a 512 amostras. Na Fig.

6.14-b têm-se as 200 primeiras amostras de uma FFT de 1024 pontos, calculada para a mesma janela de sinal, complementada com 512 amostras nulas (*zero padding*). Comparando os dois espectros verifica-se que o preenchimento com zeros, neste caso, distanciou as harmônicas, com relação aos índices no espectro, um recurso que pode facilitar a identificação das magnitudes destas, no espectro.



**Fig 6.13 – Efeito do janelamento para o sinal modulado gerado, para  $x=2,9$  rad e  $\phi_0(t)=\pi/4$  rad. (a) quadro temporal do sinal usando janela de Hanning. (b) Espectro de magnitude do sinal janelado.**



**Figura 6.14 – Distanciamento das componentes no espectro, como efeito do preenchimento com zeros. (a) FFT de 512 pontos. (b) FFT de 1024 pontos (512 pontos do sinal janelado + 512 pontos nulos).**

## 6.2.2 – Estimação do Fator de Ruído $K$

A estimação do fator de ruído  $K$  foi realizada a partir da análise de uma amostra do espectro de magnitude do sinal modulado em fase normalizado, mostrada na Fig. 6.15, obtida para  $x = 1,9$  rad e  $\phi_0(t) = \pi/2$  rad. O objetivo foi o de maximizar a componente fundamental, no entanto, pode-se medir  $K$  considerando-se outros valores de  $x$  e  $\phi_0(t)$ . O valor de  $K$  pode ser estimado a partir de (3.34) como  $K = J_1(1,9 \text{ rad}) / (SNR_1 - 1)$  {para  $P = \text{sen}[\phi_0(t)] = 1$ }, sendo que  $SNR_1$  é a relação sinal ruído estimada para a componente fundamental do espectro. Como o espectro da Fig. 6.15 está normalizado, a  $SNR_1$  corresponde a  $10^{-(R_{dB}/20)}$ , sendo  $R_{dB}$  o nível médio da magnitude do ruído, medido no espectro, em dB. Estimando-se o nível médio do ruído no espectro de magnitude do sinal (na banda até 8 kHz), obteve-se  $R_{dB} = -63,1$  dB (conforme indicado no gráfico da Fig. 6.15). Portanto o valor estimado do fator de ruído é aproximadamente  $K=0,0004$ . Destaca-se que este foi o valor utilizado nas simulações realizadas nos Capítulos 4 e 5 desta tese. No entanto, naquela análise considerou-se ruído branco ilimitado em banda, onde  $K$  foi feito constante. Daí também, a importância da análise a ser realizada nas próximas seções, pois serão as mais próximas da realidade, encontrada em sistemas experimentais.

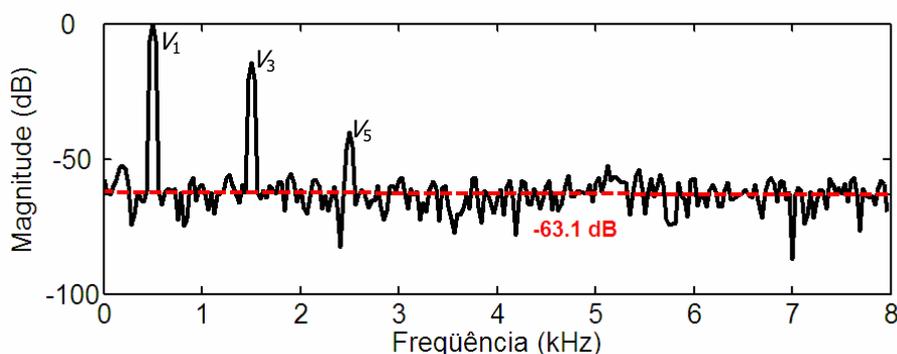


Figura 6.15 – Espectro de magnitude utilizado na estimação do fator de ruído  $K$ .

## 6.2.3 – Respostas dos Subistemas de Cálculo do Índice de Modulação de Fase ( $x'$ ) para $x$ Variando e $\phi_0(t)$ Constante.

A primeira tarefa realizada baseada nos resultados de simulação é avaliar a faixa dinâmica de cada um dos métodos e o respectivo erro no cálculo de  $x'$ , na condição de  $\phi_0(t)$  constante. Atribui-se  $\phi_0(t) = \pi/4$  rad e varia-se o índice de modulação esperado  $x$ , de 0 a 7

rad, a incrementos regulares de 2,33 mrad. O modelo é executado no Simulink para um tempo programado de simulação de 30 s, de onde se obtêm os gráficos das Figs. 6.16 e 6.17, através dos quais se comparou o cálculo de  $x'$  pelos métodos clássicos  $J_1...J_4$ ,  $J_1...J_6$ -neg,  $J_1...J_6$ -pos com o obtido pelo novo método  $J_1...J_3$ .

O resultado da Fig. 6.16 indica um aumento no limite superior da faixa dinâmica em torno de 20% (de 5 rad para 6 rad), do novo método  $J_1...J_3$  em relação ao método  $J_1...J_4$ , visto que o MDPS é praticamente o mesmo para os dois métodos (em torno de 0,2 rad).

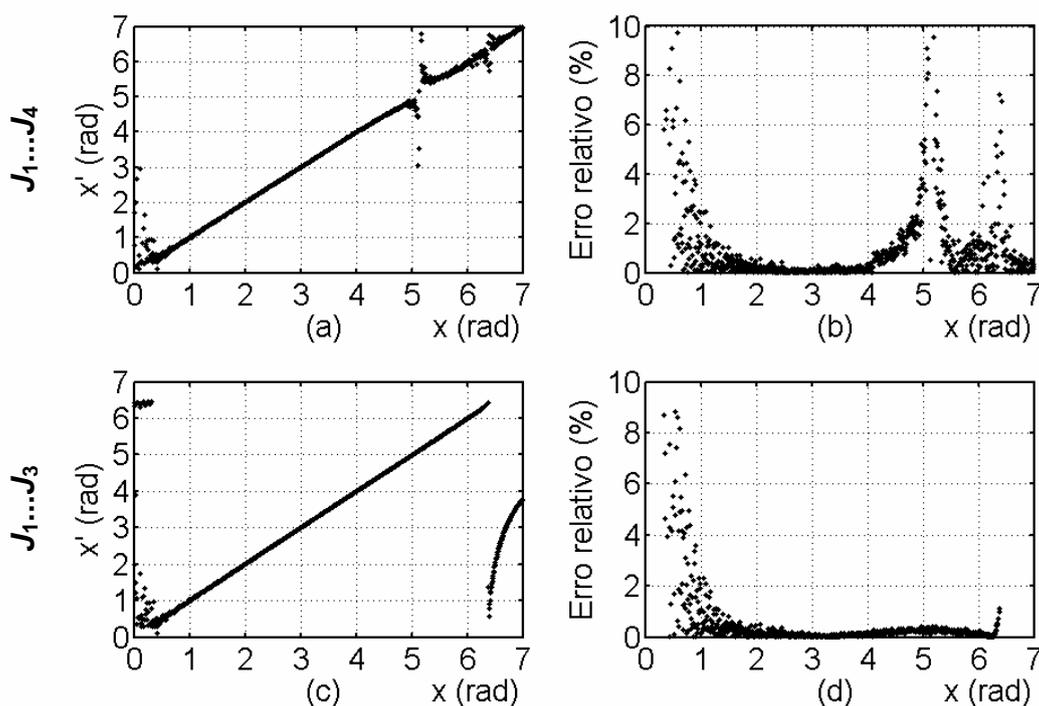


Figura 6.16 – Respostas dos subsistemas de cálculo de  $x'$  em função do valor esperado  $x$ , para  $\phi_0(t)=\pi/4$  rad. (a) Método  $J_1...J_4$ . (b) Erro relativo  $\Delta x_r$  pelo método  $J_1...J_4$ . (c) Método  $J_1...J_3$ . (d) Erro relativo  $\Delta x_r$  pelo método  $J_1...J_3$ .

Um resultado novo é obtido para o método  $J_1...J_6$ -neg, visto que este método foi originalmente desenvolvido visando a diminuição do MDPS e a melhoria da resposta para baixos índices de modulação. O método  $J_1...J_6$ -neg foi simulado em [118] para um padrão de ruído  $1/f^2$ , onde não se considerou nenhuma distribuição de probabilidade. No entanto, na presença de ruído branco com distribuição Gaussiana (como o gerado na simulação), verifica-se nos resultados das Figs. 6.17-a e 6.17-b, uma resposta insatisfatória para baixos índices de modulação, obtendo-se uma resposta inferior à do método  $J_1...J_3$ , mostrada nas Figs. 6.17-c e 6.17-d. Além disso, a faixa dinâmica do método  $J_1...J_6$ -neg está limitada a 3,6 rad (Fig. 6.17-b), cerca de 70% inferior à do novo método  $J_1...J_3$ .

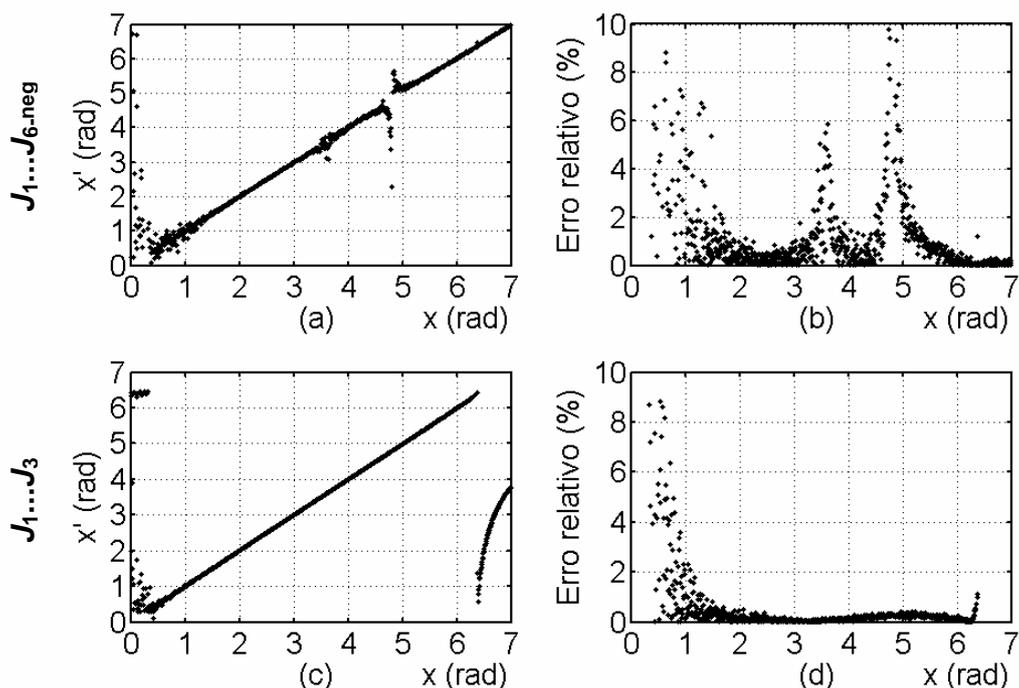


Figura 6.17 – Respostas dos subsistemas de cálculo de  $x'$  em função de  $x$ , para  $\phi_0(t)=\pi/4$  rad. (a) Método  $J_1 \dots J_6$ -neg. (b) Erro relativo  $\Delta x_r$  pelo método  $J_1 \dots J_6$ -neg. (c) Método  $J_1 \dots J_3$ . (d) Erro relativo  $\Delta x_r$  pelo método  $J_1 \dots J_3$ .

Os gráficos da Fig. 6.18 foram obtidos numa simulação em que  $x$  variou de 0 a 14 rad, em incrementos de 4,67 mrad. O tempo programado para a simulação foi de 30 s. Os resultados mostram a expansão na faixa dinâmica obtida pelo emprego do método  $J_m/J_{m+2}$ , que, para o modelo simulado (definiu-se  $f_s = 500$  Hz e  $f_{am} = 16$  kHz), possibilitou o uso de até 15 harmônicas, obtendo-se uma faixa dinâmica de até 14 rad (Figs. 6.18-c e 6.18-d), contra 6,2 rad do método  $J_1 \dots J_6$ -pos (Figs. 6.18-a e 6.18-b), indicando uma aumento de 130% pelo uso do novo método, para as condições estabelecidas na simulação.

A melhoria da resposta em baixos índices de modulação ( $x < 1$  rad) é conseguida efetivamente com o uso dos métodos  $J_0 \dots J_2$  e  $J_0 \dots J_3$ , devido à redução das ordens harmônicas utilizadas no cálculo de  $x'$ . Este fato pode ser comprovado, analisando-se os gráficos da Fig. 6.19, obtidos para  $x_a = 2,2$  rad e variando-se  $x$  de 0 a 2,4 rad, em incrementos menores que 1 mrad, mantendo-se  $\phi_0(t) = \pi/4$  rad, numa simulação de 40 s. Comparando-se os resultados obtidos nas Figs. 6.19-a e 6.19-c, observa-se que os métodos  $J_0 \dots J_2$  (clássico) e  $J_0 \dots J_3$  (novo) têm praticamente a mesma faixa dinâmica. A linha tracejada em cor vermelha nos gráficos indica o valor esperado de  $x$ . Para índices muito pequenos ( $x < 0,1$  rad) os erros pelos cálculos usando os métodos  $J_0 \dots J_2$  e  $J_0 \dots J_3$  também são semelhantes (Figs. 6.19-b e 6.19-d, respectivamente), observando que estas simulações foram realizadas mantendo-se  $\phi_0(t)$

constante, igual a  $\pi/4$  rad. Nesta condição, o erro relativo ( $\Delta x_r$ ), para  $x = 50$  mrad, está em torno de 10 % para os dois métodos. As Figs. 6.19-b e 6.19-d têm seus eixos em escalas logarítmicas, para expandir a região de baixos índices.

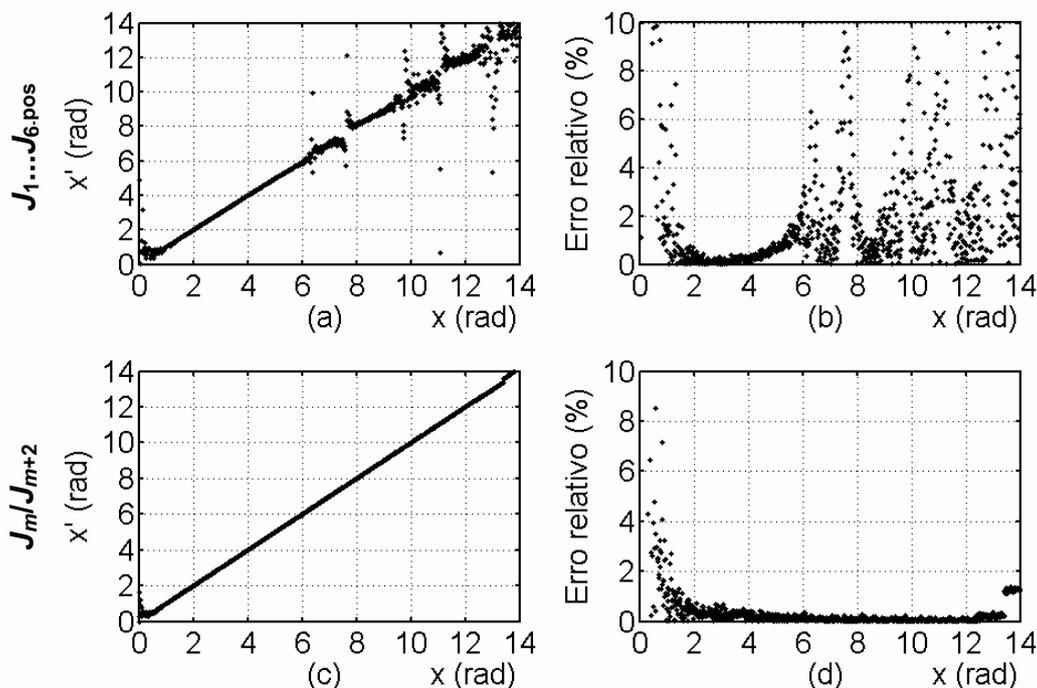


Figura 6.18 – Respostas dos subsistemas de cálculo de  $x'$  em função do valor esperado de  $x$ , para  $\phi_0(t)=\pi/4$  rad. (a) Método  $J_1 \dots J_6\text{-pos}$ . (b) Erro relativo  $\Delta x_r$ , pelo método  $J_1 \dots J_6\text{-pos}$ . (c) Método  $J_m/J_{m+2}$ . (d) Erro relativo  $\Delta x_r$ , pelo método  $J_m/J_{m+2}$ .

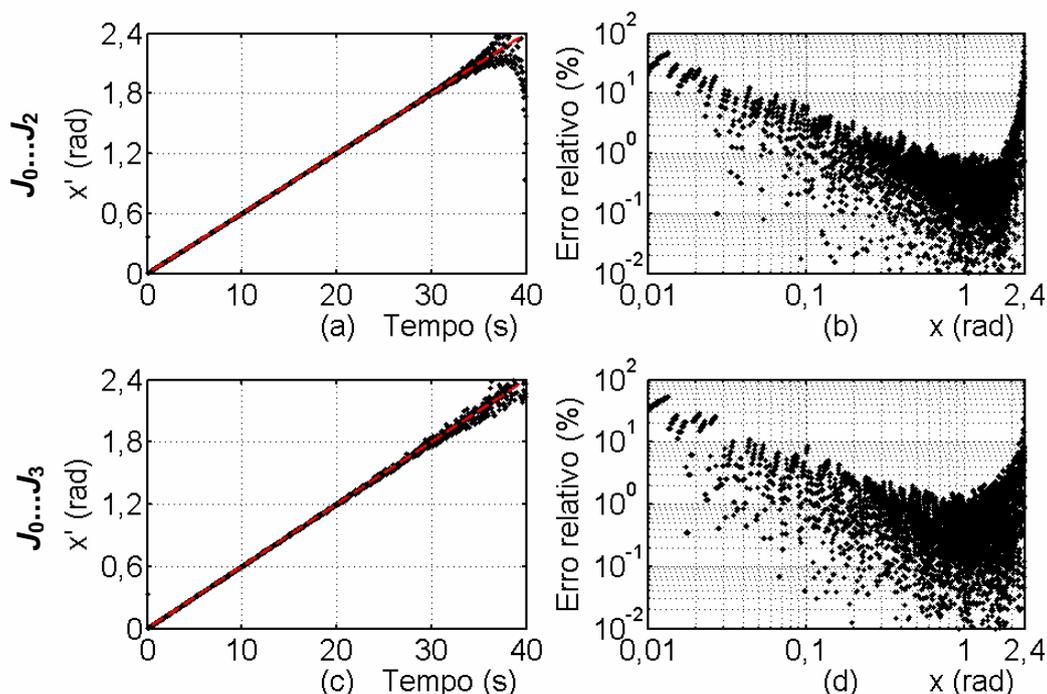


Figura 6.19 – Respostas dos subsistemas de cálculo de  $x'$  em função do valor esperado de  $x$ , para  $\phi_0(t)=\pi/4$  rad. (a)  $\bullet$   $x'$  pelo método  $J_0 \dots J_2$  e  $--$  valor esperado  $x$ . (b) Erro  $\Delta x_r$ , pelo método  $J_0 \dots J_2$ . (c)  $\bullet$   $x'$  pelo método  $J_0 \dots J_3$  e  $--$  valor esperado  $x$ . (d) Erro  $\Delta x_r$ , pelo método  $J_0 \dots J_3$ .

Em geral, as simulações mostraram que, apesar dos novos métodos serem modelos aproximados, as respostas obtidas mostraram um erro muito pequeno dentro de suas respectivas faixas dinâmicas. Conseguiu-se, na maioria dos casos, a expansão da faixa dinâmica e a redução do número de harmônicas utilizada nos cálculos. A principal vantagem dos novos métodos é a eliminação de restrições inerentes aos métodos clássicos, na situação de  $\phi_0(t)$  variando, que ficará evidente nos resultados apresentados na próxima seção.

## 6.2.4 – Respostas dos Subistemas de Cálculo do Índice de Modulação de Fase para $\phi_0(t)$ Variando e $x$ Constante.

Várias simulações foram realizadas mantendo-se  $x$  constante e variando-se  $\phi_0(t)$ , cujos resultados são mostrados nas Figs. 6.20 a 6.24. A variação de  $\phi_0(t)$  foi feita senoidal, gerando-se uma função da forma  $\pi/4 \pm (\pi/4)\text{sen}(2\pi 0,025t)$  rad. Esta forma de onda permitiu a ocorrência das duas condições distintas  $\phi_0(t) = 0$  e  $\phi_0(t) = \pi/2$  rad que, como visto no Capítulo 3, são pontos de singularidades inerentes ao cálculo usando os métodos espectrais clássicos. O objetivo é avaliar o erro causado nos cálculos nas proximidades destes pontos durante as simulações, e as vantagens dos novos métodos quando o ruído está presente e quando ocorre a deriva da fase  $\phi_0(t)$  durante medições ininterruptas em um determinado intervalo de tempo. A duração de cada simulação foi de 80 s.

As Figs. 6.20 a 6.24 [(a) e (b)] mostram o erro relativo percentual no cálculo de  $x'$ , em função do tempo, com a variação de  $\phi_0(t)$ , que aparece sempre no gráfico (c) de cada figura, permitindo a comparação entre um método clássico [gráfico (a)] e um novo método espectral [gráfico (b)], e a verificação das regiões onde o erro aumenta significativamente, nas proximidades de  $\phi_0(t) = 0$  e/ou  $\phi_0(t) = \pi/2$  rad. Destaca-se que o erro nestas regiões é potencializado pelo nível do ruído aditivo gerado pelo sistema.

Na Fig. 6.20 compara-se os métodos  $J_1...J_4$  e  $J_1...J_3$ , para  $x=2,6$  rad (valor médio da faixa dinâmica do método  $J_1...J_4$ ), ficando óbvio as regiões em que os erros crescem, chegando a 100%. Os erros relativos ( $\Delta x_r$ ) têm seus eixos (correspondem às ordenadas nas Figuras) em escalas logarítmicas, limitadas à faixa de 0,1% a 100%, para melhor interpretação dos resultados.

Os gráficos das Figs. 6.21 e 6.22 estão em escala linear, com o erro limitado a valores entre 0 e 50%. Na Fig. 6.21 observa-se a excelente resposta obtida para o método  $J_m/J_{m+2}$

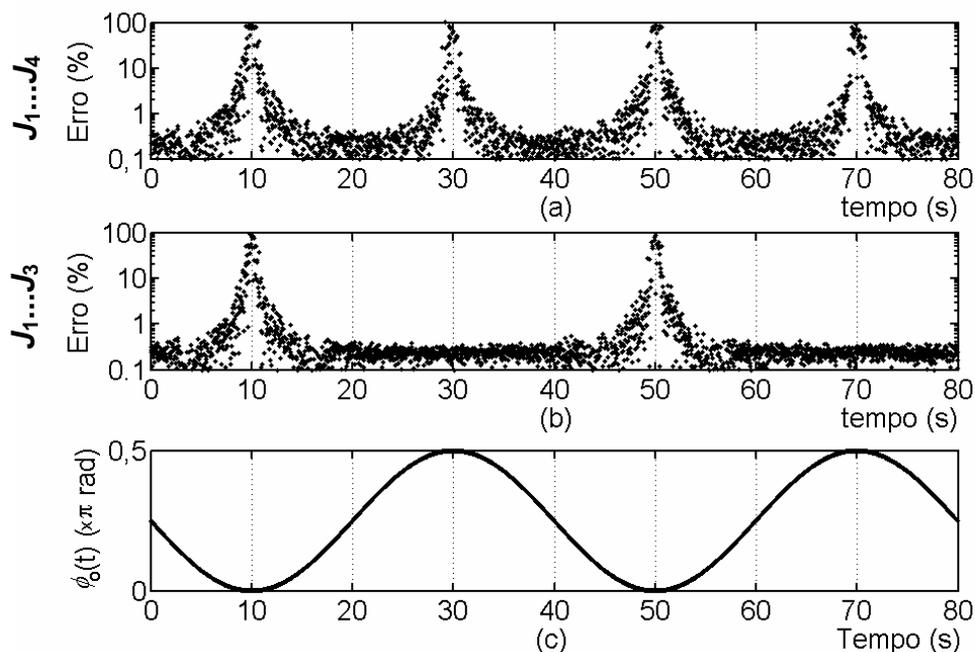


Figura 6.20 – Respostas dos subsistemas de cálculo de  $x'$  em função do tempo de simulação, para  $x=2,6$  rad e  $\phi_0(t)$  variando. (a) Erro  $\Delta x_r$  pelo método  $J_1...J_4$ . (b) Erro  $\Delta x_r$  pelo método  $J_1...J_3$ . (c) Fase  $\phi_0(t)$ .

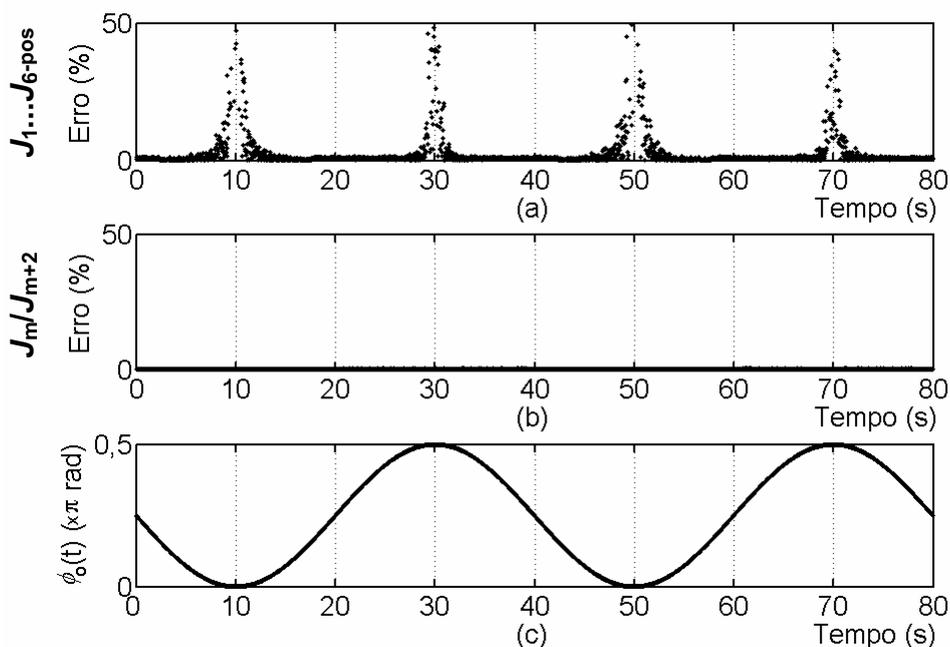


Figura 6.21 – Respostas dos subsistemas de cálculo de  $x'$  em função do tempo, para  $x=5,5$  rad e  $\phi_0(t)$  variando. (a) Erro  $\Delta x_r$  pelo método  $J_1...J_6$ -pos. (b) Erro  $\Delta x_r$  pelo método  $J_m/J_{m+2}$ . (c) Fase  $\phi_0(t)$ .

(Fig. 6.21-b), se comparada à do método  $J_1...J_6$ -pos (Fig. 6.21-a), ambas obtidas para  $x = 5,5$  rad. Para  $x = 1$  rad, obteve-se os resultados apresentados na Fig. 6.22, que comprovam a redução no erro para o método  $J_m/J_{m+2}$  (Fig. 6.22-b), quando comparado à distribuição de erro do cálculo usando o método  $J_1...J_6$ -pos (Fig. 6.22-a). No entanto, neste caso ( $x = 1$  rad), ainda

verifica-se um erro elevado (25%) nas proximidades de  $\phi_0(t) = 0$  para o novo método, o que está de acordo com o as simulações realizadas no Capítulo 5, onde se obteve, um MDPS de  $x = 0,4$  rad na condição  $\phi_0(t) = 0$  (cruzamento da curva tracejada  $\Delta x = -x$  com asterisco em cor azul, no gráfico da Fig. 5.14). Deve-se lembrar que o MDPS corresponde a um erro de 100% no cálculo de  $x$ . Para índices menores do que 1,5 rad, recomenda-se evitar a condição  $\phi_0(t) = n\pi$  rad, ou empregar o método  $J_0...J_3$ , cuja resposta para índices da ordem de mrad até 2 rad é satisfatória também na condição  $\phi_0(t) = n\pi$  rad.

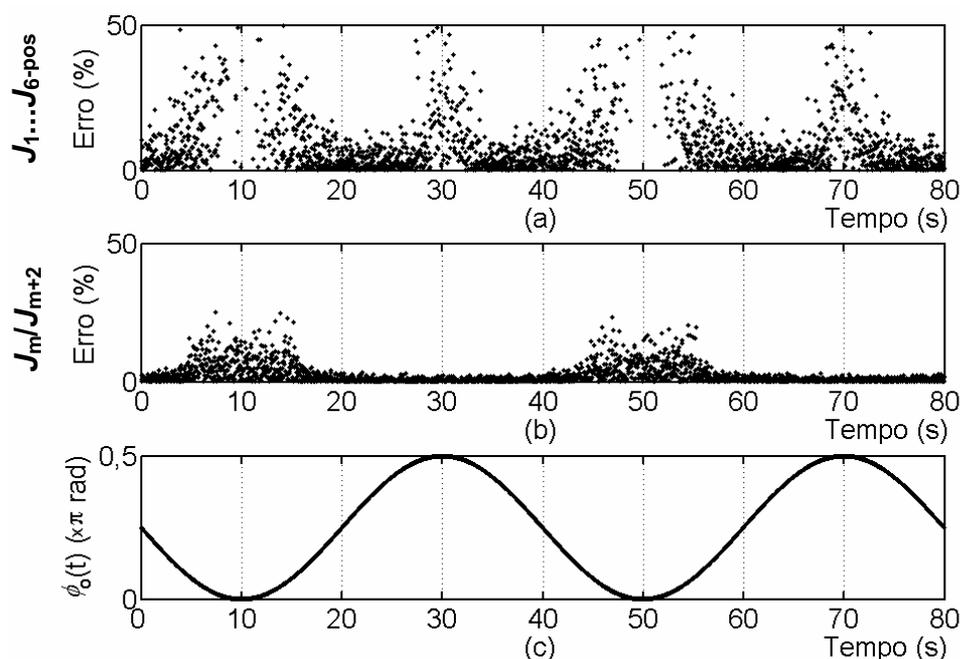


Figura 6.22 – Respostas dos subsistemas de cálculo de  $x'$  em função do tempo, para  $x=1$  rad e  $\phi_0(t)$  variando. (a) Erro  $\Delta x_r$  pelo método  $J_1...J_6$ -pos. (b) Erro  $\Delta x_r$  pelo método  $J_m/J_{m+2}$ . (c) Fase  $\phi_0(t)$ .

Os resultados apresentados na Fig. 6.23 comprovam a ineficiência do método  $J_1...J_6$ -neg, para pequenos índices de modulação, quando o ruído branco é predominante. Para  $x = 1$  rad, o erro no cálculo se distribui por toda a faixa de 0 a 100% (Fig. 6.23-a), mostrando uma resposta bem inferior à obtida para o método  $J_1...J_3$ , nas mesmas condições de simulação (Fig. 6.23-b).

Para pequenos índices de modulação, a melhor solução é reduzir a ordem das harmônicas empregadas nos cálculos, através do uso dos métodos  $J_0...J_3$  ou  $J_0...J_2$ . Porém, os resultados da Fig. 6.24 mostram que não há dependência em relação à  $\phi_0(t)$  somente para o novo método  $J_0...J_3$ , o que gerou excelentes respostas nas simulações com  $x = 100$  mrad, tanto para uma variação lenta de  $\phi_0(t)$  (Fig. 6.24-b), quanto para uma variação rápida de  $\phi_0(t)$  (Fig. 6.24-e).

Desta forma, para  $x < 1,5$  rad, uma boa escolha é empregar o método  $J_0...J_3$ , devido à sua robustez em relação ao desvanecimento aleatório de sinal e ao ruído.

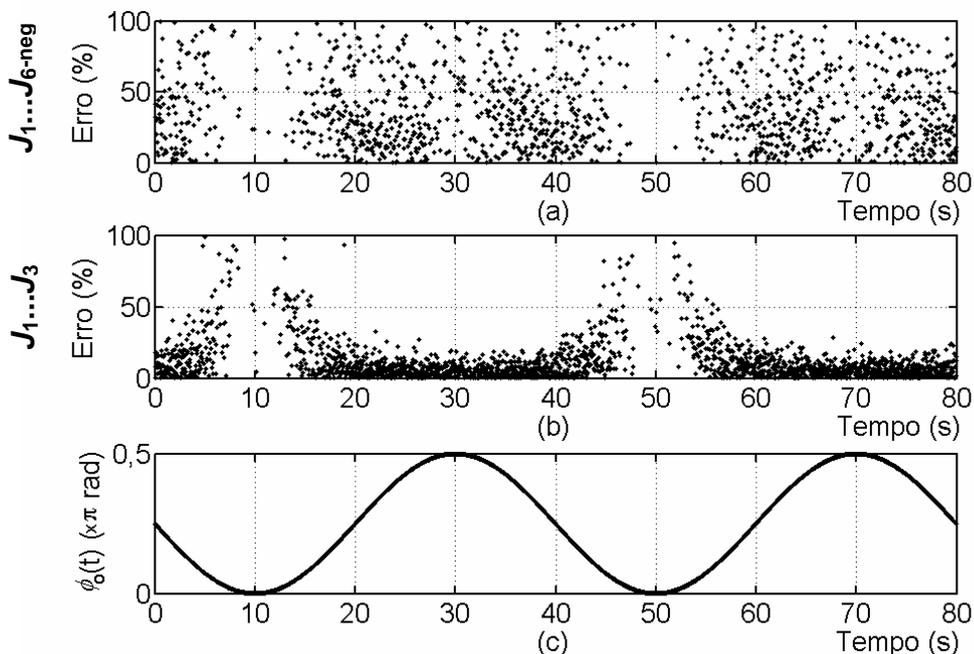


Figura 6.23 – Respostas dos subsistemas de cálculo de  $x'$  em função do tempo, para  $x=1$  rad e  $\phi_0(t)$  variando. (a) Erro  $\Delta x_r$  pelo método  $J_1...J_6$ -neg. (b) Erro  $\Delta x_r$  pelo método  $J_1...J_3$ . (c) Fase  $\phi_0(t)$ .

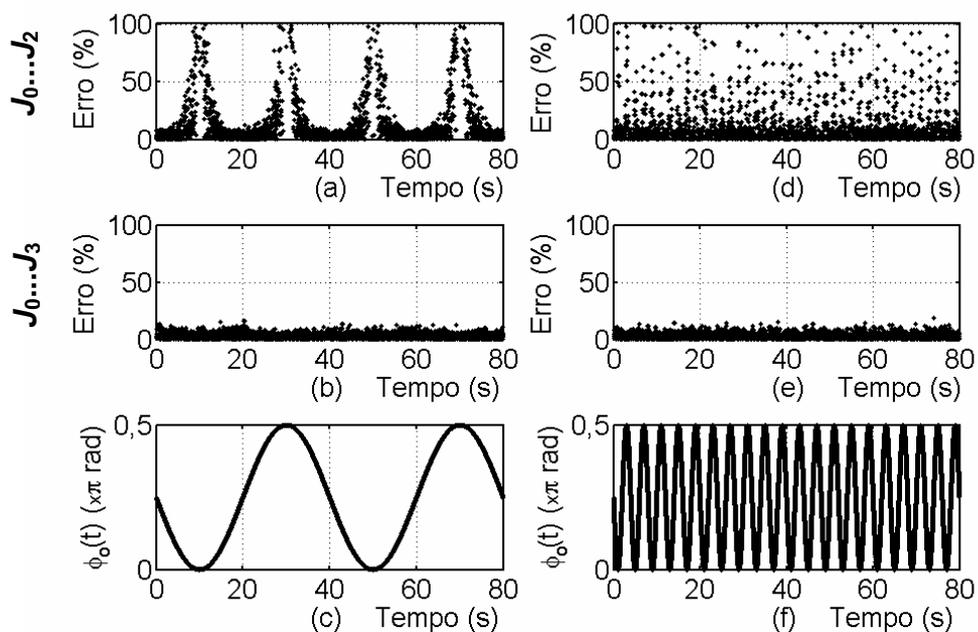


Figura 6.24 – Respostas dos subsistemas de cálculo de  $x'$  em função do tempo, para  $x=100$  mrad e  $\phi_0(t)$  variando. (a) e (b) Erros  $\Delta x_r$  calculados, respectivamente, para os métodos  $J_0...J_2$  e  $J_0...J_3$ , para  $\phi_0(t)$  variando de acordo com (c). (d) e (e) Erros  $\Delta x_r$  calculados, respectivamente, para os métodos  $J_0...J_2$  e  $J_0...J_3$ , para  $\phi_0(t)$  variando de acordo com (f).

### 6.2.5 – Respostas dos Subsistemas de Cálculo do Índice de Modulação de Fase para Ambos, $\phi_0(t)$ e $x$ , Variando.

As simulações realizadas mais próximas da realidade, enfrentada na realização de medições experimentais, foram obtidas para  $\phi_0(t)$  e  $x$  variando no tempo, na presença de ruído. Desta forma podem-se associar os erros nos cálculos usando os métodos espectrais às limitações na faixa dinâmica e também às restrições devido ao desvanecimento de sinal provocado pela fase  $\phi_0(t)$ , potencializadas pelo nível de ruído do sistema. Para estas simulações, definiu-se  $\phi_0(t)$  uma função senoidal, com período igual a 20 s.

Nas Figs. 6.25 a 6.28 têm-se: em (a) os valores esperado ( $x$ ) e estimado ( $x'$ ) usando um dos métodos espectrais, para uma variação linear de  $x$ ; em (b) o erro percentual no cálculo de  $x'$ ; em (c) a fase  $\phi_0(t)$ . Todos os gráficos estão em função do tempo de simulação.

Na Fig. 6.25-a o índice esperado  $x$  foi variado linearmente de 0 a 7 rad, no período de 80 s. Os resultados tornam evidentes os erros nos cálculos pelo método  $J_1...J_4$ , que ultrapassa a barreira dos 10% (Fig. 6.25-b), atribuindo-se estes às limitações devidas às singularidades, em valores de  $\phi_0(t) = 0$  ou  $\phi_0(t) = \pi/2$  rad, e ruído. Os mesmos problemas podem ser constatados na Fig. 6.26, onde a simulação é realizada para o método  $J_1...J_6$ -pos, sendo que a variação de  $x$  se estendeu até 12 rad, para o mesmo tempo de simulação.

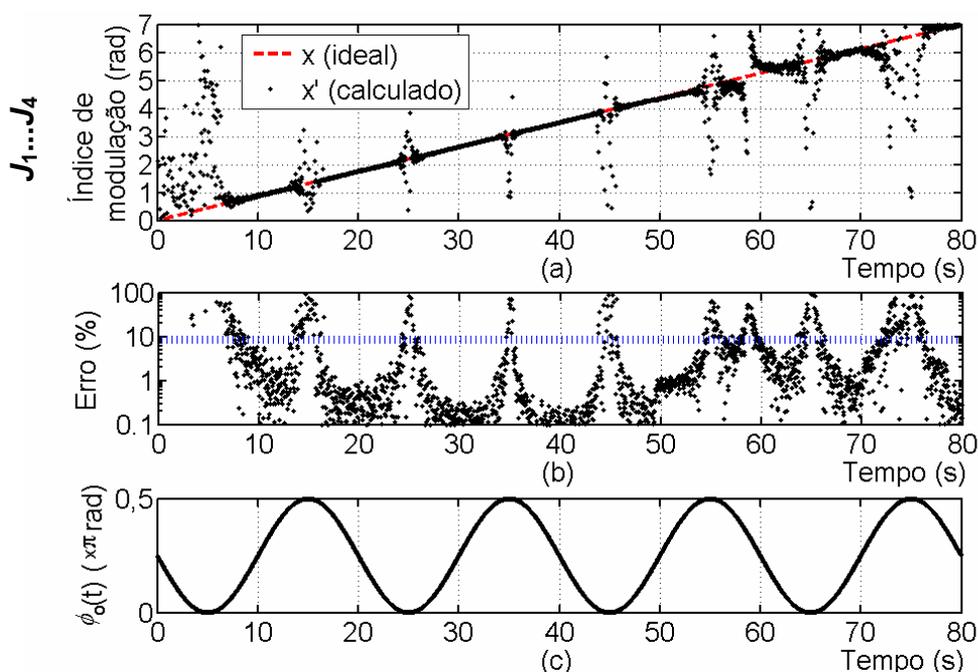


Figura 6.25 – Resposta do subsistema de cálculo de  $x$  pelo método  $J_1...J_4$ , para  $x$  e  $\phi_0(t)$  variando. (a) Índice estimado  $x'$ . (b) Erro  $\Delta x_r$ , na estimação de  $x$ . (c) Fase  $\phi_0(t)$ .

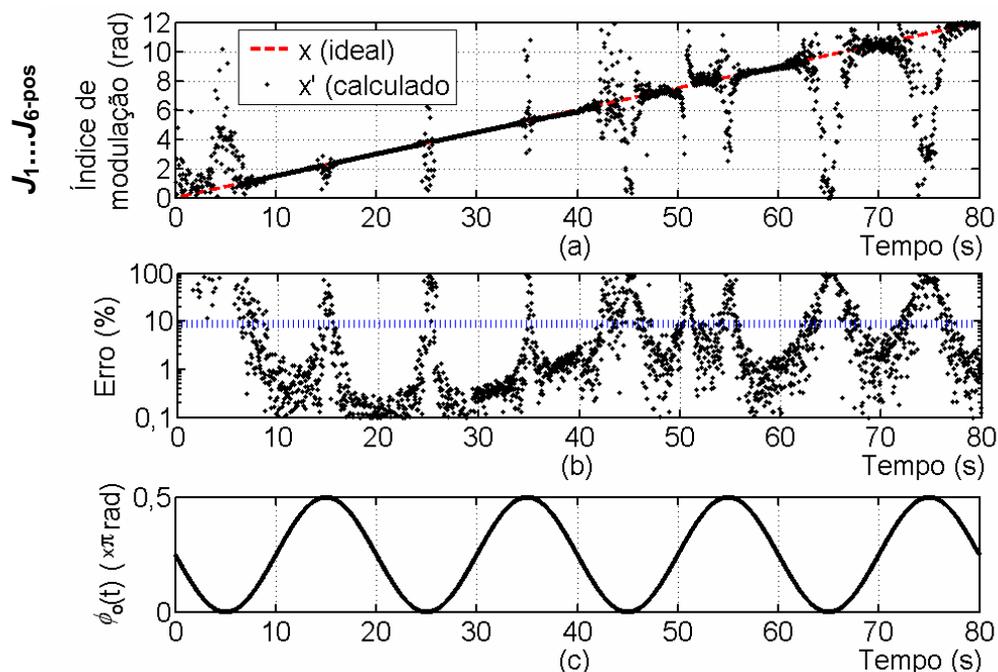


Figura 6.26 – Respostas dos subsistemas de cálculo de  $x'$  pelo método  $J_1...J_6$ -pos, em função do tempo, para ambos,  $x$  e  $\phi_0(t)$ , variando. (a) Índice estimado  $x'$ . (b) Erro  $\Delta x_r$  na estimação de  $x$ . (c) Fase  $\phi_0(t)$ .

Na Fig. 6.27 tem-se o resultado da simulação para o método  $J_m/J_{m+2}$ , que apresenta um erro menor do que 1% na faixa de 1,5 a 12 rad (Fig. 6.27-b). Como foi visto nas Figs. 6.25 e 6.26, o erro percentual no cálculo de  $x$  usando os métodos  $J_1...J_4$  e  $J_1...J_6$ -pos ultrapassou os 10% durante vários intervalos do tempo total de simulação.

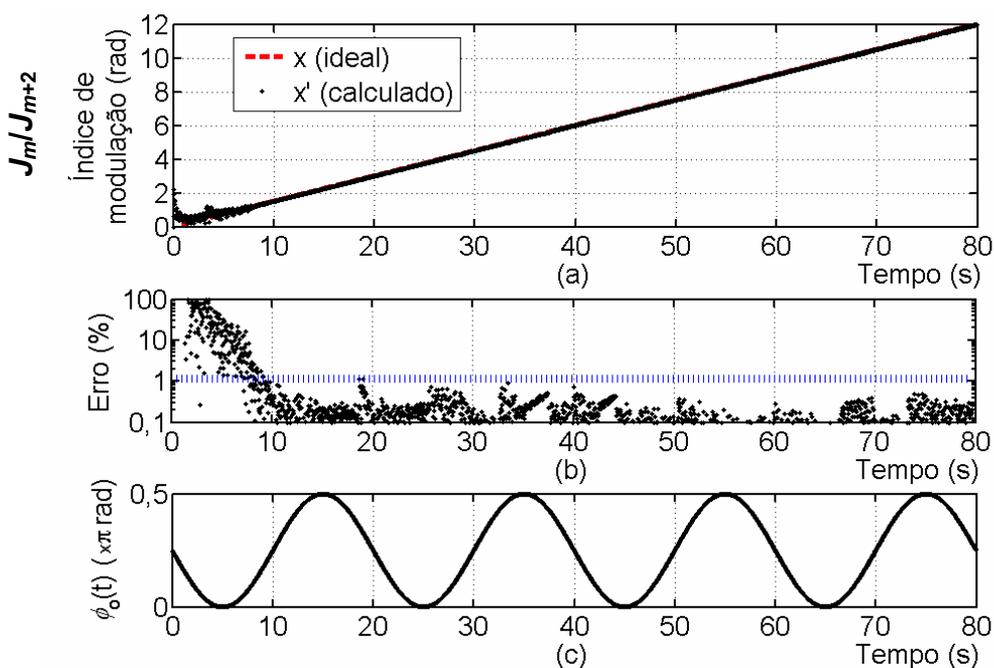


Figura 6.27 – Resposta do subsistema de cálculo de  $x'$  usando o método  $J_m/J_{m+2}$ , para  $x$  e  $\phi_0(t)$  variando. (a) índice estimado  $x'$ . (b) Erro  $\Delta x_r$  na estimação de  $x$ . (c) Fase  $\phi_0(t)$ .

Os cálculos de  $x'$  usando os métodos  $J_0...J_2$  e  $J_0...J_3$  são mostrados, respectivamente, nos gráficos das Fig. 6.28-a e 6.28-b, que apresentam os resultados da simulação para  $x$  variando linearmente de 0 a 2,4 rad e  $\phi_0(t)$  de forma senoidal, como mostrado na Fig. 6.28-d. Os valores esperados de  $x$  estão representados por uma linha tracejada em cor vermelha, nas Figs 6.28-a e 6.28-b. Na Fig. 6.28-c mostra-se o valor esperado e o valor calculado do índice de modulação de fase auxiliar ( $x_a$  e  $x_a'$ , respectivamente), sendo  $x_a'$  calculado pelo método  $J_0...J_3$ . A linha vermelha tracejada na Fig. 6.28-d representa a fase esperada  $\phi_0(t)$ , onde se tem também  $\phi_0'(t)$ , detectado na simulação, usando o método  $J_0...J_3$ . O tempo de simulação foi de 38,4 s. Para a faixa de  $x$  analisada, o método  $J_0...J_3$  apresentou a melhor resposta, como esperado.

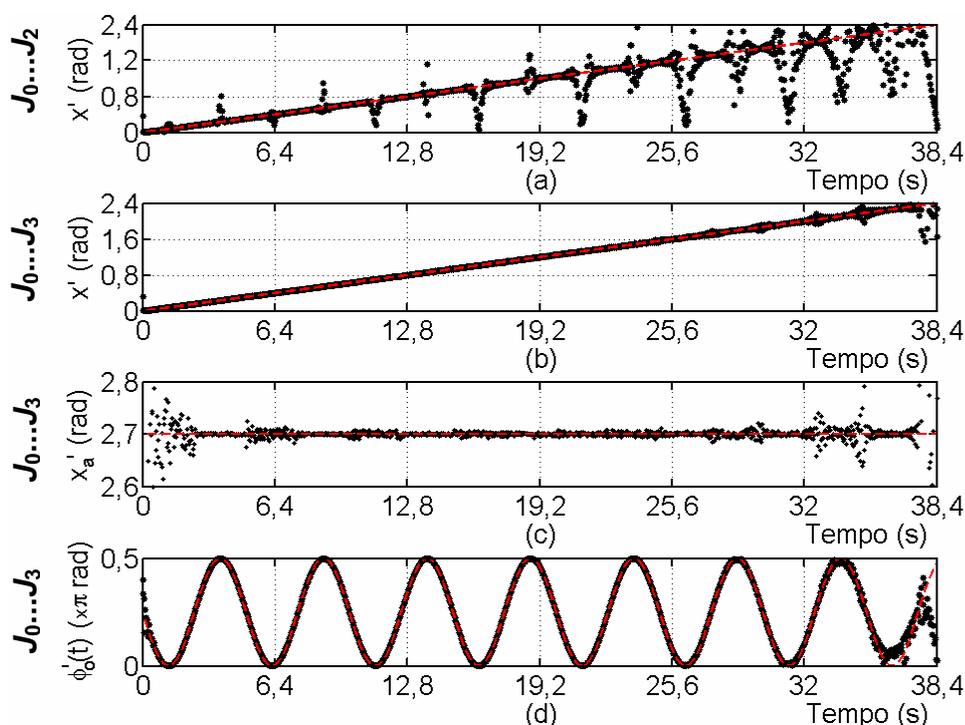


Figura 6.28 – Cálculo de  $x'$  em função do tempo, para  $x$  e  $\phi_0(t)$  variando, onde (--) corresponde ao valor esperado  $x$  e (●) ao valor calculado  $x'$ . (a) Método  $J_0...J_2$ . (b) Método  $J_0...J_3$ . (c)  $x_a'$  calculado pelo método  $J_0...J_3$  para um valor esperado  $x_a=2,7$  rad. (d) --  $\phi_0(t)$  esperado e •  $\phi_0(t)$  calculado usando a técnica proposta no fluxograma do método  $J_0...J_3$ .

Na Fig. 6.29 têm-se os erros gerados nos cálculos usando as técnicas  $J_0...J_2$  (Fig. 6.29-a) e  $J_0...J_3$  (Fig. 6.29-b), em função de  $x$ , para  $\phi_0(t)$  variando de forma senoidal, de acordo com a Fig. 6.29-c. Estes erros são reproduções dos erros relativos percentuais para os resultados das Figs. 6.28-a e 6.28-b. Verifica-se que o erro nos cálculos usando o método clássico supera a barreira dos 50%, enquanto, pelo uso da nova técnica, este se limitou a um valor muito pequeno, dentro de sua faixa dinâmica de demodulação.

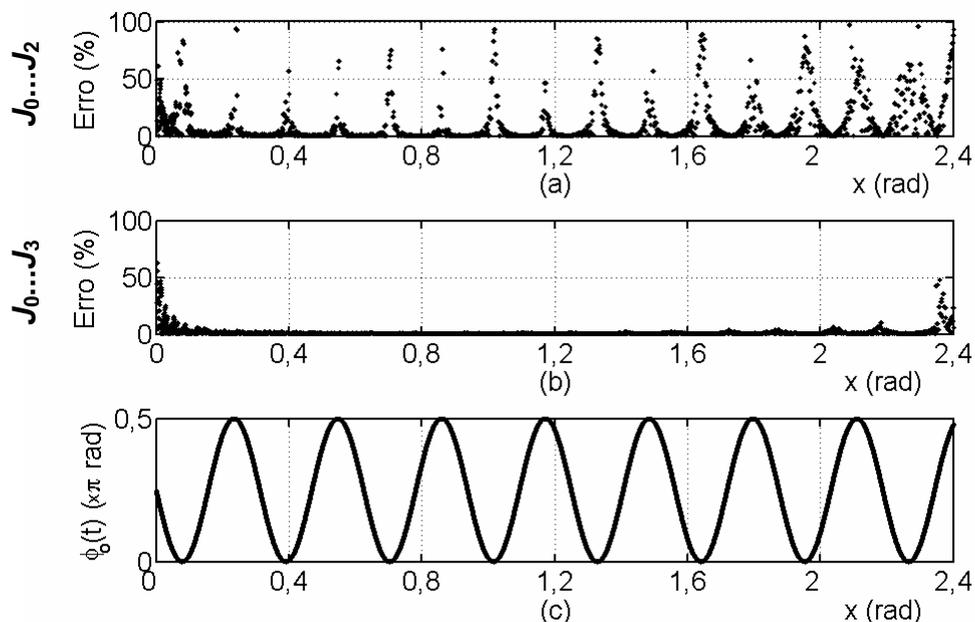


Figura 6.29 – Erro  $\Delta x_r$  para  $x$  e  $\phi_0(t)$  variando. (a) Método  $J_0\dots J_2$ . (b) Método  $J_0\dots J_3$ . (c) Fase  $\phi_0(t)$ .

### 6.2.6 – Respostas dos Subistemas de Cálculo da Fase $\phi_0(t)$

As respostas do subsistema de estimação da fase  $\phi_0(t)$ , usando o método desenvolvido por Sudarshanam e o novo método proposto nesta tese, estão nas Figs. 6.30 e 6.31, em que se variou  $x$  linearmente de 0 a 12 rad, durante 80 s de simulação. Os resultados simulados para  $\phi_0(t)$  constante, igual a  $\pi/4$  rad, estão na Fig. 6.30, e para  $\phi_0(t)$  variando de forma senoidal, na Fig. 6.31. Nas Figs. 6.30-a e 6.31-a têm-se os cálculos de  $\phi_0'(t)$  e nas Figs. 6.30-b e 6.31-b, o erro absoluto no cálculo de  $\phi_0(t)$  [ou seja,  $\Delta\phi_0(t)$ ]. Nas Figs. 6.30-c e 6.31-c mostram-se a variação linear de  $x$  durante a simulação. Observa-se nos resultados das Figs. 6.30 e 6.31, as limitações na faixa dinâmica para o método desenvolvido por Sudarshanam, e a detecção correta de  $\phi_0(t)$  pelo uso do novo método proposto nesta tese, para a ampla faixa de valores de  $x$  e de  $\phi_0(t)$  considerada, com exceção de índices de modulação muito pequenos.

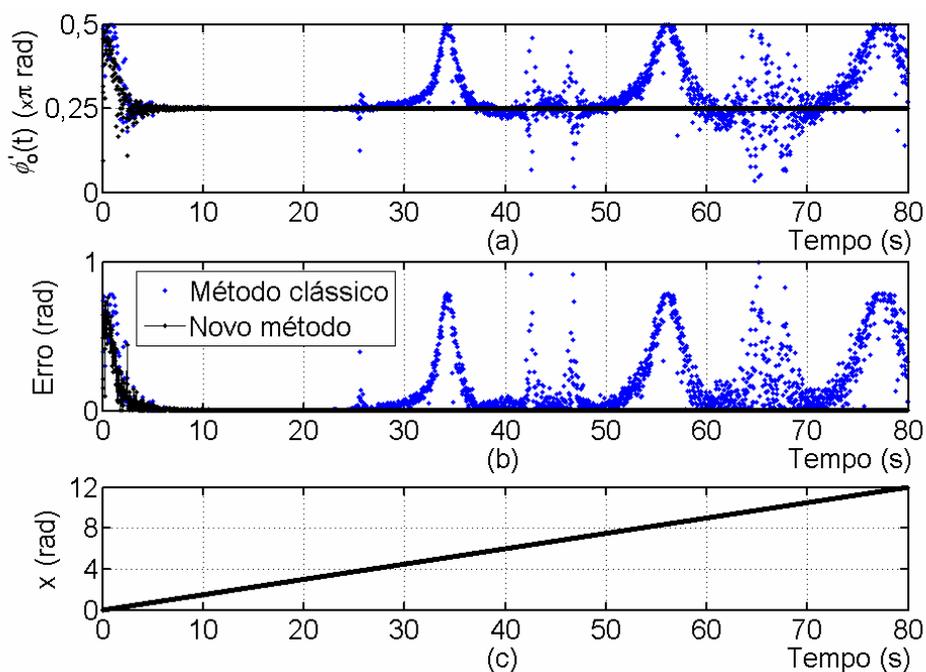


Figura 6.30 – Respostas do subsistema de cálculo de  $\phi'_o(t)$  em função do tempo, para  $x$  variando e  $\phi_o(t) = \pi/4$  rad. (a) (●) Cálculo pelo método desenvolvido por Sudarshanam (clássico) e (●) cálculo pelo novo método. (b) Erro absoluto no cálculo de  $\phi_o(t)$  usando (●) o método desenvolvido por Sudarshanam (clássico) e (●) o novo método. (c) Índice de modulação  $x$ .

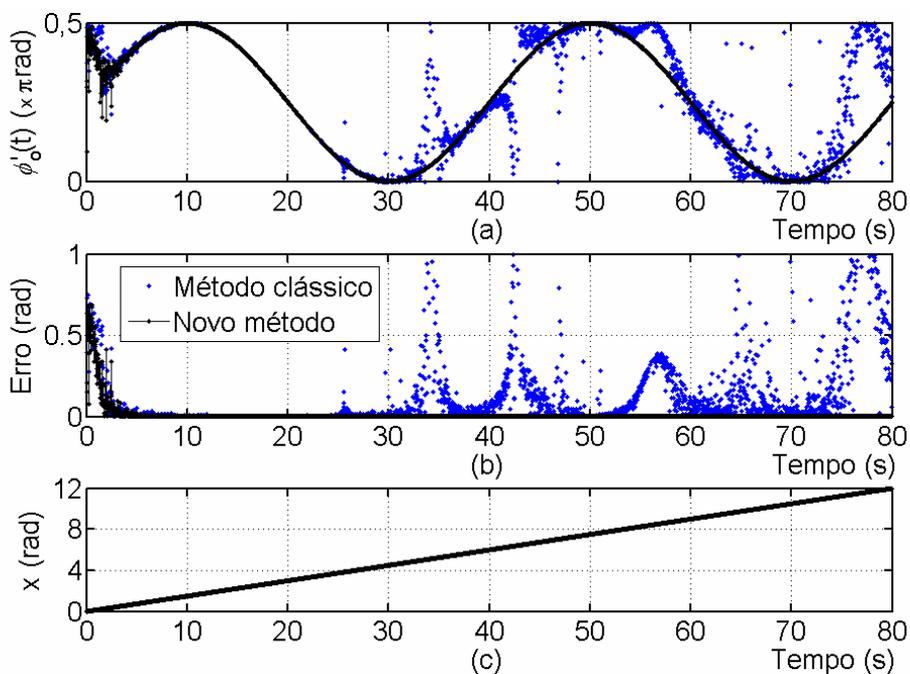


Figura 6.31 – Respostas do subsistema de cálculo de  $\phi'_o(t)$  em função do tempo, para  $x$  e  $\phi_o(t)$  variando. (a) (●) Cálculo pelo método desenvolvido por Sudarshanam (clássico) e (●) cálculo pelo novo método. (b) Erro absoluto no cálculo de  $\phi_o(t)$  usando (●) o método desenvolvido por Sudarshanam (clássico) e (●) o novo método. (c) Índice de modulação  $x$ .

### 6.3 – Discussão

O desenvolvimento do modelo no Simulink foi importante para o conhecimento do processo computacional envolvido na demodulação de  $x$  e de  $\phi_0(t)$  usando os métodos espectrais, possibilitando avaliar a complexidade computacional exigida para a implementação de cada método. Os testes realizados permitiram confirmar que os códigos de programação dos algoritmos de detecção de fase foram inseridos corretamente no computador, sem erros de sintaxe ou semântica.

Os resultados obtidos na realização das simulações permitiram a comparação entre os métodos clássicos e os novos métodos, tornando transparentes as principais vantagens. Avaliou-se o efeito do desvanecimento do sinal, na presença de ruído, devido à variação da fase  $\phi_0(t)$ . Com respeito a estes resultados verificou-se que:

- O novo método  $J_1...J_3$  apresentou menor complexidade matemática que os métodos  $J_1...J_4$  e  $J_1...J_6$ -pos, se um algoritmo de Goertzel for empregado na determinação das harmônicas. A probabilidade global de erro no cálculo de  $x$  com este novo método é menor diante de variação aleatória da fase  $\phi_0(t)$ ;
- Na presença de ruído branco, o método  $J_1...J_6$ -neg não tem resposta satisfatória para baixos índices de modulação e apresentou um erro maior do que o obtido para o método  $J_1...J_3$ ;
- Uma expansão significativa da faixa dinâmica na sua parte superior foi obtida com sucesso através da técnica  $J_m/J_{m+2}$ , no cálculo de  $x$ , e do método proposto para o cálculo de  $\phi_0(t)$ . O uso destes dois novos métodos permite o cálculo do índice de modulação de fase para uma ampla faixa de valores, enquanto a fase  $\phi_0(t)$  pode ser monitorada.
- Uma expansão da faixa dinâmica na sua parte inferior foi obtida com sucesso pelo emprego do novo método  $J_0...J_3$ , através do qual também propôs-se a detecção do índice de modulação auxiliar  $x_a$  e da fase  $\phi_0(t)$ .

A avaliação realizada neste capítulo não pode ser, de certa forma, generalizada, pois se estabeleceu as características de ruído e de  $\phi_0(t)$  para as simulações. No entanto, pode-se concluir que um aumento no nível de ruído potencializa os erros nas regiões próximas às singularidades [ $\phi_0(t) = 0$  e/ou  $\phi_0(t) = \pi/2$  rad], aumentando a probabilidade de erro pela

aplicação dos métodos espectrais clássicos. Isto pode ser facilmente explicado, através da análise das SNR's de cada uma das harmônicas envolvidas nos cálculos. Se a amplitude de uma harmônica diminui e o nível médio de ruído na frequência envolvida se mantém estável, a SNR medida para esta harmônica diminui, aumentando o erro no cálculo de  $x$ , quando esta componente é utilizada nos cálculos. O uso dos novos métodos que operam independentemente destes pontos minimiza significativamente a probabilidade de ocorrência de erros nas medições, como mostrou os resultados das simulações.

O uso conjunto dos novos métodos propostos para a estimação de  $x$  e de  $\phi_0(t)$  permite a ampliação da faixa dinâmica, tanto no seu limite inferior, quanto no superior, em aproximadamente quatro ordens de grandeza, se comparada à faixa dinâmica dos métodos  $J_1...J_4$ ,  $J_1...J_6$ -neg e  $J_1...J_6$ -pos. Assim, poder-se-á comparar os resultados gerais obtidos pelos novos métodos, por um lado, às técnicas heteródinas (região de pequenos índices), e por outro, à métodos de contagem de franjas (região de altos índices), sendo esta uma contribuição relevante resultante do desenvolvimento desta tese.

O uso de placas de aquisição e processamento em computador através de softwares conhecidos (Labview, Simulink/Matlab, etc.) ou de placas de DSPs ponto flutuante são soluções futuras para a implementação dos algoritmos propostos para os novos métodos. Inclusive, em aplicações que demandam tempo real, num processo automatizado, sendo o desenvolvimento realizado neste capítulo outra contribuição importante neste sentido.

A eficiência dos novos métodos será validada em condições práticas, através da realização de medições experimentais usando um sensor óptico de tensão, baseado no efeito eletro-óptico do niobato de lítio. Este assunto será discutido no Capítulo 7. No Capítulo 8, estas técnicas serão aplicadas ao atuador piezoelétrico flexensional.

# CAPÍTULO 7

## VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DOS MÉTODOS ESPECTRAIS USANDO UM SENSOR ÓPTICO DE TENSÃO

Neste capítulo os métodos espectrais introduzidos nos Capítulos 4 e 5 serão testados experimentalmente por meio da medição de diferença de potencial elétrico usando um sensor óptico de tensão (SOT) baseado no efeito eletro-óptico do cristal de niobato de lítio ( $\text{LiNbO}_3$ ). Apesar da medição de baixas tensões ser uma aplicação conhecida, esta mostra ser um modelo bem comportado para a validação experimental dos novos métodos espectrais, pois as características da célula Pockels empregada podem ser modeladas matematicamente usando-se somente a teoria eletromagnética. A geometria simples do cristal de  $\text{LiNbO}_3$  empregado na célula Pockels e a configuração eletro-óptica utilizada mostraram-se adequadas à análise dos métodos espectrais avaliados, como será visto no texto.

O emprego do SOT permitirá a análise em laboratório e obtenção de resultados experimentais usando a maioria dos métodos desenvolvidos.

Um medidor óptico de tensão não mede diretamente a tensão elétrica, porém, em tal dispositivo, a variação do campo elétrico associado a esta tensão, provoca alteração nas características de certos materiais submetidos à presença deste campo. Com isto, algum parâmetro da onda luminosa como, por exemplo, sua polarização ou sua fase, pode ser alterado ao atravessar esta região do material. Por exemplo, em 1987, um trecho de fibra óptica revestida com Fluoreto de Polivinilideno (PVDF) foi utilizado como parte de um sensor interferométrico, proporcionando modulação de fase óptica na presença de campo elétrico externo [180]. O PVDF é um polímero piezoelétrico que se deforma na presença de campo elétrico. Em 1993, o efeito eletro-óptico do niobato de lítio em corte-Z, foi aplicado na modulação por campo elétrico, num sensor de alta tensão, confeccionado em óptica integrada [181].

Como se observa através dos exemplos citados, sensores ópticos de tensão foram relatados nas duas últimas décadas, sendo que a maioria destes é baseada no efeito eletro-óptico em material cristalino volumétrico (*bulk*) [182], [183]. As vantagens dos sensores que usam cristais eletro-ópticos são: a influência de campos eletromagnéticos externos é reduzida

devido à maioria dos materiais que formam os sensores serem dielétricos e a largura de banda de operação ser muito grande.

Neste trabalho, empregou-se um sensor óptico de tensão usando um cristal de niobato de lítio para a medição de tensão de até algumas centenas de volts e frequência de 60 Hz, típica da gerada na rede de energia elétrica. Este sensor, utilizado na parte experimental desta tese, foi desenvolvido em um trabalho prévio de mestrado [184], e será descrito resumidamente na próxima seção.

### **7.1 Sensor Óptico de Tensão (SOT) Baseado no Efeito Eletro-Óptico em Cristais de Niobato de Lítio**

O efeito eletro-óptico pode ser descrito como a propriedade de um material apresentar uma birrefringência induzida por um campo elétrico externo [185]. A birrefringência é um fenômeno que resulta quando duas ondas, com polarizações ortogonais entre si e que se propagam numa mesma direção, possuem velocidades diferentes.

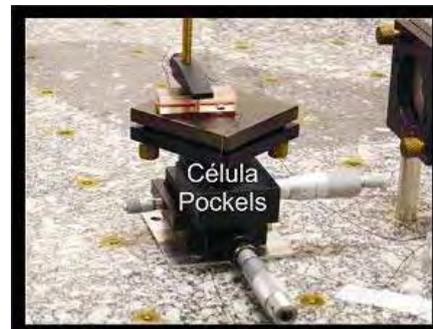
O efeito eletro-óptico quadrático, observado originalmente em líquidos como o dissulfeto de carbono, é conhecido como efeito Kerr [185], [186]. O efeito eletro-óptico linear, que acontece em materiais cujas redes cristalinas não exibem centro de simetria, é conhecido como efeito Pockels [185], [186]. Quando o efeito eletro-óptico linear está presente em um material, este é dominante e, geralmente, o efeito quadrático é desconsiderado por ser muito reduzido.

Uma célula Pockels transversal é um dispositivo composto pelo cristal eletro-óptico colocado entre eletrodos planos (em forma de sanduíche), paralelos à direção de propagação do feixe de laser. No presente caso, a propagação ocorre segundo a direção cristalográfica  $Y$  do cristal de  $\text{LiNbO}_3$ , possibilitando um meio de se aplicar um campo elétrico externo na direção  $Z$ , perpendicular à direção de propagação da luz no cristal. A célula Pockels utilizada nesta tese emprega o cristal mostrado na Fig. 7.1-a, que possui as dimensões  $5 \times 50,025 \times 1,1 \text{ mm}^3$ , nas direções  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ , respectivamente. Esta célula foi fixada a um suporte como mostrado na Fig. 7.1-b, que possui ajustes micrométricos para proporcionar o correto alinhamento do cristal em relação ao feixe óptico que irá atravessá-lo. O suporte com a célula Pockels é parte integrante do SOT mostrado na Fig. 7.2, o qual foi empregado nos experimentos de validação dos métodos, realizados nesta tese. No detalhe exibido no canto inferior direito da Fig. 7.2, tem-se a configuração do modulador eletro-óptico de amplitude

utilizado no SOT. Trata-se, basicamente, do modulador eletro-óptico de intensidade óptica, amplamente utilizado em sistemas de comunicação óptica [185].



(a)



(b)

Figura 7.1 - Célula Pockels de  $\text{LiNbO}_3$  empregada no SOT. (a) Cristal de  $\text{LiNbO}_3$  utilizado como elemento sensor. (b) Célula Pockels transversal montada com o cristal num suporte.

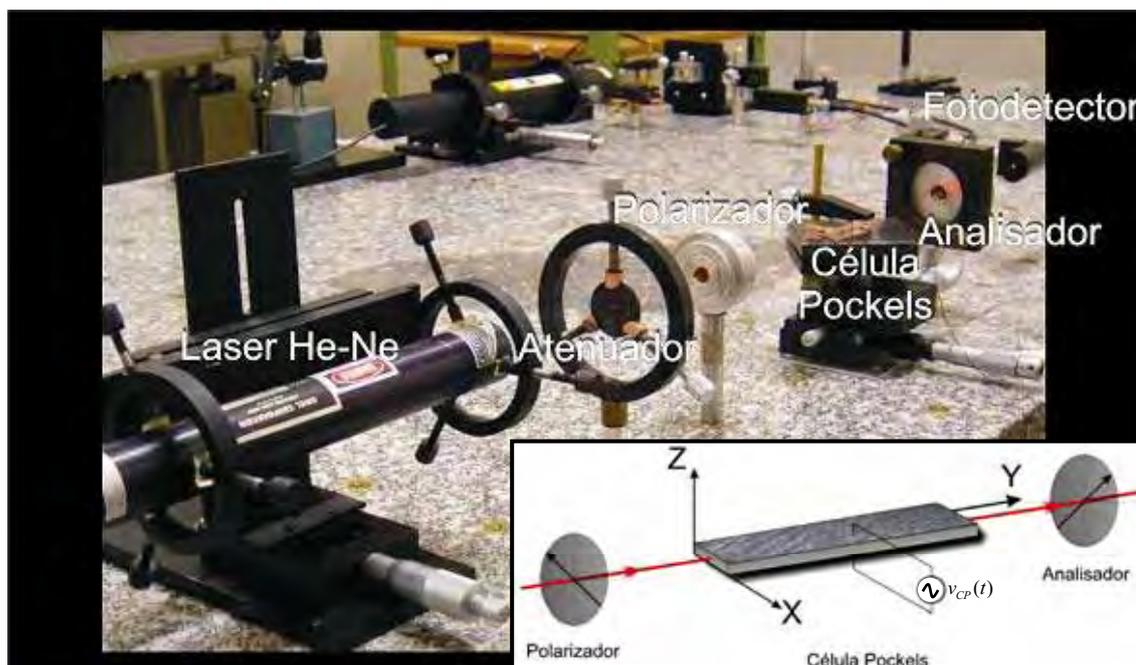


Figura 7.2 – SOT montado no laboratório de optoeletrônica da FEIS.

No SOT da Fig. 7.2, a célula Pockels de cristal de niobato de lítio ( $\text{LiNbO}_3$  da Cristal Technology, Inc.) na configuração transversal, um polarizador a  $45^\circ$  do eixo cristalográfico  $X$  e um analisador a  $90^\circ$  do polarizador são devidamente posicionados no arranjo experimental. Um feixe de laser de Hélio-Neônio (He-Ne), que opera no comprimento de onda igual a  $0,6328 \mu\text{m}$ , passa pelo polarizador e incide paralelo à direção  $Y$  do cristal, com polarização linear a  $45^\circ$  do eixo  $X$ , para acoplar com iguais amplitudes os dois modos de propagação do material: o modo ordinário e o modo extraordinário. Uma tensão senoidal  $[v_{CP}(t)]$ , aplicada

em eletrodos depositados nas superfícies da célula Pockels (como mostra o detalhe na Figura), gera campo elétrico  $E_z = v_{CP}(t)/d$  na direção  $Z$  do cristal, sendo que  $d$  é a distância entre os eletrodos. Variações nos índices de refração são provocadas pela aplicação deste campo e o efeito eletro-óptico modula a fase da luz transmitida, na saída da célula Pockels. A luz modulada em fase, ao atravessar o analisador, é convertida em modulação de amplitude, a qual é detectada através de um fotodiodo PIN (Siemens modelo BPX 65). O sinal de saída do fotodetector foi amplificado e digitalizado por um osciloscópio (Tektronix TDS2022, 8 bits), com recursos de FFT. O sinal adquirido foi transferido para um microcomputador e seu espectro foi calculado usando uma rotina de FFT. Um algoritmo implementado em Matlab permite a aplicação dos métodos espectrais.

Considerando a célula Pockels da Fig. 7.1 inserida no arranjo experimental da Fig. 7.2, o retardo de fase entre os modos de propagação, após percorrerem o comprimento  $Y = L$  do cristal, pode ser escrita como [185]:

$$\Delta\theta = \phi_0 - \Delta\phi, \quad (7.1)$$

em que:

$$\phi_0 = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)L \quad (7.2)$$

e

$$\Delta\phi = \frac{\pi}{\lambda}(n_e^3 r_{33} - n_o^3 r_{13})E_z L. \quad (7.3)$$

sendo que  $n_o$  e  $n_e$  são, respectivamente, os índices de refração ordinário e extraordinário do cristal de niobato de lítio. No comprimento de onda  $\lambda = 0,6328 \mu\text{m}$ , tem-se  $n_o = 2,286$  e  $n_e = 2,2$ . Os fatores  $r_{13}$  e  $r_{33}$  são coeficientes eletro-ópticos do  $\text{LiNbO}_3$ , iguais a 9,6 e 30,9 pm/V, respectivamente [185].

Como pode ser observado em (7.2), o retardo de fase  $\phi_0$  independe do campo elétrico e se deve à birrefringência natural do cristal, sendo denominado de retardo de fase natural.

O retardo de fase  $\Delta\phi$ , definido em (7.3), corresponde ao retardo eletro-óptico induzido pelo campo elétrico  $E_z$ , sendo função linear deste, conhecido como retardo de fase induzido, podendo ser escrito também em função da tensão aplicada  $v_{CP}(t)$ , como:

$$\Delta\phi = \frac{\pi}{\lambda}(n_e^3 r_{33} - n_o^3 r_{13})\frac{L}{d}v_{CP}(t). \quad (7.4)$$

A um retardo de fase induzido  $\Delta\phi = \pi$  rad corresponde à tensão de meia-onda, representada por  $V_\pi$ . Substituindo-se estes valores em (7.4) chega-se a:

$$V_{\pi} = \frac{\lambda}{n_e^3 r_{33} - n_o^3 r_{13}} \frac{d}{L}. \quad (7.5)$$

A tensão de meia-onda é uma figura de mérito da célula Pockels e depende do material, das dimensões do cristal e do comprimento de onda da radiação óptica  $\lambda$ . Usando-se (7.5), para  $\lambda = 0,6328 \mu\text{m}$  e com as dimensões e os valores dos parâmetros da célula Pockels do SOT, encontra-se o valor teórico  $V_{\pi} = 64,92 \text{ V}$ .

A partir de (7.4) e (7.5), obtém-se uma relação simples e direta entre o retardo de fase e a tensão aplicada, dada por:

$$\Delta\phi = \frac{\pi}{V_{\pi}} v_{CP}(t), \quad (7.6)$$

sendo que, para  $v_{CP}(t)$  com amplitude constante, o retardo  $\Delta\phi$  será tanto maior, quanto menor for o valor do  $V_{\pi}$  da célula Pockels.

O uso de um segundo polarizador, denominado “analisador” (conforme Fig. 7.2), rotacionado de um ângulo  $90^\circ$  relativamente ao primeiro, permite que os dois vetores ópticos nas direções  $X$  e  $Z$  na saída da célula Pockels sejam projetados na direção do analisador. Com isso, mostra-se que a intensidade óptica de saída é dada por [185]:

$$I = I_0 \text{sen}^2 \frac{\Delta\theta}{2}, \quad (7.7)$$

sendo que  $I_0$  corresponde à intensidade óptica da luz na entrada da célula Pockels, e  $\Delta\theta$  é dada por (7.1).

A curva de transmissão  $T'$ , uma função que relaciona a intensidade óptica de saída e de entrada, pode ser obtida de (7.7) como:

$$T' = \frac{I}{I_0} = \text{sen}^2 \frac{\Delta\theta}{2} = \frac{1}{2}(1 - \cos \Delta\theta), \quad (7.8)$$

uma expressão semelhante à intensidade óptica de saída do interferômetro de Michelson (3.19), a menos do sinal (-) (e considerando-se  $F = 1$ ). É esta semelhança que torna interessante a aplicação dos métodos espectrais na demodulação do retardo eletro-óptico de fase.

Escrevendo (7.8) em função de  $v_{CP}(t)$ , com o auxílio de (7.1) e (7.6), obtém-se:

$$T' = \frac{1}{2} [1 - \cos(\phi_0 - \Delta\phi)] = \frac{1}{2} \left[ 1 - \cos \left( \phi_0 - \frac{\pi}{V_{\pi}} v_{CP}(t) \right) \right], \quad (7.9)$$

que é uma função não-linear da tensão senoidal aplicada  $v_{CP}(t)$ , como mostra o exemplo da curva de transmissão apresentada na Fig. 7.3. Assumindo (arbitrariamente)  $\phi_0 = \pi/2$  rad e baixos valores de amplitudes de  $v_{CP}(t)$ , suficientes para que  $\Delta\phi \ll 1$  [ $\Delta\phi = \pi v_{CP}(t)/V_\pi$ ], pode-se aplicar a aproximação  $\cos(\pi/2 + \Delta\phi) \equiv \text{sen}\Delta\phi \cong \Delta\phi$  à (7.9) para escrever  $T'$  como uma função linear de  $\Delta\phi$ , acrescida de um termo DC, dada como  $T' = (1 - \Delta\phi)/2$  e representada graficamente na Fig. 7.3.

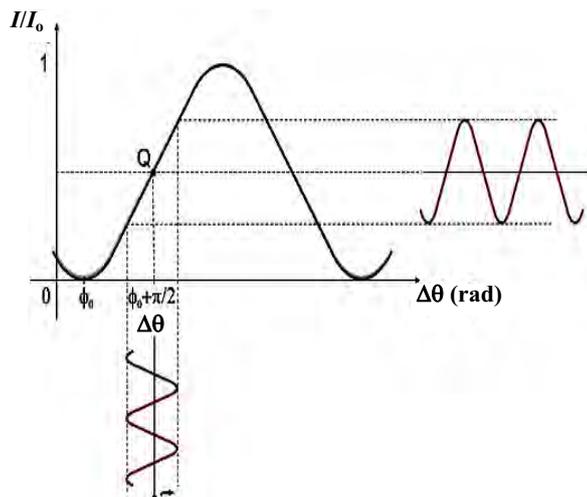


Figura 7.3 – Curva de Transmissão de uma célula Pockels de  $\text{LiNbO}_3$  e operação na região linear da curva de transmissão.

O ponto quiescente  $Q$ , indicado na Fig. 7.3, idealmente é constante. No entanto, na prática,  $Q$  excursiona sobre a curva de transferência, devido a influências ambientais, principalmente devido à gradientes térmicos (deriva), que fazem variar os índices de refração do meio cristalino. Derivando-se os retardos de fase  $\phi_0$  e  $\Delta\phi$  em relação à temperatura  $\tau$ , e substituindo os valores dos parâmetros especificados para o  $\text{LiNbO}_3$ , obtêm-se, respectivamente:

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial \tau} = \frac{2\pi L}{\lambda} \frac{\partial (n_e - n_o)}{\partial \tau} \cong L \frac{\partial (n_e - n_o)}{\partial \tau} \times 10^7 \quad (7.10)$$

e

$$\frac{\partial (\Delta\phi)}{\partial \tau} = \frac{3\pi L}{d} v_{CP}(t) \left( n_e^2 \frac{r_{33}}{\lambda} \frac{\partial n_e}{\partial \tau} - n_o^2 \frac{r_{13}}{\lambda} \frac{\partial n_o}{\partial \tau} \right) \cong \frac{L}{d} v_{CP}(t) \left( 24,2 \frac{\partial n_e}{\partial \tau} - 7,5 \frac{\partial n_o}{\partial \tau} \right) \times 10^{-4}. \quad (7.11)$$

Verifica-se, comparando (7.10) e (7.11), que o retardo natural é muito mais sensível à variação de temperatura, comparado ao retardo induzido. Isto ocorre porque  $\lambda$  é da ordem de  $10^{-6}$   $\mu\text{m}$  enquanto  $r_{13}$  ou  $r_{33}$  são da ordem de  $10^{-12}$  m/V. Por exemplo, adotando a célula Pockels

utilizada nesta tese, que possui  $L = 50,025$  mm,  $d = 1,1$  mm e cuja tensão máxima aplicada foi em torno de  $v_{CP}(t) = 300 \sin(\omega t)$  volts, uma variação de  $n_e$  ou  $n_o$  da ordem de  $10^{-5}$ , resulta numa variação do retardo natural igual a  $\Delta\phi_0 / \Delta\tau = 5$  rad/°C, e, numa variação do retardo de fase induzido  $\Delta(\Delta\phi) / \Delta\tau$  de apenas  $10^{-4}$  rad. Portanto, verifica-se que, mesmo se a tensão  $v_{CP}(t)$  fosse superior, com amplitude da ordem de kV, a influência da flutuação térmica no termo  $\Delta\phi$  seria desprezível, o que não ocorre para o termo associado à birrefringência natural do cristal  $\phi_0$ .

A não linearidade da transmissão  $T'$  e a variação aleatória de  $\phi_0$  tornam não trivial a detecção de  $v_{CP}(t)$ . Os métodos de demodulação de fase óptica propostos nesta tese são adequados, pois possibilitam o cálculo direto de  $\Delta\phi$  numa ampla faixa dinâmica de não linearidade da curva de transmissão, independente do valor de  $\phi_0$ , de oscilações de amplitude na fonte óptica (*laser*), e ainda, da responsividade de tensão do fotodiodo utilizado na fotodetecção.

Destaca-se que a configuração experimental da Fig. 7.2 não é a única possível para um medidor de tensão óptica. Por exemplo, considerando-se a célula Pockels de  $\text{LiNbO}_3$ , com propagação óptica na direção  $Z$ , com campo elétrico externo na direção  $Y$ , e, excitação dos modos ópticos correspondentes aos índices de refração nas direções  $X$  e  $Y$ , o termo de birrefringência natural  $\phi_0$  seria cancelado no cálculo de  $\Delta\theta$  [185], reduzindo sensivelmente o problema da deriva térmica. A escolha da célula Pockels na configuração transversal (Campo  $Z$  – Propagação  $Y$ ) como mostrado no detalhe da Fig. 7.2 é intencional, e tem como objetivo testar as novas técnicas espectrais de demodulação de sinal desenvolvidas nesta tese, mesmo diante de variações de temperatura ambiente, ou seja, mesmo diante de grandes variações aleatórias em  $\phi_0$ .

## 7.2 Resultados Experimentais

Nesta seção serão conduzidos alguns testes práticos no laboratório aplicando-se os novos métodos espectrais propostos no Capítulo 5. Usando o SOT da Fig. 7.2, medições de tensão elétrica foram realizadas, obtendo-se resultados relevantes para a validação experimental dos novos métodos espectrais. Estes resultados são comparados com outros, obtidos pelo emprego dos métodos clássicos, usando as mesmas medições realizadas com o SOT.

Observa-se que (7.9) é semelhante a (3.22), e assim, se  $\Delta\phi$  for do tipo  $\Delta\phi = x \text{sen}\omega_s t$ , então uma série semelhante a (3.25) pode ser utilizada, bem como os métodos espectrais de demodulação de  $x$  e de estimação de  $\phi_0$  estudados nos Capítulos 4 e 5.

O SOT opera eminentemente medindo  $x$ , o qual pode ser associado à tensão externa aplicada à célula Pockels,  $v_{CP}(t)$ , usando (7.6), dentro da faixa dinâmica correspondente ao método espectral de detecção de fase empregado. A relação de conversão de  $x$  em  $v_{CP \text{ pico}}$ , onde  $v_{CP \text{ pico}}$  é o valor de pico da tensão senoidal  $v_{CP}(t)$ , é

$$v_{CP \text{ pico}} = \frac{V_{\pi}}{\pi} x, \quad (7.12)$$

Para converter  $v_{CP \text{ pico}}$  em RMS emprega-se  $V_{RMS} = v_{CP \text{ pico}} / \sqrt{2}$ .

Nos capítulos anteriores, os valores esperados de índice de modulação de fase e da fase relacionada ao desvanecimento de sinal foram designados por  $x$  e  $\phi_0(t)$ , respectivamente. Por outro lado, os valores estimados dessas fases foram denominados  $x'$  e  $\phi_0'(t)$ , respectivamente. Daqui para adiante, os valores mensurados dessas grandezas serão denotados por  $x''$  e  $\phi_0''(t)$ , respectivamente. No caso da célula Pockels, a literatura costuma denominar  $x$  de profundidade de modulação [185].

Como exemplo de sinal de saída do SOT, tem-se a Fig. 7.4-a, que mostra uma janela temporal fotodetectada típica: um sinal modulado em fase obtido quando uma tensão elétrica senoidal externa (amplitude de 160  $V_{RMS}$  e frequência de 60 Hz) é aplicada à célula Pockels. Selecionou-se uma frequência de amostragem igual a 25 kHz. A banda do espectro de Fourier correspondente, até 1,2 kHz, é mostrada na Fig. 7.4-b, onde  $V_1$ ,  $V_2$ , etc. são as magnitudes (normalizadas) das harmônicas do sinal fotodetectado.

No processamento digital tomou-se o cuidado de garantir que a duração de cada janela temporal do sinal fotodetectado não fosse superior a mais curta escala de tempo de variação associada à fase  $\phi_0(t)$ , a qual tipicamente possui *banda* de passagem menor que 10 Hz.

Na Fig. 7.5 tem-se o espectro de magnitude (em dB) agora estendido até 2,5 kHz, da janela de sinal fotodetectado mostrada na Fig. 7.4-a. Este espectro foi utilizado na estimação do fator de ruído  $K$ , considerando que o valor médio  $K$  se mantém para toda a largura de banda envolvida na análise, durante as medições. O objetivo aqui é fazer uma análise qualitativa do ruído presente no sistema. Usando os resultados da Fig. 7.5 estima-se a SNR

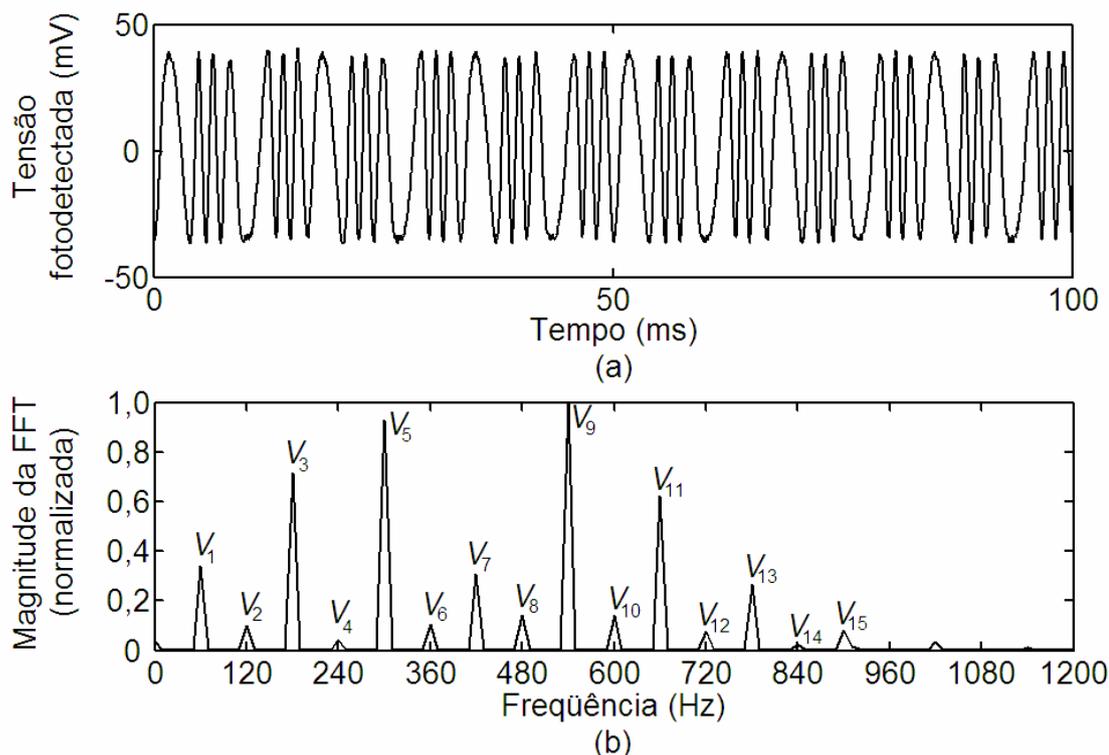


Figura 7.4 – Sinais de saída típicos observados quando uma tensão senoidal de valor eficaz igual a 160  $V_{\text{RMS}}$  e frequência de 60 Hz é aplicada à célula Pockels. (a) Forma de onda da tensão proporcional à intensidade da luz detectada pelo fotodiodo. (b) Banda do espectro de magnitude normalizado correspondente, para frequências até 1,2 kHz.

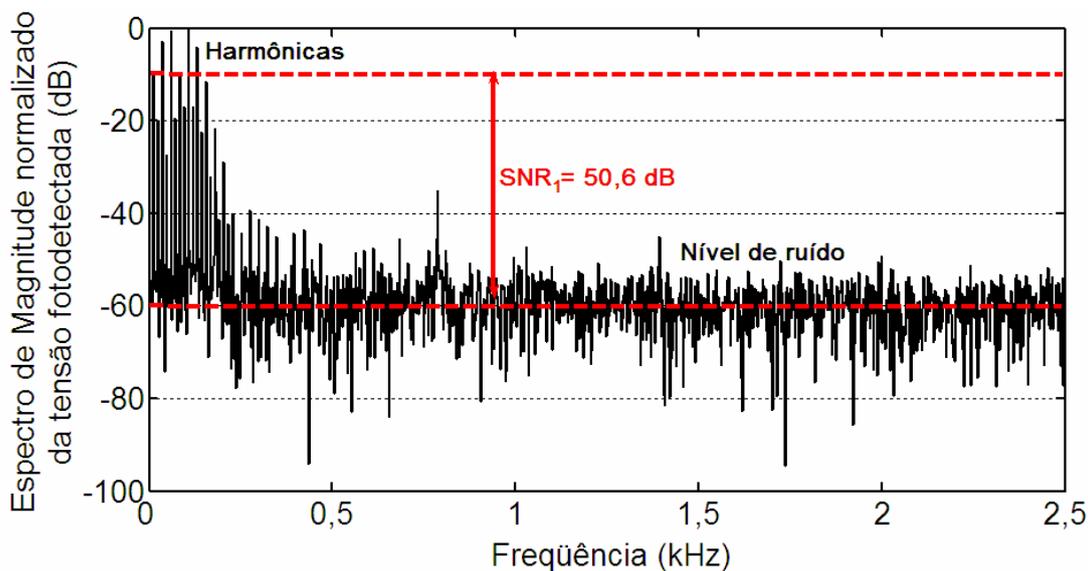


Figura 7.5 – Espectro de magnitude da janela de tensão fotodetectada da Fig. 7.5-a, onde se destaca a região das harmônicas (início da banda) e a região onde somente o ruído prevalece (acima de 500 Hz).

para a primeira harmônica em torno de 50,6 dB ( $SNR_1 = 338,844$ ), como indicado na figura. Usando-se o novo método  $J_m/J_{m+2}$  no cálculo de  $x''$  e o novo método de medição da fase  $\phi_o(t)$ , no cálculo de  $\phi_o''(t)$ , obteve-se respectivamente,  $x'' = 10,86$  rad e  $\phi_o''(t) \cong \pi/4$  rad,

para o espectro da Fig. 7.5 (conforme destacado na Fig. 7.6, para a tensão elétrica de 160  $V_{RMS}$ ). Para estes valores,  $|J_1(10,86 \text{ rad})| \cong 0,153$  e  $P = \text{sen}(\pi/4) \cong 0,707$ . Usando estes dados em (3.34), estima-se  $K = 0,00032$ .

Aplicando-se uma tensão senoidal externa ao SOT variável entre 0 e 250  $V_{RMS}$  (em incrementos de 10  $V_{RMS}$ ) obteve-se os resultados mostrados na Fig. 7.6-a, para os métodos  $J_1...J_6$ -pos (asteriscos em cor vermelha) e  $J_m/J_{m+2}$  (pontos em cor preta). Conforme se verifica, a célula Pockels exhibe linearidade entre a tensão externa aplicada  $v_{CP}(t)$  e a profundidade de modulação  $x''$ . No entanto, a faixa dinâmica de demodulação do método  $J_1...J_6$ -pos é muito reduzida (restringe-se a faixa onde os asteriscos se ajustam a reta tracejada). Observa-se que o retardo de fase é uma função linear da tensão aplicada na faixa de 10 a 270  $V_{RMS}$  (as medições foram realizadas em passos de 10  $V_{RMS}$ ) usando o método  $J_m/J_{m+2}$ , contra uma faixa bem reduzida, em torno de 10 à 90  $V_{RMS}$ , para o método  $J_1...J_6$ -pos. Estes resultados estão de acordo com a discussão sobre a faixa dinâmica dos métodos de demodulação dos Capítulos 4 e 5, os quais se estendem entre 0,2 e 6,3 rad para o método  $J_1...J_6$ -pos, e, entre 0,2 e 100 rad, para o método  $J_m/J_{m+2}$  aqui proposto.

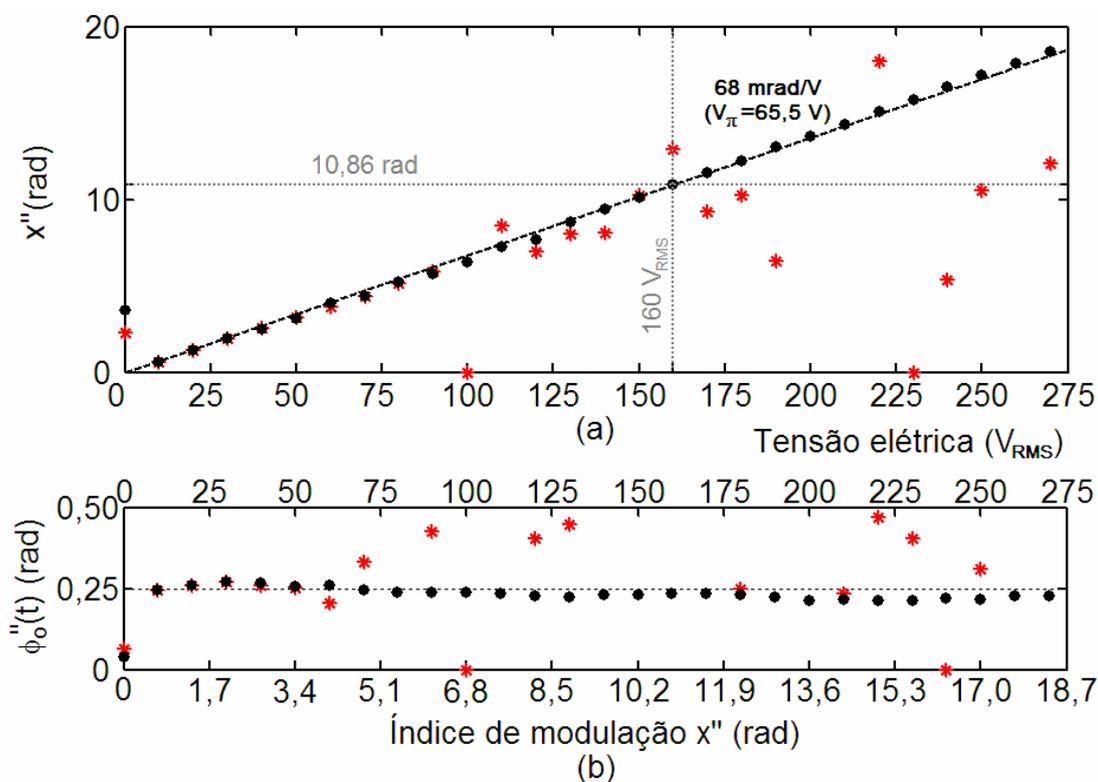


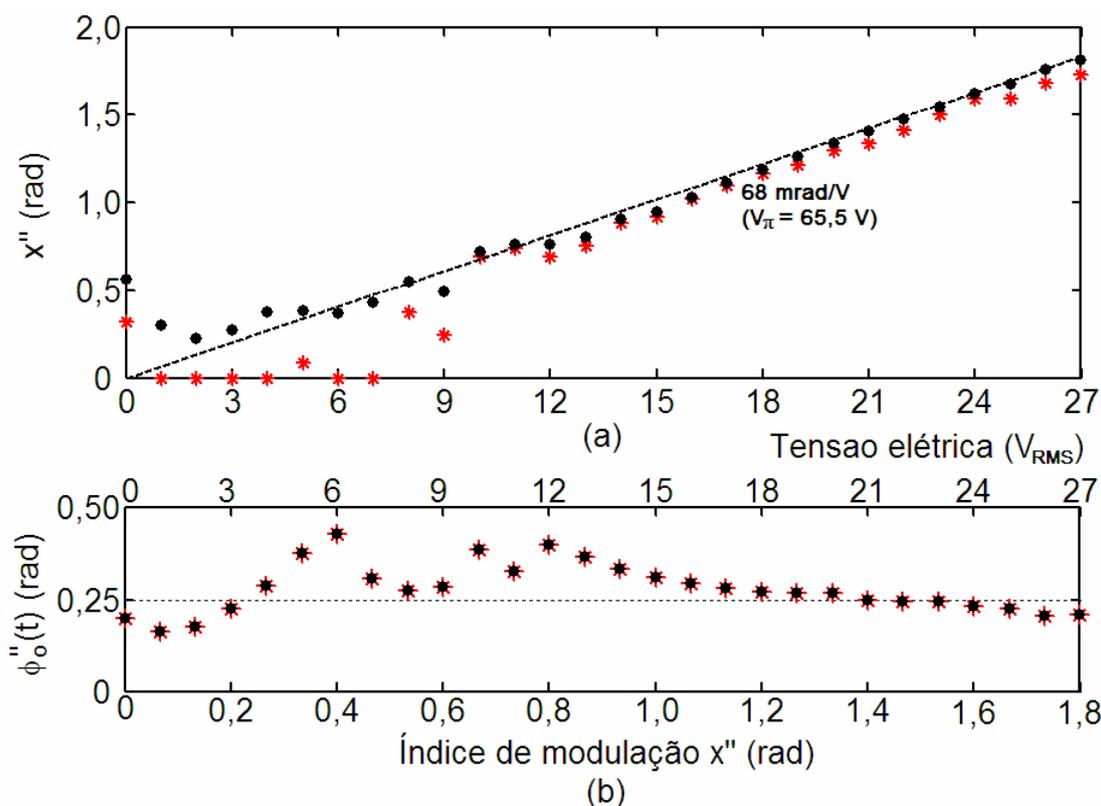
Figura 7.6 – Cálculos realizados para o SOT excitado por uma tensão senoidal variando de 0 à 270 V. (a) Profundidade de modulação de fase estimada usando-se os métodos: (\*)  $J_1...J_6$ -pos e (●)  $J_m/J_{m+2}$ . (b) Fase  $\phi_0(t)$  calculada pelo: (\*) método desenvolvido por Sudarshanam e (●) novo método proposto nesta tese.

O valor experimental de  $V_\pi$  (ou seja,  $V_\pi''$ ) pode ser mensurado a partir dos resultados da Fig. 7.6-a, obtidos pelo método  $J_m/J_{m+2}$ . O coeficiente angular da reta resulta em 67,9 mrad/ $V_{RMS}$  e, então, para uma tensão externa correspondente a uma profundidade de modulação igual a  $\pi$  rad, deduz-se que  $V_\pi'' = 65,5 V_{pico}$  (deve ser lembrado que  $V_{pico} = \sqrt{2} V_{RMS}$ ). Portanto, ocorre uma discrepância de apenas 0,9 % em relação ao valor teórico ( $V_\pi = 64,92 V_{pico}$ ), o que valida satisfatoriamente o método  $J_m/J_{m+2}$ , aqui desenvolvido.

Ao contrário dos interferômetros, o problema do desvanecimento de sinal é bem menos intenso na célula Pockels. Isto ocorre por que ambos os feixes, dos modos ordinário e extraordinário do cristal de LiNbO<sub>3</sub>, percorrem o mesmo percurso (são colineares) ao atravessar a célula. No interferômetro, estes percursos são distintos. Com isso, tomando-se algumas precauções como, por exemplo, condicionando-se termicamente o ambiente (refrigerando-se o laboratório por várias horas antes de se proceder a medição), e realizando-se a medição rápida e automaticamente, atenua-se sensivelmente o problema do desvanecimento. Procedendo-se a este expediente, a fase  $\phi_0$  foi monitorada usando os métodos espectrais de medição de  $\phi_0$  explanados nesta tese, sendo os resultados mostrados na Fig. 7.6-b. A partir de aproximadamente 50  $V_{RMS}$  (que corresponde a  $x'' = 3,4$  rad), o método desenvolvido por Sudarshanam apresenta erros intoleráveis no cálculo de  $\phi_0''$ , o que é esperado, devido à sua faixa dinâmica limitada em relação à  $x$ . Diferente disto observa-se boa coerência na resposta obtida pela estimação de  $\phi_0$  usando o novo método proposto nesta tese, para toda a faixa de tensão envolvida. Ressalta-se ainda que, durante as medições, o espectro foi monitorado (visualmente na tela do analisador de espectros/osciloscópio) para que as amplitudes das harmônicas pares e ímpares fossem equilibradas, de maneira a manter uma boa SNR para ambas. Ou seja, procurou-se assegurar a estabilidade da condição  $\phi_0'' = \pi/4$  rad, correspondente a linha horizontal tracejada na figura.

Um novo conjunto de medidas foi obtido para o SOT, excitando-o com tensões senoidais na faixa de 0 à 27  $V_{RMS}$  (com incrementos de 1  $V_{RMS}$ ). Aplicando-se os métodos espectrais  $J_1/J_3A$  e  $J_1...J_6$ -neg, calculou-se a profundidade de modulação  $x''$  para a faixa de tensão envolvida, obtendo-se os resultados da Fig. 7.7-a. Um fato importante que pode ser observado na Fig. 7.7-a é que o método  $J_1...J_6$ -neg apresentou resultados piores relativamente aos obtidos com o  $J_1/J_3A$ , em baixos índices (o erro é tolerável somente para os pontos do gráfico acima de 9  $V_{RMS}$ , pelo uso do método  $J_1...J_6$ -neg). Verifica-se que tensões elétricas em torno de 2  $V_{RMS}$  foram medidas com o método  $J_1/J_3A$ , enquanto para o método  $J_1...J_6$ -neg

a mínima tensão mensurada está em torno de  $10 V_{\text{RMS}}$ . A inclinação da reta da Fig. 7.7-a, igual a  $68 \text{ mrad/V}$ , obtida baseando-se no resultado do método  $J_1/J_3A$ , está de acordo com a obtida para o método  $J_m/J_{m+2}$  (Fig. 7.6). A fase  $\phi_0''$ , calculada usando os métodos espectrais, na faixa de  $0$  à  $27 V_{\text{RMS}}$ , é mostrada na Fig. 7.7-b. Em termos de  $\phi_0''$ , o cálculo usando ambos os métodos (o de Sudarshanam e o novo) foram adequados (Fig. 7.7-b), pois a faixa de  $x$  nas medições ficou limitada a índices de apenas  $1,8 \text{ rad}$ .



**Figura 7.7** – Cálculos realizados para o SOT excitado por uma tensão senoidal variando de  $0$  a  $27 \text{ V}$ . (a) Profundidade de modulação de fase estimada usando-se os métodos: (\*)  $J_1 \dots J_6$ -neg, e (●)  $J_1/J_3A$ . (b) Fase  $\phi_0''(t)$  calculada pelo: (\*) método desenvolvido por Sudarshanam e (●) novo método proposto nesta tese.

Testes com o novo método  $J_1 \dots J_3$  foram realizados usando a mesma configuração experimental da Fig. 7.2, porém com uma célula Pockels de menor sensibilidade, com  $V_{\pi} = 180 \text{ V}$ . Os resultados obtidos também foram satisfatórios, e podem ser acessados em [172].

### 7.3 Discussão

As novas técnicas de demodulação da profundidade de modulação de fase óptica,  $x$ , e da fase  $\phi_0(t)$ , foram testadas para um sensor eletro-óptico para medir tensões senoidais (o SOT). Embora esta configuração não constitua um interferômetro de dois feixes no seu sentido estrito, possui uma resposta  $I/I_0$  similar à deste, permitindo o teste dos métodos espectrais. Além disso, é mais estável ao desvanecimento de sinal devido à fase  $\phi_0(t)$  e mais fácil de alinhar no laboratório. Seu comportamento pode ser totalmente modelado baseando-se apenas no eletromagnetismo e, portanto, constitui uma excelente forma de validar as técnicas espectrais.

A análise experimental mostrou excelente linearidade nas medições, que envolveram índices de até 18 rad. O valor da tensão de meia onda, calculado experimentalmente baseando-se nos resultados obtidos pelo novo método  $J_m/J_{m+2}$  ficou muito próximo do teórico, com erro em torno de 0,9 %. A concordância entre os valores previstos e os mensurados validou as técnicas propostas.

No próximo capítulo, os métodos espectrais serão aplicados na caracterização de um atuador piezoelétrico flexensional (APF). A utilização destes, além de possibilitar a análise do atuador, permitirá a obtenção de novos resultados com relação à variação aleatória de  $\phi_0(t)$  (mais intensa no interferômetro usado para testar o atuador). Além disso, os métodos que empregam modulação auxiliar de fase  $J_0...J_2$  e  $J_0...J_3$ , não testados para o SOT, serão empregados nos testes com o APF, obtendo-se resultados experimentais coerentes com o desenvolvimento realizado nas simulações.

# CAPÍTULO 8

## CARACTERIZAÇÃO DE UM ATUADOR PIEZOELÉTRICO FLEXTENSIONAL (APF) USANDO OS MÉTODOS ESPECTRAIS

O desenvolvimento a seguir é direcionado para a análise de linearidade e resposta em frequência do APF f1b0820, descrito na seção 2.6. Será calculada também a amplificação de deslocamento proporcionada pela estrutura metálica flexível acoplada à piezocerâmica, no atuador. Estes parâmetros serão obtidos pelo emprego dos métodos espectrais. O arranjo experimental usa um interferômetro de Michelson, cuja configuração será descrita na próxima seção.

Objetivando-se a obtenção de curvas de linearidade e resposta em frequência do APF uma análise harmônica será realizada. Na análise harmônica, o atuador é excitado com tensão senoidal, adequada à aplicação dos métodos de análise espectral propostos nesta tese. A análise de linearidade permite avaliar a amplificação provocada no deslocamento da piezocerâmica pela estrutura flexível de metal, possibilitando também verificar a deformação máxima e os limites de tensão elétrica de excitação, estabelecendo-se assim, um intervalo de resposta linear do deslocamento normalizado em relação à tensão elétrica aplicada à piezocerâmica, no APF. A resposta em frequência possibilita avaliar as frequências de ressonâncias do APF, estabelecendo-se, se possível, uma largura de banda em que o atuador apresenta uma resposta praticamente plana, para a qual pode operar no regime quase-estático, geralmente, abaixo da primeira frequência de ressonância.

### **8.1 Configuração Experimental para Medições da Amplitude de Vibração da Superfície do APF**

A configuração experimental proposta para a caracterização do f1b0820 usa um interferômetro homódino, passivo e sem realimentação, como sensor de amplitude do deslocamento máximo da superfície do APF. Uma configuração experimental usando um interferômetro de Michelson, como ilustrado na Fig. 8.1, é suficiente como sensor de

deslocamento, para a aplicação dos métodos espectrais, com exceção dos métodos  $J_0...J_2$  e  $J_0...J_3$ , que necessitam de uma configuração modificada, onde o espelho de referência também deve sofrer vibração harmônica.

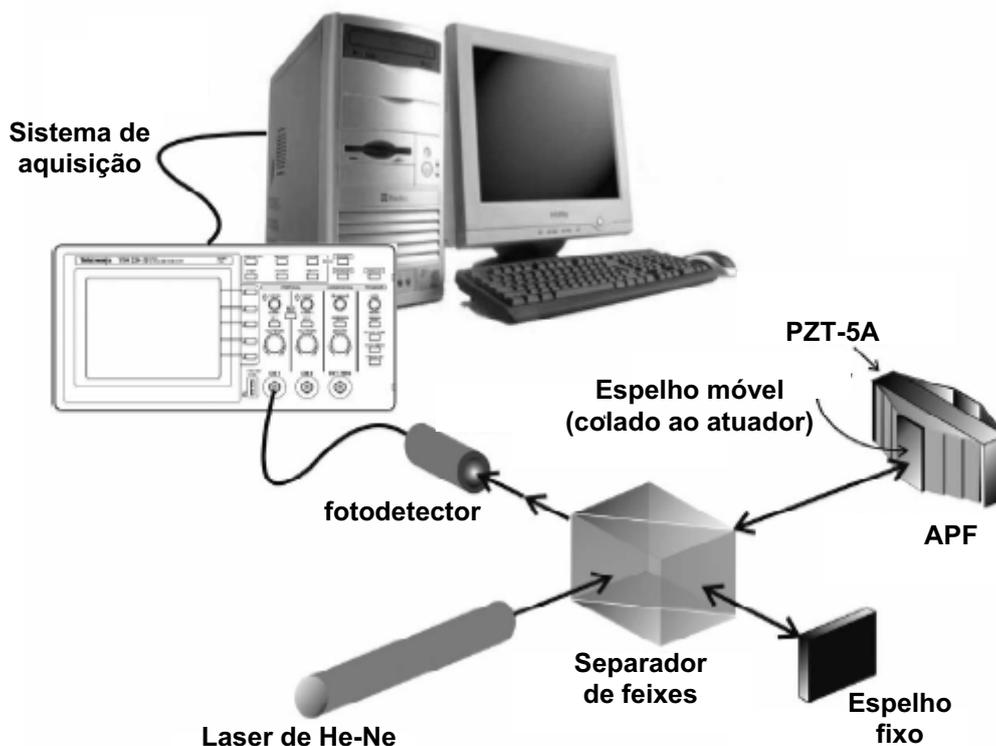
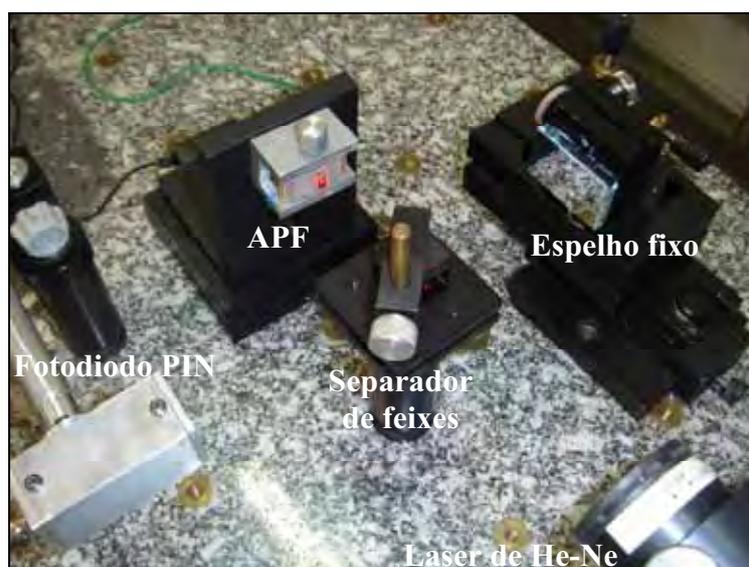


Figura 8.1 – Configuração experimental para medidas de deslocamentos da superfície do APF.

Uma fotografia do interferômetro de Michelson montado no laboratório é mostrada na Fig. 8.2. No interferômetro, utiliza-se um laser de Hélio-Neônio ( $\lambda=0,6328 \mu\text{m}$ ) com 15 mW, um divisor de feixes neutro com taxa de 50/50 e um espelho de referência (fixo), fabricados pela *Ealing Electrooptics*. Estágios de translação e rotação com ajustes micrométricos são empregados para ajustar os dispositivos que compõem o interferômetro, permitindo o devido alinhamento dos feixes ópticos do sistema.

Alinhar um interferômetro compreende os ajustes cuidadosos de posição, rotação e inclinação dos espelhos, divisores de feixes, etc., com o objetivo de estabelecer um excelente paralelismo entre os feixes de saída do sistema e de se obter franjas de boa qualidade projetadas sobre o fotodetector.



**Figura 8.2 – Interferômetro de Michelson montado como sensor de deslocamentos da superfície do APF.**

O protótipo do APF f1b0820 a ser analisado experimentalmente é fixado sobre um suporte de metal, como mostrado no Capítulo 2, nas Figs. 2.8-c e 2.8-d e inserido no ramo sensor do interferômetro, como mostra o esquema da Fig. 8.2.

A atenuação das vibrações mecânicas externas ao sistema (cuja largura de banda está entre 50 e 100 Hz) pode ser obtida através de uma montagem sísmica eficiente. Uma mesa óptica com grande massa inercial forma uma suspensão altamente amortecida capaz de desacoplar o interferômetro das vibrações da edificação do laboratório. Nesta tese, o interferômetro foi montado sobre uma mesa de isolamento sísmica constituída de uma pesada plataforma de granito, apoiada sobre pedestais de sustentação metálicos e amortecida sobre caixas preenchidas com areia. Com isso, o efeito das perturbações mecânicas ambientais foi reduzido, no entanto, não completamente eliminado. Além disso, as perturbações devido às turbulências de ar não são eliminadas pela mesa sísmica.

Variações no ambiente causam refratividade ( $n_s - 1$ ) e variação na fração de franja, mesmo quando o deslocamento físico do alvo do interferômetro é zero. A refratividade do ar é elevada e depende da temperatura e da pressão. Além disso, a condutividade do ar é baixa, tornando difícil atingir um ambiente termicamente homogêneo. Componentes ópticos como divisores de feixe, espelhos, etc., também têm refratividade elevada e pobre condutividade térmica. Estas propriedades são obstáculos à medição do sinal de saída com repetibilidade e

exatidão. Por outro lado, flutuações introduzidas por fluxos de ar elevados usualmente são muito menores que as variações no índice de refração ( $\Delta n_s$ ) introduzidas por um ambiente termicamente heterogêneo. Assim, na maioria das situações, é preferível manter um fluxo de ar substancial para promover uniformidade térmica (com o auxílio de condicionadores de ar) [187].

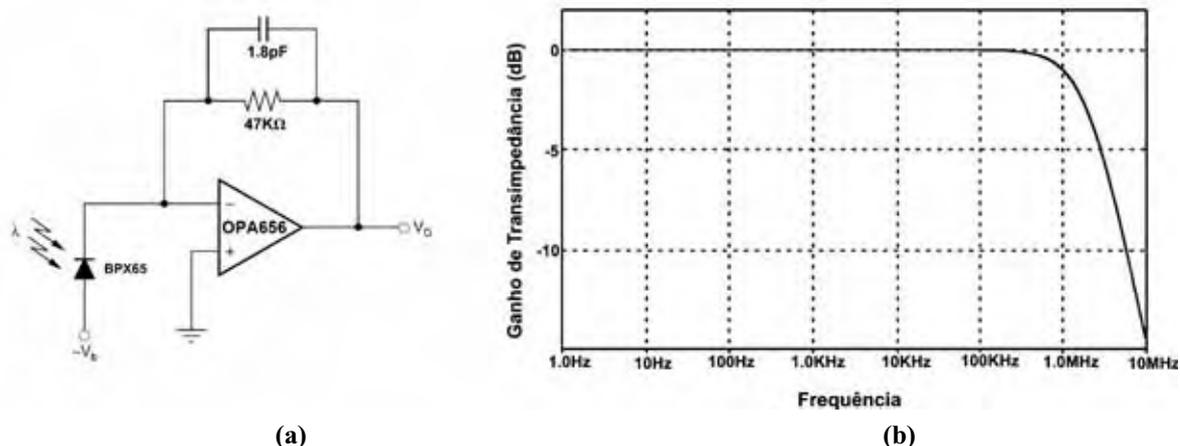
A excitação elétrica senoidal do atuador é realizada por um sintetizador de sinais Agilent 33220A, cuja saída é conectada a um amplificador de áudio. Isto se fez necessário para aplicar tensões altas o suficiente no APF de maneira a se produzir índices de modulação maiores, possibilitando avaliar grandes faixas dinâmicas associadas a alguns dos métodos espectrais descritos no Capítulo 5 desta tese.

A geração de tensão elevada aplicada aos eletrodos do f1b0820 pode ser obtida com o uso auxiliar de um amplificador de tensão, o qual deve apresentar distorção harmônica desprezível na frequência de operação utilizada. Nas medições realizadas nas frequências de ressonâncias mais elevadas, até 50 kHz, utilizou-se um amplificador Sony modelo GRX5 na amplificação do sinal de tensão senoidal de excitação do APF. No entanto, este amplificador tem tensão de saída máxima limitada a aproximadamente  $35 V_{\text{pico}}$  em 4 ohms. Para a geração de tensões mais elevadas, embora em frequências menores, substituiu-se este amplificador por um modelo mais potente. Trata-se do modelo Fainner 5000, que possibilita elevar a tensão a limiares em torno de  $70 V_{\text{pico}}$ , em 4 ohms.

A detecção da intensidade óptica é realizada por um fotodetector de lei quadrática à base do fotodiodo PIN modelo BPX 65, da *Siemens*, operando no modo fotocondutivo. A alimentação do BPX 65, com tensão DC reversa, é realizada usando-se uma bateria de 12 V.

Nas medições envolvendo altos índices de modulação, realizadas nas frequências de ressonâncias de dezenas de kHz, houve a necessidade de se projetar um amplificador de transimpedância para uso com o fotodetector BPX65. O uso do amplificador possibilitou melhorar a resposta em frequência do sistema, minimizando distorções de altas frequências e mantendo o ruído a nível aceitáveis. Utilizou-se uma configuração baseada no amplificador operacional OPA656 da Texas Instruments, que possui grande largura de faixa (o produto ganho-largura de banda do amplificador operacional é de 230 MHz), baixa tensão de ruído de entrada ( $7 nV/\sqrt{Hz}$ ), sendo adequado para uso como amplificador de transimpedância de fotodiodos banda larga. Baseando-se em [164], montou-se um amplificador de transimpedância básico, com diagrama em blocos mostrado na Fig. 8.3-a. Realizou-se uma

simulação deste usando o software *Orcad Pspice*, que resultou na resposta em frequência mostrada na Fig. 8.3-b. Este circuito de fotodetecção e condicionamento de sinal foi utilizado nas medições que envolveram harmônicas de ordem superior (acima de 500 kHz), exigindo-se resposta em frequência plana ao longo de ampla largura de banda.



**Figura 8.3 – Amplificador de transimpedância para a monitoração da fotocorrente detectada. (a) diagrama em blocos do circuito. (b) Resposta em frequência obtida em simulação.**

Um sistema de aquisição e processamento digital de sinais é requerido para análise do sinal fotodetectado, incluindo-se algoritmos de cálculo da FFT, de onde devem ser extraídas as amplitudes das harmônicas utilizadas nos cálculos inerentes aos métodos espectrais. A aquisição do sinal pode ser através de um osciloscópio digital (Tektronix, TDS2022), sendo que o sinal temporal janelado pode ser transferido para um microcomputador, usando-se uma interface de comunicação disponível: RS-232, paralela, USB, etc., utilizando-se controladores de dispositivo e um software dedicado. Neste caso, realiza-se um pós-processamento para a obtenção das curvas de linearidade e de resposta em frequência. Poder-se-ia também utilizar a função FFT do osciloscópio ou um analisador de espectros de varredura para a obtenção do espectro da magnitude do sinal fotodetectado diretamente na tela do equipamento. No entanto, vale observar que, nestes casos, perde-se a informação de sinal algébrico das harmônicas, limitando a faixa dinâmica dos métodos espectrais clássicos apresentados nesta tese. Na Fig. 8.4 ilustra-se o sistema físico global utilizado no experimento, onde, além do interferômetro, são mostrados o sintetizador de tensões senoidais e o osciloscópio de armazenagem, que permite digitalizar o sinal fotodetectado e transferi-lo para um microcomputador onde será efetuado o pós-processamento usando o software Matlab.



Figura 8.4 – Montagem experimental para caracterização do APF, composto basicamente pelo interferômetro de Michelson, o sintetizador de sinais Agilent 33220A, o osciloscópio digital *Tektronix* TDS2022 e o microcomputador para aquisição e processamento digital da tensão fotodectada.

## **8.2 Procedimentos para Análise de Linearidade e Resposta em Freqüência do APF, e da Amplificação Proporcionalada pela Estrutura Metálica do APF**

De acordo com a montagem experimental da Fig. 8.2 e o desenvolvimento realizado no Capítulo 3 para o interferômetro de Michelson, a amplitude de deslocamento do atuador ( $\Delta l_s$ ) pode ser determinada a partir da medição do índice de modulação de fase  $x$ , usando-se (3.18), substituindo-se  $\Delta\phi$  por  $x$ . Ou seja, uma vez mensurado o valor do índice de modulação  $x$ , aplica-se a relação (3.18) a fim de converter  $x$  em unidades de deslocamento da superfície do APF,  $\Delta l_s$ .

Neste capítulo,  $\Delta l_s$  corresponde ao valor de pico de deslocamento do ponto localizado sobre o ápice do APF, onde se encontra colado um espelho, conforme esquematizado na Fig. 2.8-b.

Medindo-se  $x$  através de um dos métodos espectrais propostos e calculando-se  $\Delta l_s$ , a linearidade e a resposta em frequência do APF, e a amplificação proporcionada pela sua estrutura metálica, podem ser obtidas, respectivamente, executando-se as seguintes etapas:

- Aplica-se uma tensão senoidal ao APF (na realidade, à sua piezocerâmica – PZT) e calcula-se o deslocamento máximo provocado na sua superfície. Aumenta-se gradativamente a amplitude da tensão no atuador, em incrementos regulares, calculando-se a amplitude de deslocamento no atuador associada a cada amplitude de tensão aplicada ao PZT ( $V_{PZT}$ ). Traça-se uma curva do deslocamento obtido em função da tensão aplicada, que revelará o comportamento do dispositivo quanto à sua linearidade. O número de harmônicas significativas geradas na tensão fotodetectada aumenta à medida que a tensão aplicada ao atuador é incrementada;
- Realiza-se uma varredura na frequência da tensão senoidal aplicada ao APF, em incrementos regulares, suficientes para a identificação das frequências de ressonâncias do atuador. A cada frequência aplicada ao APF, ajusta-se a amplitude da tensão de modo a gerar as harmônicas na tensão fotodetectada que permitam o cálculo usando os métodos espectrais, respeitando a faixa dinâmica de cada método utilizado (para o método  $J_1/J_3A$  somente as duas primeiras harmônicas ímpares são suficientes). Para cada frequência, normaliza-se o deslocamento calculado em relação à tensão aplicada. A resposta em frequência é a curva dos valores normalizados (deslocamento/tensão), em função da frequência;
- A partir da curva do deslocamento em função da tensão aplicada ao APF ( $\Delta l_s \times V_{PZT}$ ), pode-se calcular a inclinação  $\Delta l_s / V_{PZT}$  na região linear da curva, e relacioná-la com a inclinação obtida numa análise realizada para a piezocerâmica isolada. A relação entre estes dois coeficientes representa a amplificação de deslocamento proporcionada pela estrutura metálica flexível acoplada à piezocerâmica, na constituição do APF.

### 8.3 Sinais Temporais Fotodetectados e seus Respectivos Espectros de Magnitude

Como já foi anunciado, a tensão de saída fotodetectada no sistema interferométrico da Fig. 8.4, é amostrada e digitalizada usando-se um osciloscópio Tektronix TDS2022. A cada medição, uma janela do sinal temporal discreto de 2500 amostras, disponível na tela do osciloscópio é transferida para um microcomputador através de uma interface serial RS-232, usando o software Wavestar [188], específico para uso com osciloscópios da Tektronix. A plataforma de software é baseada no Windows XP. O objetivo é realizar a leitura de uma janela temporal do sinal discreto fotodetectado e transferir os dados para um PC, num arquivo de texto em formato ASCII, para que seja pós-processado.

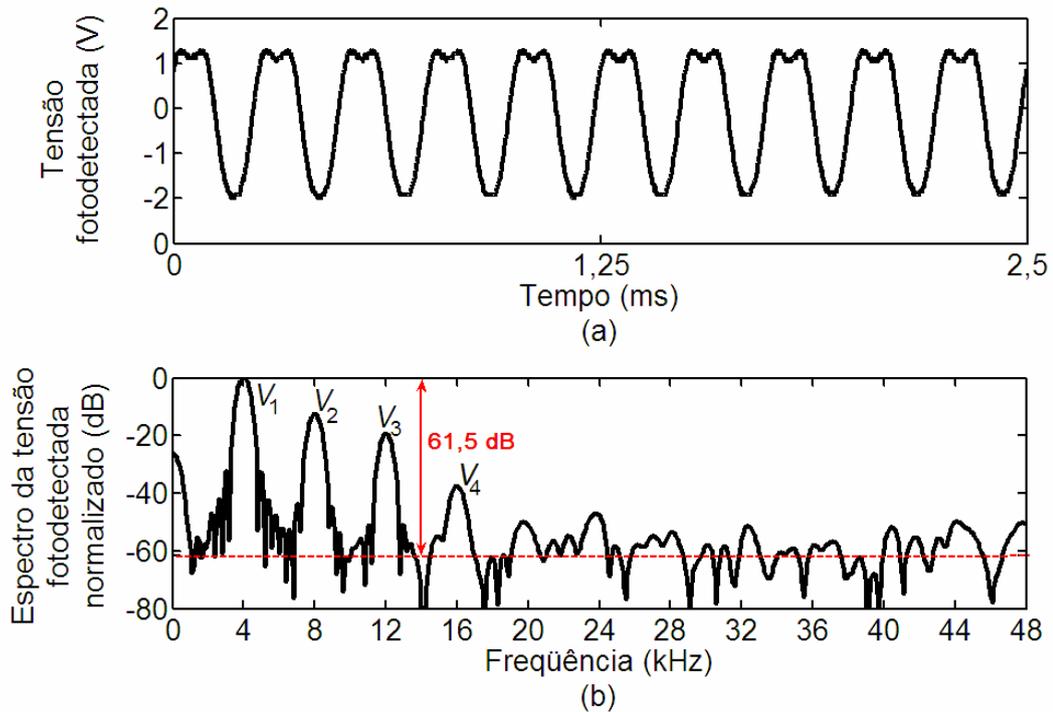
A taxa de amostragem é ajustada no osciloscópio de maneira a obter-se um quadro temporal com um número de períodos de sinal elevado o suficiente para permitir uma boa resolução espectral no cálculo da FFT. Porém, não pode ser excessivamente grande, a fim de que o sinal janelado permaneça periódico ao longo de toda a janela (se o tempo de aquisição for muito longo,  $\phi_0$  poderia variar neste intervalo, e o sinal deixaria de ser periódico).

O pós-processamento da janela temporal do sinal é realizado por programas desenvolvidos no software Matlab. Aplica-se uma janela de Hanning ao quadro temporal do sinal fotodetectado e calcula-se a FFT com três vezes mais pontos (usando a técnica de inserção de zeros - *zero padding*), o que facilita a identificação automatizada das harmônicas no espectro.

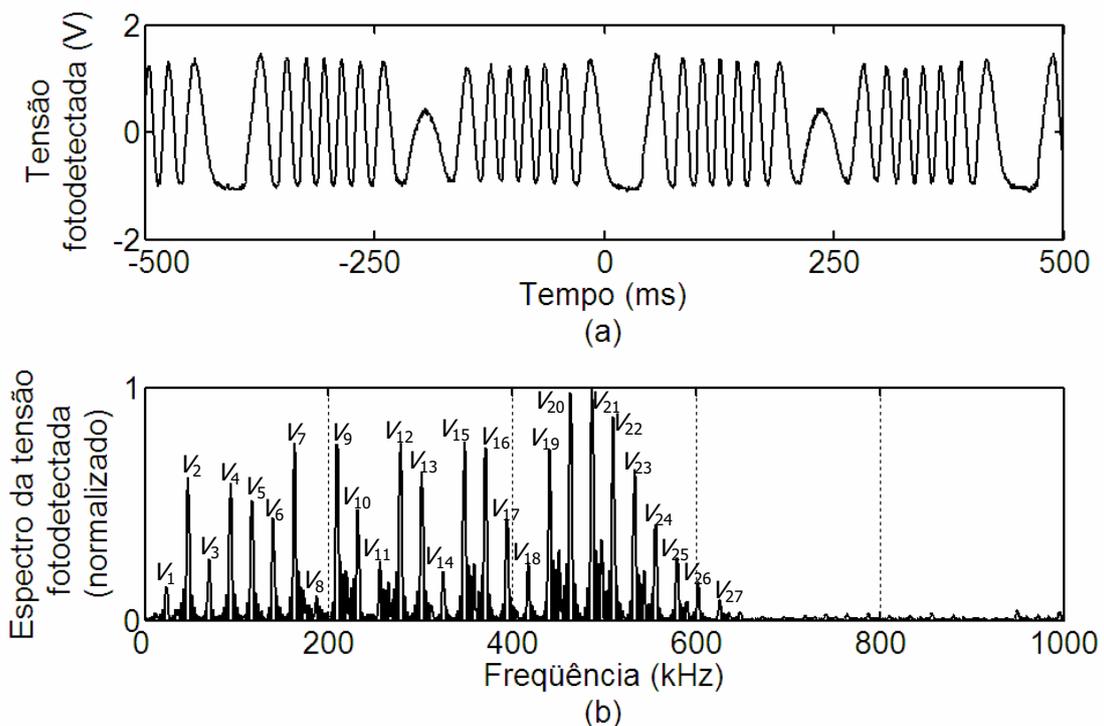
Um exemplo de janela de sinal obtida no osciloscópio é mostrado na Fig. 8.5-a, associado a uma tensão senoidal de excitação aplicada ao APF com amplitude de 47 V (valor de pico) e frequência 4 kHz (frequência um pouco abaixo da primeira frequência de ressonância do atuador, em 4,8 kHz, como será visto mais adiante). O espectro de magnitude correspondente, obtido no Matlab, é mostrado na Fig. 8.5-b, onde são indicadas as quatro primeiras harmônicas fotodetectadas, em 4, 8, 12, 16 e kHz. Este sinal está associado a um índice de modulação  $x'' = 1,502$  rad.

Outro exemplo, mostrado na Fig. 8.6, refere-se a um quadro de sinal detectado quando uma tensão elétrica senoidal de 12 V é aplicada ao APF, na frequência de 23,2 kHz, em que ocorre uma ressonância de grande magnitude do atuador. Como, neste caso, a amplitude de vibração do atuador é relativamente elevada, o sinal fotodetectado mostrado na Fig. 8.6-a, apresenta um grande número de harmônicas, como mostra o seu espectro correspondente, na Fig. 8.6-b, onde 27 harmônicas significativas ( $V_1-V_{28}$ ) ocupam uma faixa do espectro,

superior a 621 kHz ( $27 \times 23$  kHz). O espectro não foi calculado em dB neste caso, e sim, em escala linear, com o objetivo de destacar somente as harmônicas no espectro ruidoso.



**Figura 8.5** – Sinal fotodetectado típico observado quando uma tensão senoidal de 47 V de pico e frequência de 4 kHz é aplicada ao APF. a) Forma de onda da tensão fotodetectada (a.c.) b) Espectro de magnitude normalizado correspondente, calculado em dB.



**Figura 8.6** – Sinal fotodetectado quando uma tensão senoidal de 12 V (valor de pico) e 23,2 kHz (maior ressonância do atuador) é aplicada ao APF. a) Forma de onda da tensão fotodetectada (a.c.) b) Espectro de magnitude normalizado correspondente.

Sinais como o amostrado na Fig. 8.6 justificam a utilização de fotodiodos rápidos, como o fotodiodo PIN, e o amplificador de transimpedância com banda larga. Embora a tensão senoidal de excitação estivesse em 23,2 kHz, o fotodetector precisa apresentar largura de banda de, no mínimo, 640 kHz. Detectores com reduzida largura de banda introduzem distorções no sinal amostrado, inviabilizando-se o processo de demodulação de fase óptica.

Usando o amplificador Fainner 5000 acoplado ao sintetizador de sinais, gerou-se uma tensão senoidal em 100 Hz, com amplitude alta o suficiente para excitar o APF e provocar uma modulação em fase que gerasse de três a quatro harmônicas significativas no sinal fotodetectado. Assim, procedeu-se a várias amostragens, porém observando-se somente a banda do espectro de magnitude da tensão fotodetectada, compreendida entre 600 Hz e 24 kHz, em que somente o ruído estava presente. Um exemplo típico desta banda do espectro fotodetectado é mostrado na Fig. 8.7, onde o ruído está normalizado em relação à máxima amplitude de ruído e cuja distribuição da magnitude apresenta o aspecto típico de ruído branco.

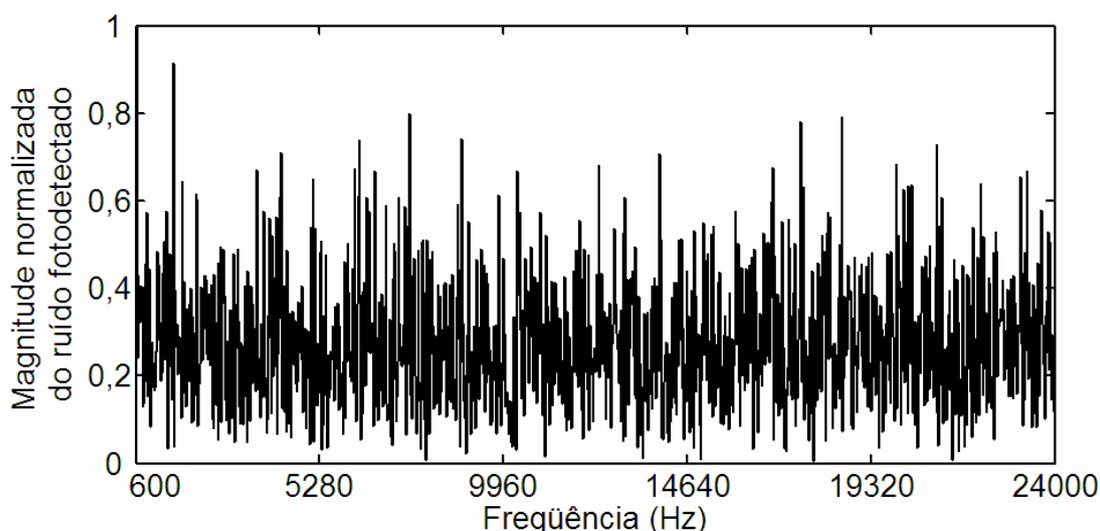


Figura 8.7 – Banda de ruído compreendida entre 600 Hz e 24 kHz.

A banda de ruído da Fig. 8.7 envolverá a maioria das frequências de excitação do APF, nas análises de linearidade e resposta em frequência realizadas nas próximas seções e, por este motivo, torna-se importante conhecer o comportamento do ruído nesta banda. O fato de o ruído ter aspecto típico de ruído branco permite uma comparação dos resultados experimentais com os de simulação dinâmica, realizadas no Capítulo 6, pois naquela análise, considerou-se ruído branco, com distribuição Gaussiana, em todas as simulações.

Assim, um fator de ruído ( $K$ ) pode ser estimado, através de (3.34). Como descrito anteriormente, o gráfico da Fig. 8.5-b corresponde a uma medição realizada quando o APF é excitado com uma tensão elétrica senoidal de  $47 V_{pico}$  em 4 kHz. A SNR para a primeira harmônica está em torno de 1.189 (correspondente a 61,5 dB, conforme indicação na figura).

Desta forma, baseado nas magnitudes das harmônicas do espectro da Fig. 8.5-b, o índice de modulação  $x''$  e a fase  $\phi_0''(t)$  foram calculados usando os novos métodos espectrais propostos nesta tese, obtendo-se  $x = 1,502 \text{ rad}$  e  $\phi_0(t) = 0,471\pi \text{ rad}$ , respectivamente. Assim, tem-se  $J_1(1,502 \text{ rad}) \cong 0,558$  e  $P = \text{sen}(0,471\pi) \cong 0,996$ . Com estes parâmetros definidos, o cálculo usando (3.34) conduz a  $K \cong 0,00047$ , que está próximo do valor utilizado anteriormente nas simulações com ruído branco (realizadas nos Capítulos 4 e 5, onde se adotou  $K \cong 0,0004$ ). Observa-se que este é apenas um valor médio, tomado como referência.

## 8.4 Linearidade do APF

A resposta em frequência de deslocamento e as frequências de ressonância do APF são assuntos da próxima seção. Antes, porém, torna-se necessário uma discussão da linearidade entre o deslocamento e a tensão elétrica de excitação do APF na sua faixa de operação prática.

Seguindo os procedimentos descritos na seção 8.2 para a análise da linearidade do atuador, foram elaboradas curvas que mostram o deslocamento da superfície do APF em função da tensão senoidal aplicada, nas frequências de 4 kHz (a primeira ressonância está em 4,8 kHz), 15,3 kHz e 23,2 kHz (outras ressonâncias do APF). Os gráficos obtidos a partir das medições usando o interferômetro e da aplicação dos métodos espectrais  $J_1...J_4$  Modificado,  $J_1...J_6$ -neg  $J_1...J_6$ -pos e os novos métodos  $J_1/J_3A$  e  $J_m/J_{m+2}$ , são mostrados nas Figs. 8.8 a 8.11.

As medições que resultaram nos gráficos das Figs. 8.9-a e 8.10-a tiveram a fase  $\phi_o(t)$  monitorada, a qual foi calculada pelos métodos espectrais de cálculo de  $\phi_o(t)$ , sendo os valores obtidos representados nos gráficos das Figs. 8.9-b e 8.10-b, como  $\phi_0''(t)$ .

Um resultado experimental que contraria a literatura [118], é que o método  $J_1...J_6$ -neg não apresentou erros reduzidos para baixos índices de modulação, como mostra o gráfico da Fig. 8.8, referente ao deslocamento do APF em função da tensão senoidal aplicada, na frequência de 4 kHz e para uma faixa de deslocamentos de até 90 nm (índices de modulação entre 0 e 1,8 rad). Comparando-se os deslocamentos calculados pelos métodos  $J_1...J_6$ -neg,

$J_1...J_4$  e  $J_1/J_3A$ , mostrados na figura, pode ser constatado que o erro é grande para índices de modulação menores do que aproximadamente 0,8 rad, para o método  $J_1...J_6$ -neg, e para índices menores que 0,2 rad para os demais métodos. Contudo, ressalta-se que este resultado está de acordo com o desenvolvimento teórico apresentado nos Capítulos 4 e 6, e o experimental realizado com o SOT (no Capítulo 7), onde o método  $J_1...J_6$ -neg foi avaliado na presença de ruído branco, obtendo-se resultados insatisfatórios para baixos índices de modulação. Considerando um comportamento linear do APF, estima-se um fator de calibração igual a 1,6 nm/V em 4 kHz.

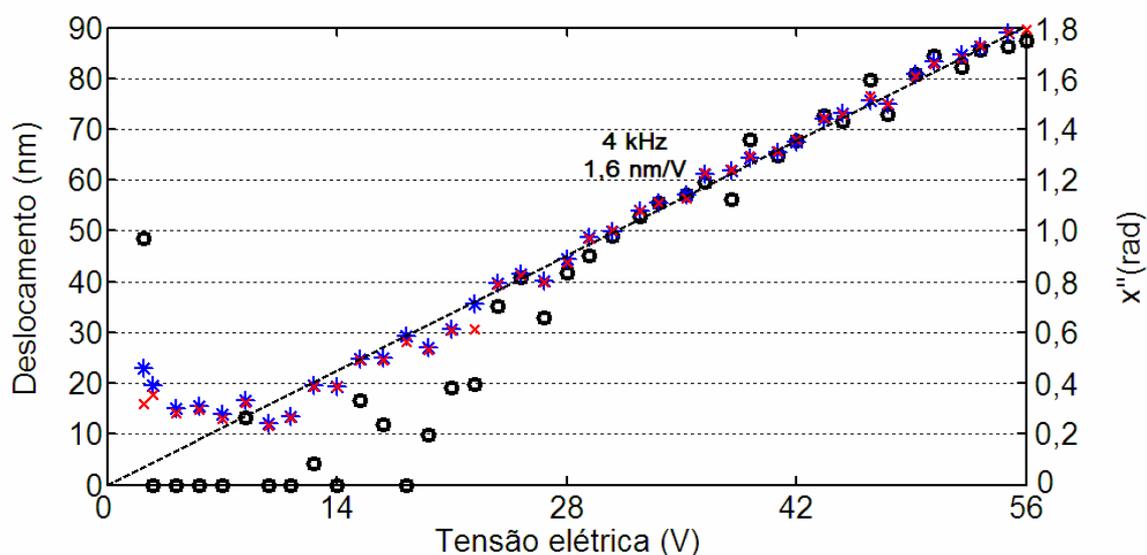
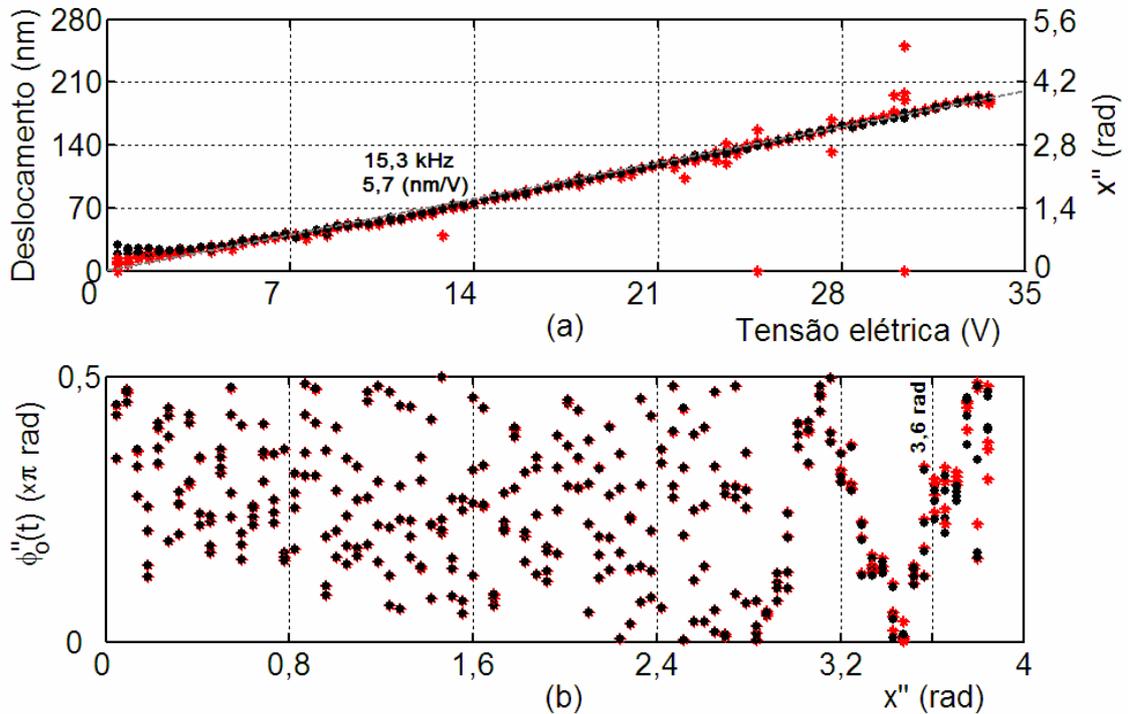


Figura 8.8 – Deslocamento  $\Delta l_s$  do APF obtido em análise harmônica, em 4 kHz, na região de baixo índice de modulação, calculado usando os métodos: (o)  $J_1...J_6$ -neg, (x)  $J_1...J_4$  e (\*)  $J_1/J_3A$ .

Nos gráficos da Fig. 8.9-a, são apresentados resultados de quatro conjuntos independentes de medições de deslocamentos da superfície do APF, efetuadas para uma faixa de tensões aplicadas até 34 V na ressonância de 15,3 kHz. Esses quatro conjuntos de tensões fotodetectadas foram obtidos em instantes arbitrários, adquirindo-se somente as janelas temporais (visualizadas na tela do osciloscópio a cada medição). Curiosamente, contudo, observou-se que em vários pontos, a condição  $\phi_0''(t) \cong n\pi/2$  rad,  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$  foi estabelecida, conforme registrado na Fig. 8.9-b, onde percebe-se que a regularidade desta ocorrência não é improvável. Nesta condição, ocorrem problemas nos cálculos dos índices de modulação  $x''$  usando-se os métodos clássicos (Fig. 8.9-a), gerando-se erros significativos nos cálculos. Entretanto, para o método  $J_m/J_{m+2}$ , proposto nesta tese, obteve-se uma resposta linear praticamente ao longo de toda faixa de tensão, especificamente entre 3 e 34 V,

independente da fase  $\phi_0''(t)$ . O fator de calibração do APF operando em 15,3 kHz foi estimado em 5,7 (nm/V), obtido com base nos cálculos pelo método  $J_m/J_{m+2}$ .

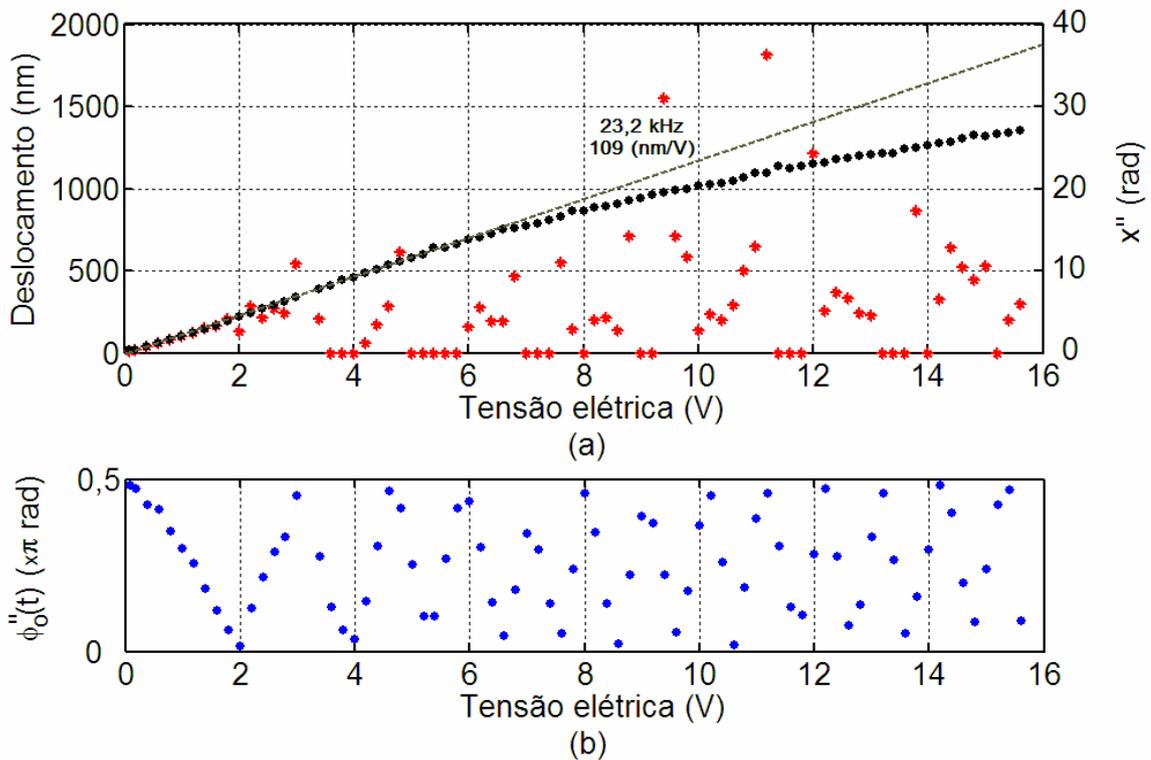


**Figura 8.9** – Análise harmônica do APF na ressonância de 15,3 kHz. (a) Deslocamento  $\Delta l_s$  do APF calculado usando os métodos: (●)  $J_m/J_{m+2}$  e (★)  $J_1...J_4$ . (b) Fase  $\phi_0''(t)$  calculada usando: (●) o novo método espectral proposto nesta tese e (★) o método desenvolvido por Sudarshanam.

Os resultados da Fig. 8.9-b também evidenciam a aleatoriedade da fase  $\phi_0''(t)$ , calculada em função do índice de modulação  $x$ , usando os métodos espectrais de cálculo da fase  $\phi_0(t)$ . Observa-se na figura que há discordância no cálculo de  $\phi_0''(t)$  usando o método proposto nesta tese e empregando o método desenvolvido por Sudarshanam, para índices superiores a 3,6 rad. Isto se deve ao fato do método desenvolvido por Sudarshanam ter faixa limitada a 3,6 rad, como previsto teoricamente, o que não ocorre para o novo método, o qual responde a uma faixa mais ampla de valores de índices de modulação  $x$ .

Conforme será discutido na próxima seção, em 23,2 kHz ocorre a ressonância mais intensa do APF. Portanto, a amplitude de vibração é relativamente elevada mesmo para valores reduzidos da tensão aplicada, gerando índices de modulação também elevados, o que impossibilita o emprego dos métodos clássicos. Por exemplo, o método  $J_1...J_6$ -pos tem faixa dinâmica limitada a 6,2 rad, enquanto os limites para os demais métodos são ainda menores. Por outro lado, o método  $J_m/J_{m+2}$  tem ampla faixa dinâmica e sua aplicação no cálculo do

deslocamento da superfície do APF possibilitou gerar a resposta da Fig. 8.10-a. Independente da fase  $\phi_0(t)$ , calculada usando o método proposto nesta tese e mostrada na Fig. 8.10-b, não se cometeu erros na resposta calculada empregando-se o método  $J_m/J_{m+2}$  (pontos em cor preta no gráfico), ainda que esta não tenha se mostrado retilínea em toda a faixa de tensões aplicadas. O que ocorre é que o APF deixa de exibir linearidade entre o deslocamento e a tensão de excitação para deslocamentos superiores a aproximadamente 800 nm. Assim, para tensões senoidais com amplitudes superiores a aproximadamente 7,3 V e em 23,2 kHz, o dispositivo entra em seu regime de operação não linear. Para deslocamentos inferiores a 800 nm, o atuador tem um comportamento linear, com inclinação estimada em 109 (nm/V), como mostrado na Fig. 8.10-a, onde as limitações do método  $J_1...J_4$  (pontos em cor vermelha) também são evidentes na figura.



**Figura 8.10** – Análise harmônica do atuador na ressonância de 23,2 kHz. (a) Deslocamento  $\Delta l_s$  do APF efetuada experimentalmente aplicando-se os métodos: (●)  $J_m/J_{m+2}$  e (\*)  $J_1...J_4$ . (b) Fase  $\phi_0''(t)$  calculada usando o método espectral proposto nesta tese.

Portanto os resultados da Fig. 8.10 mostram que o método  $J_m/J_{m+2}$  para o cálculo de  $x''$ , em conjunto com o novo método espectral para o cálculo de  $\phi_0''(t)$ , ambos propostos nesta tese, constituem uma excelente escolha para medições que envolvam uma ampla faixa de amplitude de deslocamentos da superfície do APF, quando este opera em regime de

excitação harmônica; os deslocamentos são calculados precisamente, enquanto a fase  $\phi_0(t)$  pode ser monitorada corretamente.

Os resultados mostrados nas Figs. 8.8 a 8.10 indicam boa linearidade do APF para uma ampla faixa de deslocamentos nanométricos. Para tornar mais evidente esta linearidade e a diferença das magnitudes de vibração entre uma de suas pequenas ressonâncias (em 4,8 kHz) e a maior ressonância do APF (em 23,2 kHz), elaborou-se a Fig. 8.11, que mostra o deslocamento da superfície do APF (em nm) em função da tensão aplicada (em V), nas frequências de 4,6 kHz (na região da ressonância de 4,8 kHz) e em 23,2 kHz. Empregou-se o método  $J_m/J_{m+2}$ , e destacou-se apenas a faixa de operação onde o APF se mantém linear.

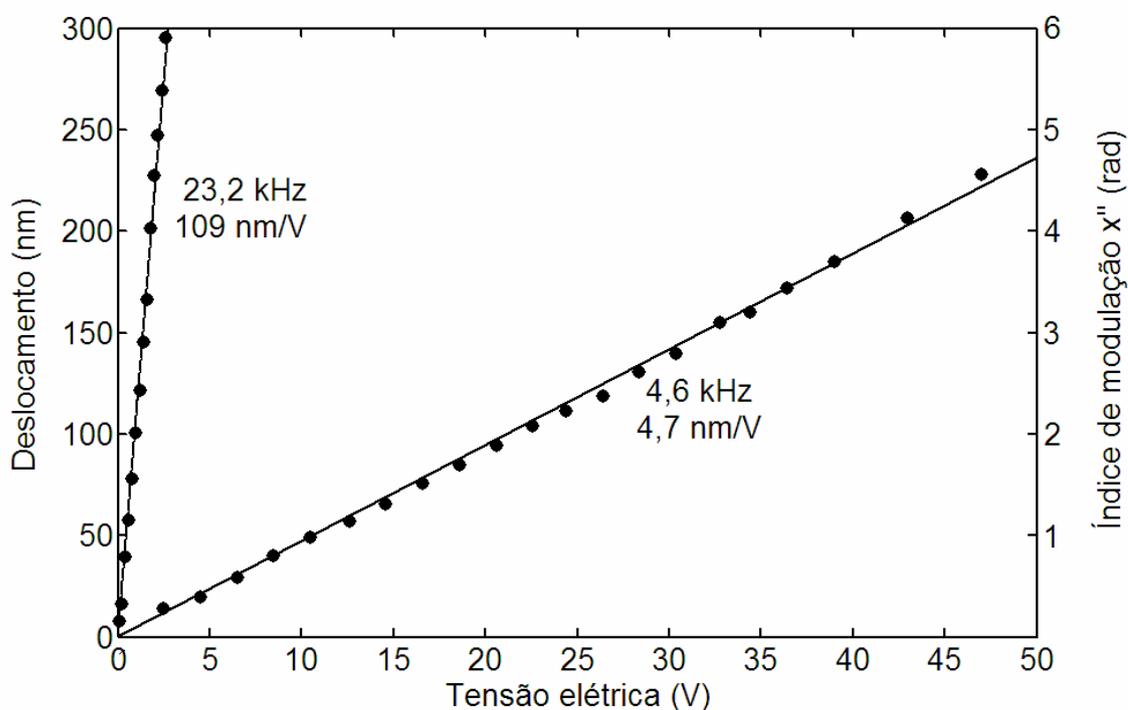


Figura 8.11 – Linearidade do APF em 4,6 kHz e em 23,2 kHz (ressonâncias).

### 8.5 Resposta em Frequência do APF

A resposta em frequência do APF possibilita identificar as frequências de operação em que o atuador entra em ressonância, nas quais apresenta uma amplificação na amplitude de vibração maior do que aquela para a qual normalmente foi projetada. Sendo o atuador previsto para aplicações estáticas e harmônicas (a até alguns kHz), a primeira ressonância estabelece um limiar na largura de banda de frequência do dispositivo.

Em [156], a piezocerâmica PZT-5A utilizada no APF foi modelada pelo MEF usando o software ANSYS e, posteriormente, testada em laboratório através da medição de sua admitância elétrica para frequências até 60 kHz, empregando-se um analisador de impedâncias vetorial. Os resultados de simulação e o experimental, que se encontram na Fig. 2.2, revelaram a ocorrência da primeira ressonância da piezocerâmica isolada em 46,4 kHz.

No caso do APF flb0820, a estrutura metálica flexível agregada à piezocerâmica, gera frequências de ressonâncias adicionais no dispositivo, devido, principalmente ao acréscimo de massa e à fixação da estrutura à piezocerâmica. No entanto, o modelamento matemático do flb0820 não faz parte do escopo deste trabalho.

A resposta em frequência do atuador foi obtida seguindo os procedimentos descritos na seção 8.2, para frequências entre 1 e 50 kHz. Gráficos, em termos do deslocamento da superfície do atuador normalizado em relação à tensão elétrica aplicada, são mostrados na Fig. 8.12, onde a resposta em frequência foi calculada usando os métodos  $J_1...J_4$  (asteriscos em vermelho) e  $J_1/J_3A$  (círculos preenchidos em preto). As medições envolveram índices de modulação na faixa de 0,8 a 3,6 rad e, cada ponto do gráfico, é a média de um conjunto de cinco medições. Como se observa, o uso dos dois métodos conduziu praticamente aos mesmos resultados, pois nas medições realizadas tomou-se o cuidado de garantir que as harmônicas pares e ímpares estivessem visivelmente acima do nível de ruído, no espectro de magnitude do sinal fotodetectado.

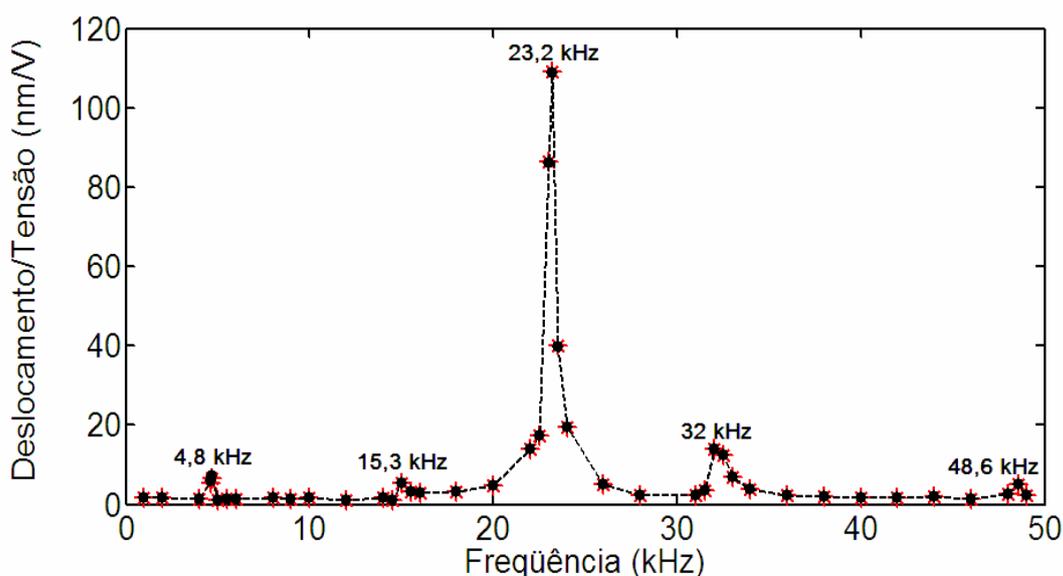


Figura 8.12 – Resposta em frequência do APF em termos do deslocamento normalizado pela tensão elétrica aplicada ao atuador, calculado usando os métodos: (●)  $J_1/J_3A$  e (✱)  $J_1...J_4$ .

A normalização adotada na Fig. 8.12, com relação à tensão externa aplicada ao atuador é regularmente empregada na literatura. Isto se deve à grande variação de  $x$  entre os

pontos com frequências de ressonância e os demais pontos, necessitando a redução da tensão externa nas ressonâncias, a fim de se manter  $x$  dentro da faixa linear do APF. Assim, na obtenção da resposta em frequência, a tensão aplicada ao APF pode ser controlada para gerar índices de modulação dentro da faixa dinâmica do método  $J_1/J_3A$ , tornando esta, uma ótima escolha, pela simplicidade de implementação envolvida. Na figura, observam-se ressonâncias em 4,8 kHz, 15,3 kHz, 23,2 kHz, 32 kHz e 48,6 kHz, algumas das quais foram anunciadas na seção anterior. Além disso, observa-se a concordância entre os valores de deslocamento/tensão mostrados na figura, com as declividades das curvas de linearidade obtidas na seção 8.4: 1,6 nm/V em 4 kHz, 5,7 nm/V em 15,3 kHz e 109 nm/V em 23,2 kHz (dentro das respectivas faixas lineares).

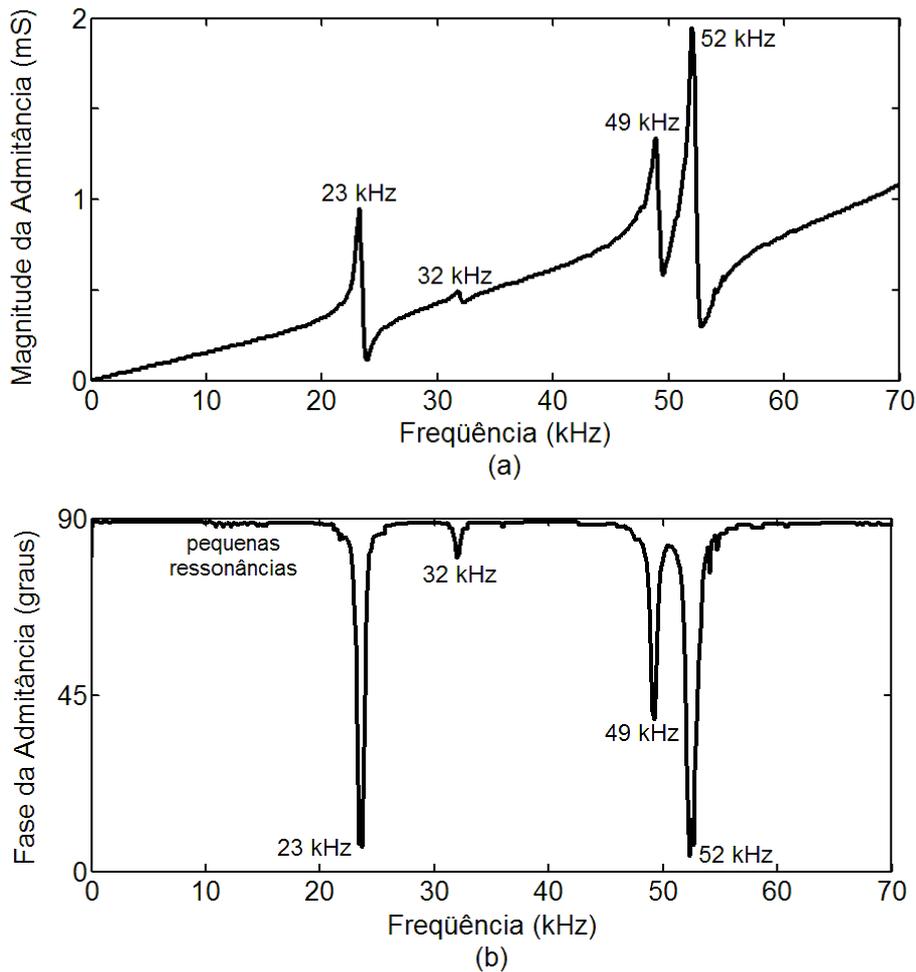
Para validar as medições das frequências de ressonâncias realizadas com o interferômetro, bem como a eficiência dos métodos espectrais, a admitância elétrica do atuador foi medida como uma função da frequência usando um analisador de impedâncias: o modelo HP 4192 (Fig. 8.13), fabricado pela Hewlett-Packard.



**Figura 8.13** – Analisador de impedâncias HP 4192A utilizado na obtenção do módulo e fase da admitância elétrica do atuador.

Os resultados obtidos, usando-se o analisador de impedâncias HP 4192A, são mostrados nos gráficos da Figs. 8.14-a e 8.14-b, para a magnitude e a fase da admitância elétrica de entrada do APF, respectivamente, como funções da frequência. Na maior parte deste espectro, as frequências de ressonância são concordantes para ambos os métodos (óptico

e pela análise da admitância). As pequenas ressonâncias, em 4,8 e 15,3 kHz não estão muito bem definidas na curva de admitância, como mostram os gráficos da Fig. 8.14.



**Figura 8.14 –** Curvas da admitância elétrica medidas com o analisador de impedâncias HP 4192A. (a) Magnitude em função da frequência. (b) Fase em função da frequência.

No entanto, uma vista em detalhe da banda de frequências abaixo de 20 kHz, como apresentado na Fig. 8.15 revela múltiplas ressonâncias nesta região. Aparentemente, algumas destas podem causar picos nas curvas de resposta do AFP, que podem ser observados na resposta obtida usando os métodos espectrais, apresentada na Fig. 8.12.

Portanto, uma importante observação é que, as frequências de ressonâncias mais baixas são evidentes na resposta obtida usando os métodos ópticos (Fig. 8.12), enquanto que para as frequências mais altas, onde as amplitudes de deslocamento do atuador são mais atenuadas, o método da admitância é mais adequado (Fig. 8.14).

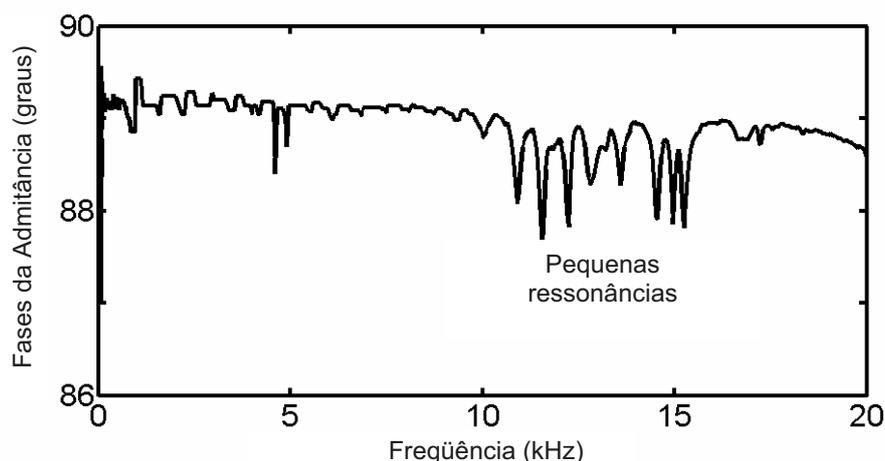


Figura 8.15 – Fase da admitância elétrica medida entre o nível DC e 20 kHz, mostrando pequenas ressonâncias em torno de 5 e 15 kHz.

## 8.6 Medições de Deslocamentos Sub-Nanométricos

Conforme estudo nos Capítulos 4 e 5, a maioria dos métodos espectrais, incluindo-se o  $J_m/J_{m+2}$ , encontram dificuldades em demodular índices de modulação reduzidos,  $x \ll 1$ . Isto ocorre porque, neste caso, o sinal fotodetectado é composto eminentemente por  $V_1$ , sendo as amplitudes das demais harmônicas da mesma ordem de grandeza do ruído. Neste contexto, costuma-se afirmar que técnicas homódinas passivas não são adequadas, em detrimento da técnica heteródina, capaz de mensurar vibrações na faixa de sub-angstroms. Contudo, será mostrado nesta seção, que a técnica  $J_0 \dots J_3$  permite detectar vibrações reduzidas, pelo menos na faixa de sub-nanômetros.

As medições de deslocamentos muito reduzidos da superfície do APF exigiram uma configuração modificada, onde o espelho de referência também deve sofrer uma vibração harmônica para induzir uma modulação de fase auxiliar no feixe de referência, possibilitando, desta forma, a aplicação dos métodos  $J_0 \dots J_2$  e  $J_0 \dots J_3$ , descritos, respectivamente, nos Capítulos 4 e 5 da tese. Substituiu-se o espelho fixo do interferômetro (Fig. 8.2) por um *tweeter* piezoelétrico modificado (foram removidas a corneta e a bobina), com um espelho colado ao seu cone central, como mostra a ilustração da Fig. 8.16-a. O *tweeter* (do tipo comercial) utiliza um atuador piezoelétrico do tipo bilaminar (*bender*) acoplado a um cone central, para amplificar as vibrações. Escolheu-se o *tweeter*, pois tem custo reduzido e, além de ter uma boa linearidade e resposta em frequência satisfatória, é capaz de produzir deslocamentos consideráveis, mesmo com tensões reduzidas aplicadas aos seus eletrodos. O interferômetro de Michelson modificado pelo uso do *tweeter* é mostrado na Fig. 8.16-b.

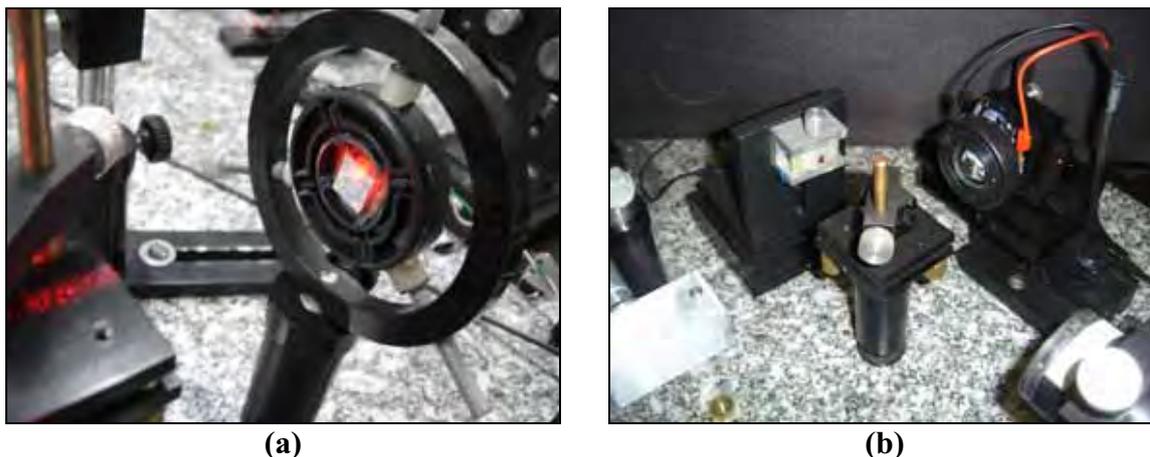


Figura 8.16 – (a) Detalhe do *tweeter* usado no interferômetro para uso específico dos métodos  $J_0\dots J_2$  e  $J_0\dots J_3$ . (b) Interferômetro de Michelson modificado em seu braço de referência, pelo uso do *tweeter*.

Um segundo gerador de sinais gera a tensão senoidal de amplitude constante que, aplicada ao *tweeter*, induz uma modulação de fase auxiliar ( $x_a$ ) no feixe óptico de referência. Portanto, excitando-se o APF com uma tensão senoidal de frequência superior, o sinal óptico de interferência corresponderá a um sinal modulado em fase com modulação por dois tons, como equacionado em (4.27) e (4.28).

Um exemplo típico de sinal temporal fotodetectado usando a configuração modificada da Fig. 8.16-b é mostrado na Fig. 8.17-a, que corresponde a um sinal modulado em fase por dois tons nas frequências 4 kHz e 2,312 kHz, correspondente às frequências das tensões senoidais aplicadas ao APF e ao *tweeter*, respectivamente. A tensão de pico aplicada ao APF é igual a 41,2 V e ao *tweeter*, igual a 1,7 V. As harmônicas resultantes do batimento dos dois tons no sinal modulado em fase podem ser observadas no gráfico da Fig. 8.17-b, que mostra a região do espectro de magnitude do sinal fotodetectado entre DC e 15 kHz.

Aplicou-se, ao *tweeter*, uma tensão senoidal de amplitude fixa igual a 1,7 V, em 2,312 kHz. A tensão elétrica senoidal aplicada ao APF, em 4 kHz, teve sua amplitude variada de 0 a 7 V, com incrementos regulares. Com o APF em repouso (somente o *tweeter* sendo excitado) mediu-se, pela aplicação do método  $J_1/J_3A$ , o índice de modulação de fase auxiliar, obtendo-se  $x_a = 1,61$  rad, que foi o ponto de operação estabelecido para o experimento. Este valor foi mantido constante ao longo do experimento. Calculou-se o deslocamento do APF em função do valor de pico da tensão aplicada ao APF, usando-se os métodos  $J_0\dots J_2$  e  $J_0\dots J_3$ . Os resultados são mostrados na Fig. 8.18-a.

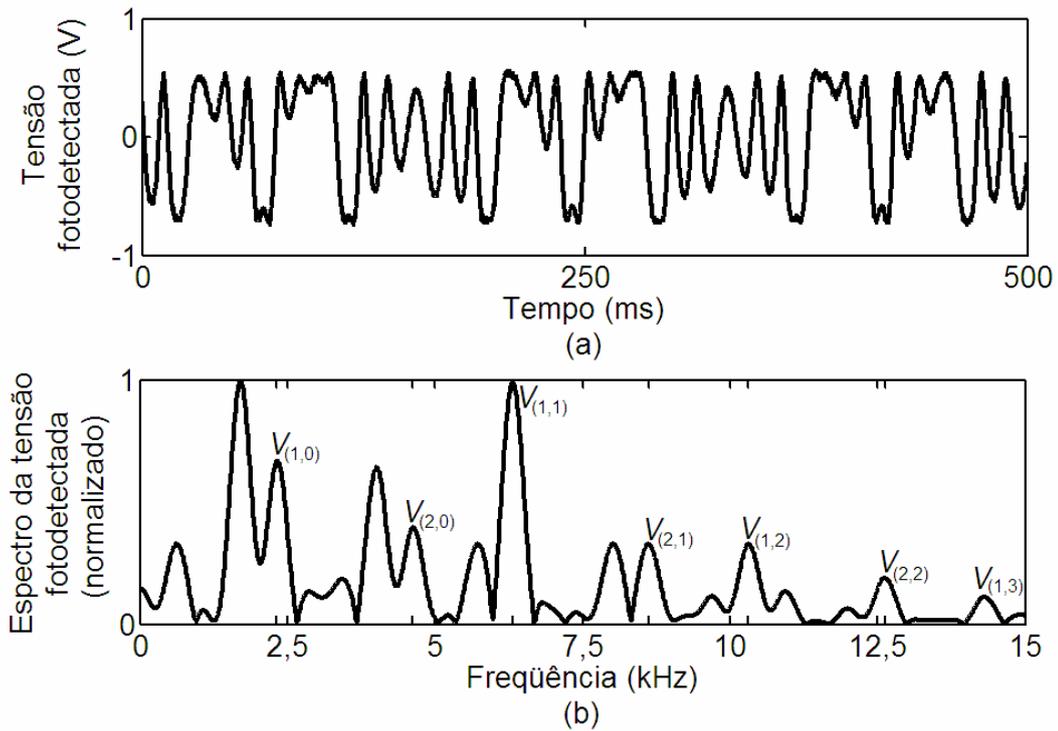


Figura 8.17 – Sinal interferométrico de saída observado quando uma tensão senoidal de 41,2 V (valor de pico) e 4 kHz é aplicada ao APF e uma tensão senoidal de 1,7 V (valor de pico) e 2,312 kHz é aplicada ao *tweeter* (corresponde a um índice de modulação auxiliar  $x_a = 1,61$  rad). (a) Forma de onda da tensão fotodetectada (a.c.) . (b) Espectro de magnitude normalizado correspondente.

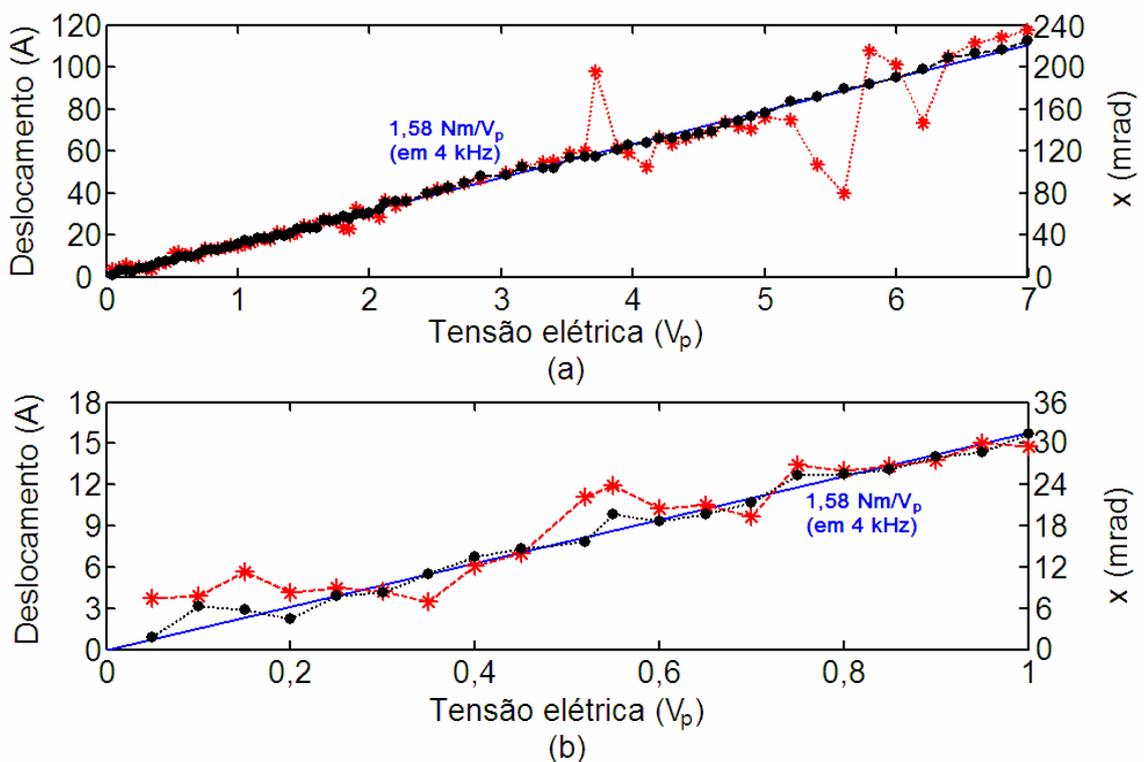


Figura 8.18 – Deslocamentos da superfície do atuador como uma função do valor de pico da tensão aplicada ao atuador, calculada pelos métodos: (●)  $J_{0...J_3}$  e (\*)  $J_{0...J_2}$ .

Como esperado, o resultado dos cálculos usando o novo método  $J_0...J_3$ , mostrado na Fig. 8.18-a, evidencia o comportamento linear do APF, com um fator de calibração igual a 1,58 nm/ $V_{pico}$  em 4 kHz. Este resultado está compatível com o obtido a partir da Fig. 8.8, em que estimou-se 1,6 nm/ $V_{pico}$ . Uma vista em detalhe da região associada a deslocamentos menores é mostrada na Fig. 8.18-b. Nota-se que o método  $J_0...J_3$  possibilita a medição de índices de modulação da ordem de mrad. Apesar do método  $J_0...J_3$  não ter sido validado experimentalmente (no Capítulo 7) usando o SOT, a concordância na inclinação das curvas das Figuras 8.8 e 8.18 (ambas as medições foram realizadas em 4 kHz) também permitem validar experimentalmente este método espectral.

Os resultados dos cálculos pelo método clássico  $J_0...J_2$ , nas Figs. 8.18-a e 8.18-b, mostram que a ocorrência do desvanecimento de sinal provoca erros significativos de cálculos [devidos a  $\phi_o(t) = n\pi/2$  rad,  $n=0,1,2,...$ ].

### **8.7 Amplificação de Deslocamento Proporcionalada pela Estrutura Metálica do APF**

Conforme se discute no Capítulo 2, simulações usando o software ANSYS e experimentos utilizando um sensor reflexivo de intensidade à fibra óptica MTI-2000 foram realizadas pelo Grupo de Sensores e Atuadores da EPUSP para a medição de deslocamentos das superfícies da piezocerâmica PZT-5A. Considerou-se nestes testes, a mesma piezocerâmica empregada na constituição do APF f1b0820. Deslocamentos nas direções 1 ( $\Delta L_1$ ) e 3 ( $\Delta L_3$ ) da piezocerâmica foram avaliados, com o sensor reflexivo operando no modo quase-estático, pela aplicação de uma tensão triangular de amplitude de pico igual a 200 V e frequência de 1 Hz. Os resultados experimentais e de simulação, divulgados em [143] indicaram respostas lineares com fatores de calibração, nas direções 1 e 3, dados por  $\Delta L_1 / V_{PZT} = -665$  (pm/V) e  $\Delta L_3 / V_{PZT} = 143,5$  (pm/V), respectivamente, sendo que  $V_{PZT}$  é a diferença de potencial elétrico nas superfícies do PZT perpendiculares à direção 3, em volts.

O uso do interferômetro na medição dos deslocamentos  $\Delta L_1$  e  $\Delta L_3$  da piezocerâmica não é adequado, pois exigiria superfícies refletoras numa piezocerâmica porosa, tornando a técnica interferométrica mais difícil. Para medições de deslocamentos da superfície do atuador, o uso de um fino espelho colado à estrutura metálica (cuja rigidez é muito maior do que a do espelho) do f1b0820 praticamente não altera a resposta em frequência do atuador,

mas para a piezocerâmica isolada deve-se evitar tal procedimento [189]. Por esta razão, utilizou-se o sensor de intensidade MTI-2000 nos testes experimentais da piezocerâmica, em [143].

O acoplamento da estrutura metálica à piezocerâmica PZT-5A possibilita uma amplificação do deslocamento do ponto central da superfície da estrutura ( $\Delta l_s$ ), devido, aos deslocamentos  $\Delta L_1$  e  $\Delta L_3$  provocados na piezocerâmica, quando submetida ao campo elétrico gerado pela aplicação da tensão externa  $V_{PZT}$ . Medindo-se  $\Delta l_s$  usando-se o interferômetro e os métodos espectrais, pode-se calcular a amplificação proporcionada pela estrutura metálica acoplada à piezocerâmica, na constituição do atuador.

De acordo com as medições realizadas nesta tese, pelo método  $J_1/J_3A$  e  $J_0...J_3$ , com o atuador operando em regime harmônico, sendo excitado por tensões de até 56 V em 4 kHz, calculou-se um fator de calibração de aproximadamente 1,58 nm/V (conforme indicação na Fig. 8.18). Dividindo-se este valor pelos deslocamentos calculados em [143], para a piezocerâmica PZT-5A isolada, nas direções 1 e 3, dados em módulo, respectivamente por, 0,665 (nm/V) e 0,1435 (nm/V), chega-se a taxas de amplificação nas direções 1 e 3, respectivamente, iguais a 2,4 e 11.

Considerando que o atuador tem resposta plana até 4 kHz, como pode ser observado na Fig. 8.12, pode-se adotar o fator 1,58 nm/V para a largura de banda do espectro entre 0 e 4 kHz.

Resultados experimentais realizados com o APF e divulgados em [143], para medições em 1 Hz, usando o sensor óptico de intensidade MTI-2000, apontaram um comportamento linear, com fator de calibração de 1,4 nm/V, representando uma diferença em torno de 12% em relação ao resultado obtido com o interferômetro, nas medições realizadas nesta tese. Esta diferença pode ser atribuída aos seguintes fatores:

- Medições realizadas usando sistemas ópticos diferentes: nas medições realizadas na EPUSP e divulgadas em [143] empregou-se um o sensor de intensidade MTI-2000 e nas medições realizadas nesta tese, o interferômetro e os métodos espectrais. O MTI-2000 é um sensor baseado na intensidade óptica (é um sensor de amplitude, e não de fase), muito susceptível à modulação espúria devido a perturbações ambientais, alinhamento, etc.

- Houve a necessidade de substituição do espelho original do APF, incluindo-se a cola de fixação do mesmo à estrutura metálica do APF, antes de se realizarem as medições realizadas com o interferômetro, no desenvolvimento desta tese;
- Consideração de uma resposta plenamente plana até 4 kHz. Como a frequência de 4 kHz está muito mais próxima da ressonância em 4,8 kHz, do que 1 Hz, pode ocorrer um ligeiro aumento no fator de calibração, medido em 4 kHz nos experimentos realizados nesta tese, em relação aos realizados em 1 Hz, divulgados em [143].

Portanto, pode-se considerar que as condições estabelecidas para o protótipo f1b0820 não foram as mesmas, nas medições realizadas na EPUSP e nas medições realizadas na FEIS-UNESP.

## 8.8 Discussão

As novas técnicas de demodulação de índice de modulação de fase óptica,  $x$ , e da fase  $\phi_0(t)$ , foram aplicadas na caracterização de um atuador piezoelétrico flexensional (o APF), operando no modo *free-displacement*. Analisou-se a linearidade e resposta em frequência do atuador, e também a amplificação proporcionada pela estrutura metálica do APF, em relação à obtida pela piezocerâmica PZT-5A isolada.

As novas técnicas espectrais aqui propostas, por eliminarem as restrições relativas à fase  $\phi_0(t)$ , permitem testar o APF sob condições ambientes adversas. Os métodos de demodulação de fase  $J_m/J_{m+2}$  e  $J_0\dots J_3$ , e o método de cálculo da fase  $\phi_0(t)$  propostos nesta tese, admitem operação em tempo real, calculando-se os deslocamentos do APF, enquanto o efeito das perturbações ambientes podem ser simultaneamente monitoradas.

Além disso, como mostraram os resultados experimentais, a ampla faixa dinâmica destes métodos possibilitou o cálculo de amplitudes de vibrações tão pequenas quanto nanômetros e tão grandes quanto micrômetros onde, por exemplo, na ressonância de 23,2 kHz, verificou-se a faixa de deslocamentos a partir da qual o APF começa a exibir comportamento não linear. Por outro lado, deslocamentos de alguns angstroms à nanômetros foram detectados usando o interferômetro de Michelson modificado, e o uso do novo método  $J_0\dots J_3$ , nas medições realizadas.

# CAPÍTULO 9

## CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

### 9.1 Conclusões

Em 2005, durante o desenvolvimento desta tese, aplicou-se o método  $J_1...J_4$  na análise experimental de um APF [190]. No entanto, verificou-se que este método tinha limitações. Para resolver os problemas identificados no estudo deste e de outros métodos ópticos clássicos, quatro novos métodos de demodulação de fase óptica, aqui denominados métodos  $J_1/J_3A$ ,  $J_1...J_3$ ,  $J_m/J_{m+2}$  e  $J_0...J_3$ , foram propostos. Estes novos métodos foram concebidos, baseados em análise espectral do sinal fotodetectado na saída de interferômetros, tendo como foco superar as limitações apresentadas pelos métodos espectrais clássicos  $J_1...J_4$ ,  $J_1...J_4$  Modificado,  $J_1...J_6$ -neg,  $J_1...J_6$ -pos e  $J_0...J_2$ , impostas pelos pontos de singularidades inerentes às relações constitutivas das funções de Bessel, pelo efeito da variação aleatória da fase  $\phi_0(t)$  e pelo ruído. Na estratégia adotada modificou-se adequadamente os métodos clássicos usando ajustes de curvas, através de regressões polinomiais pela teoria de mínimos quadrados, objetivando-se expandir a faixa dinâmica de índices de modulação  $x$  e remover as singularidades associadas ao desvanecimento de sinal devido à variação aleatória da fase  $\phi_0(t)$ . Nesta mesma linha, um novo método espectral também foi desenvolvido para a medição da fase instantânea  $\phi_0(t)$ , que varia aleatoriamente devido à influência de condições ambientais no sistema interferométrico.

Na concepção e análise dos novos métodos aqui propostos, a abordagem do problema foi sempre a mesma: partindo-se de algum método clássico como, por exemplo, o  $J_1...J_4$ , estabelece-se alguma inter-relação entre funções de Bessel, ou, entre fatores envolvendo estas funções, para relacioná-las alternativamente por uma recursão polinomial com menor grau possível. Com isso, ao invés de demodular  $x$  através da medição de quatro componentes harmônicas, bastaria empregar apenas duas. Em cada novo método concebido, se tratava de provar que as estimações propostas apresentariam resultados eficientes em análises com ruído e na presença de variações aleatórias da fase  $\phi_0(t)$  devido à sensibilidade do sistema em relação às alterações mínimas nas condições ambientais.

Justifica-se a assertiva da pesquisa pela simplicidade nos arranjos experimentais empregados, se comparado a sistemas interferométricos heteródinos ou com realimentação ativa, e também, por se mostrarem adequadas à aplicação envolvida: a caracterização de atuadores piezoelétricos.

Os programas desenvolvidos em computador envolveram a busca do melhor ajuste de curvas no cálculo dos coeficientes dos polinômios utilizados nos novos métodos. Simulações com ruído eletrônico dos tipos  $1/f^2$  e branco, considerando-se a influência do desvanecimento de sinal, foram realizadas de forma exaustiva, usando-se a linguagem interpretada do Matlab. Os gráficos tridimensionais  $\Delta x_r = f(x, \phi_0)$  ou  $\Delta \phi_{0r} = f(x, \phi_0)$ , introduzidos nos Capítulos 4 e 5, onde os erros nos cálculos das fases foram estimados varrendo-se toda a faixa dinâmica tanto do índice de modulação de fase  $x$ , quanto da fase  $\phi_0(t)$  (em intervalos de 4 mrad), mostraram conformidade com os resultados experimentais.

Um sistema desenvolvido e simulado usando a plataforma Simulink do Matlab possibilitou que simulações dinâmicas fossem realizadas. Nestas simulações, adicionou-se ruído branco limitado em faixa (com distribuição Gaussiana) ao sinal modulado em fase (gerado no próprio ambiente de simulação). Atribuiu-se ao ruído, um nível típico do valor observado nos experimentos, objetivando-se que a análise de simulação fosse a mais próxima possível da experimental. Os resultados gráficos resultantes das simulações revelaram melhores respostas para os novos métodos em relação aos métodos clássicos, ambos simulados no mesmo ambiente, considerando-se as mesmas condições de simulação.

O desenvolvimento do sistema no Simulink, realizado no Capítulo 6, é uma contribuição, no sentido que, o modelo implementado é didático, de simples implementação e pode-se monitorar todas as etapas do processamento digital envolvido. Além disso, a plataforma de software escolhida (o Simulink/Matlab) possibilita adaptar e codificar o modelo desenvolvido para que o mesmo seja implementado diretamente em uma placa específica de DSP para operação em tempo real [175], [191].

As principais vantagens observadas nas simulações e experimentos utilizando os novos métodos desenvolvidos nesta tese, em comparação aos métodos clássicos estudados, podem ser resumidas como:

- Os novos métodos  $J_1/J_3A$  e  $J_1...J_3$  apresentaram, nas análises de simulação com ruído e nas análises experimentais, praticamente as mesmas precisões e faixas dinâmicas dos métodos clássicos  $J_1...J_4$  e  $J_1...J_6$ -pos, respectivamente. No entanto, os novos métodos são menos afetados pelo desvanecimento aleatório de sinal, pois não há singularidades

na quadratura de fase. A determinação dos sinais algébricos das funções de Bessel é mais fácil, pois é necessário monitorar somente a componente fundamental e a terceira harmônica. Como as componentes de mais altas frequências ( $J_4$  a  $J_6$ ) não são utilizadas, os novos métodos possibilitam que o processamento de sinais seja executado a uma taxa de amostragem menor (desde que um filtro anti-aliasing seja utilizado), reduzindo o tempo de processamento. Além disso, mostrou-se no Capítulo 6 que o uso do algoritmo de Goertzel ao invés da FFT, reduz em pelo menos 50% o número de operações aritméticas envolvidas nos cálculos dos novos métodos, em relação aos clássicos;

- Pelo uso do método  $J_m/J_{m+2}$ , as limitações impostas pelo comportamento aleatório da fase  $\phi_0(t)$ , regularmente presente nos métodos espectrais clássicos, foram eliminadas. Ao contrário dos métodos clássicos, não é necessário monitorar o sinal algébrico das componentes espectrais. Além disso, a nova faixa dinâmica foi ampliada em aproximadamente duas ordens de grandeza. Destaca-se também que, de acordo com o algoritmo da Fig. 5.12 (proposto para implementação do método  $J_m/J_{m+2}$ ), a estimação de  $x$  é baseada em componentes espectrais com elevadas SNR's ( $\|V_m\| > 0,85$ ), o que minimiza o erro no cálculo de  $x$  devido ao ruído do sistema;
- Se no limite superior, o método  $J_m/J_{m+2}$  possibilitou ampliar a faixa dinâmica em quase duas ordens de grandeza em relação ao método clássico  $J_1...J_4$ , por outro, o novo método  $J_0...J_3$  expande em aproximadamente duas ordens de grandeza o limite inferior da faixa dinâmica, independente de  $\phi_0(t)$ ;
- O novo método de cálculo da fase  $\phi_0(t)$  permitiu ampliar a faixa dinâmica de medição relativamente à variação do índice de modulação  $x$ . Sua eficiência foi provada tanto em simulações como em experimentos. Monitorar a fase  $\phi_0(t)$  permite, por exemplo, avaliar a severidade das perturbações ambientais bem como as condições de cálculos dos outros métodos. Uma proposta interessante seria realizar a medição de  $\phi_0(t)$  a fim de controlá-lo, estabilizando o interferômetro, mantendo-o operando em modo quiescente na condição de quadratura de fase, ou em torno de algum outro ponto ótimo;
- Como mostrado no Capítulo 5, a combinação dos algoritmos propostos, para o método  $J_m/J_{m+2}$  e para o novo método de medição de  $\phi_0(t)$ , respectivamente, resultou num simples e compacto fluxograma para o cálculo de  $x$  e de  $\phi_0(t)$  simultaneamente, para uma ampla faixa dinâmica de  $x$ .

A validação definitiva da eficiência dos métodos foi realizada experimentalmente, através de medições de diferença de potencial elétrico usando um SOT. Este mostrou ser um modelo adequado para o teste dos métodos espectrais, pois é um sistema que possui solução analítica, permitindo a comparação de resultados experimentais e teóricos, e assim, possibilitando validar os métodos. Tensões elétricas de até 250 V<sub>RMS</sub> foram aplicadas ao SOT, correspondendo a uma faixa de índices de modulação de aproximadamente 20 rad, limitando-se a aplicação dos métodos espectrais clássicos, mas não a dos novos métodos. Apesar deste valor relativamente elevado de índice, as baixas frequências envolvidas (fundamental em 60 Hz) permitiram empregar uma baixa taxa de amostragem para o processamento dos sinais, em torno de 4,2 kHz. Além disso, apesar da curva de transmissão do SOT depender do termo aleatório  $\phi_0(t)$ , cita-se que este varia lentamente no tempo, ao contrário do que acontece nos interferômetros. Isto ocorre porque  $\phi_0(t)$  no SOT varia somente com a temperatura; no interferômetro, além da temperatura,  $\phi_0(t)$  varia com as vibrações mecânicas externas (por isso é mais rápido que no SOT).

Como era previsto, os resultados experimentais comprovaram a excelente linearidade entre a tensão aplicada e a profundidade de modulação de fase calculada. Baseando-se nos resultados obtidos pelos novos métodos ópticos, mediu-se a tensão de meia onda de célula Pockels, obtendo-se  $V_\pi = 65,5$  V, que difere em aproximadamente 0,9 % do valor teórico ( $V_\pi = 64,92$  V), mostrando ótima concordância entre ambos.

A fase  $\phi_0(t)$  também foi monitorada para o SOT, pela utilização do novo método proposto nesta tese, que opera para uma ampla faixa dinâmica da fase induzida  $x$ , permitindo as medições quando  $x$  variou até 20 rad.

Apesar da importância dos testes realizados experimentalmente com o SOT para validar as técnicas propostas, a aplicação de grande relevância no desenvolvimento desta pesquisa foi a análise de linearidade e resposta em frequência da amplitude de deslocamento do APF. A amplificação proporcionada pela estrutura metálica do APF também foi calculada experimentalmente.

O protótipo do APF analisado, denominado f1b0820, é parte de um conjunto de piezoatuadores projetados pelo Grupo de Sensores e Atuadores da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo (EPUSP) usando o método de otimização topológica, para serem usados em aplicações de óptica e fotônica. Esta tarefa foi executada usando um interferômetro de Michelson de baixo custo, em configuração homódina, viabilizada pela aplicação dos novos métodos espectrais, que não são influenciados pela variação aleatória da

fase  $\phi_0(t)$ . Os métodos espectrais permitiram analisar uma ampla faixa de deslocamento, com amplitudes de pico variando entre dezenas de angstroms a alguns micrômetros. A fase  $\phi_0(t)$  também foi monitorada durante as medições, verificando-se uma variação aleatória com o tempo, para o sistema experimental utilizado.

Gráficos de índice de modulação de fase versus tensão aplicada ao APF foram mostrados, evidenciando que este dispositivo exibe comportamento linear dentro de sua faixa de operação. Nestas condições, deslocamentos microscópicos da superfície do APF podem ser controlados por meio da tensão elétrica aplicada aos seus terminais. Cuidados especiais devem ser tomados quando o APF opera em alguma frequência de ressonância (ou muito próximo delas).

Usando o novo método  $J_m/J_{m+2}$  foram realizadas medições na frequência de ressonância do atuador, em 23,2 kHz, a qual é muito intensa, gerando-se grandes deslocamentos, cujas medições foram viabilizadas devido à ampla faixa dinâmica da técnica empregada. Verificou-se um comportamento linear somente para tensões aplicadas inferiores a 7,3 V, a partir do qual a curva de deslocamento, normalizada em relação à tensão de pico aplicada ao atuador, segue uma trajetória aproximadamente parabólica. Os métodos clássicos não permitiram avaliar este comportamento, uma vez que não possuíam faixa dinâmica suficiente.

Um resultado interessante e que merece ser destacado refere-se às respostas obtidas pelo uso do método  $J_1...J_6$ -neg, cujos resultados de simulação e experimento (tanto para o SOT como para o APF) foram insatisfatórios (ao contrário do que se prega na literatura) para baixos índices de modulação, restringindo seu uso com ruído branco. A explicação mais provável é que Sudarshanam [116]-[118], em suas simulações com ruído, não considerou uma distribuição de probabilidades para o valor do fator de ruído  $K$ , mas simplesmente  $K$  constante. O efeito não altera significativamente os cálculos quando a SNR é elevada ( $\gg 1$ ), mas para baixos índices, em que se tem uma  $SNR < 1$ , a estimação de  $x$  usando um fator  $K$  constante torna-se imprecisa.

Um tempo de resposta rápido é um importante critério para seleção de atuadores piezoelétricos, e pode ser definido como o tempo para atingir a resposta com precisão e rapidez, sem sobresinal (*overshoot*) e flutuações (*ringing*). A ressonância mecânica do sistema limita a faixa de atuação prática e atuadores devem ser usados na faixa linear de seus respectivos espectros de ressonância. Daí a importância de se determiná-las [192].

Frequências de ressonâncias foram medidas com o uso do interferômetro e dos métodos espectrais e comparadas com aquelas obtidas com um analisador de impedâncias, mostrando

que ambas as metodologias são complementares: o método interferométrico é mais adequado na detecção das frequências de ressonâncias mais baixas, enquanto que o método da admitância, na determinação das frequências de ressonâncias mais altas. Observando os resultados experimentais torna-se evidente que uma inspeção rápida da curva de admitância do APF não pode revelar todos os picos de ressonâncias, principalmente na banda de frequências baixas, a menos que sua escala seja ampliada naquela faixa. Devido a este fato, pequena importância poderia ser dada às pequenas ressonâncias, próximas de 4,8 kHz e 15 kHz, na Fig. 8.14. No entanto, a resposta em frequência obtida pelos deslocamentos medidos com as técnicas interferométricas revelou pontos significativos nestas ressonâncias. O uso do novo método  $J_1/J_3A$  possibilitou a identificação destas pequenas ressonâncias, bem como das outras ressonâncias, até 50 kHz. A vantagem de se empregar este método para tal finalidade é a simplicidade matemática do método.

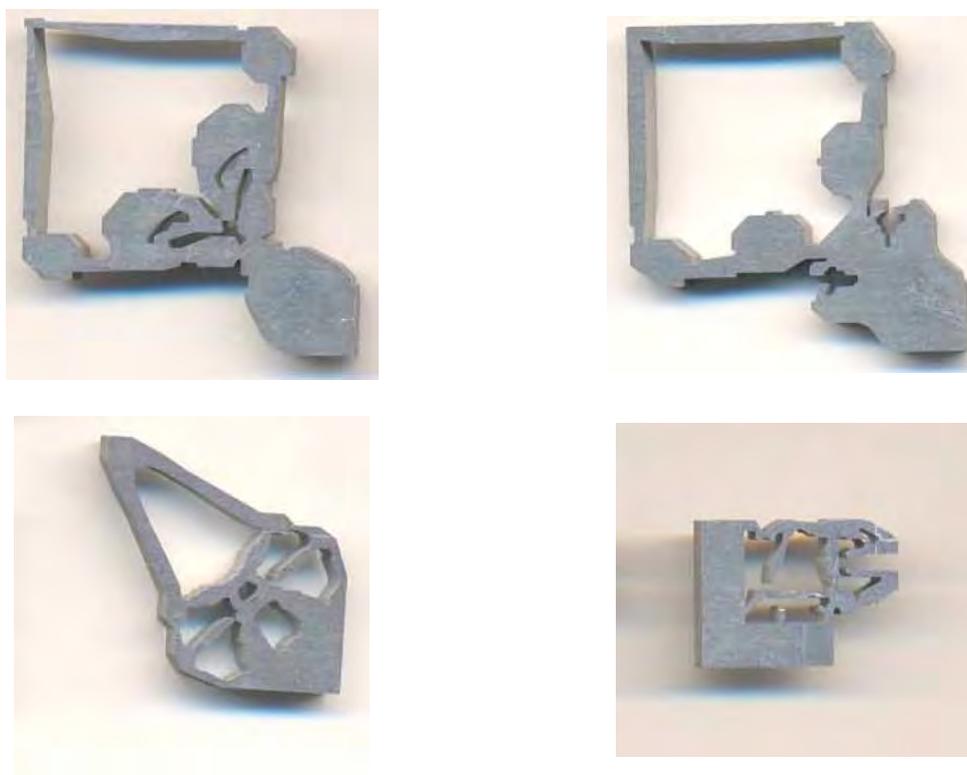
Observa-se que a largura de banda do APF está limitada a aproximadamente 4,5 kHz, que se encontra abaixo da primeira frequência de ressonância significativa, identificada pelo uso do método espectral  $J_m/J_{m+2}$ . Nesta faixa, a curva de resposta em frequência se mostra aproximadamente plana e apresentou um fator de calibração de aproximadamente 1,6 nm/V. Cita-se que os métodos de elementos finitos e otimização topológica, descritos em [138] e [154], foram originalmente propostos para projetar o dispositivo para aplicações estáticas e quase-estáticas (baixas frequências). Embora estes métodos sejam gerais e possam ser utilizados para analisar muitas topologias complexas, os problemas de altas frequências não foram os principais propósitos na concepção do protótipo flb0820. Assim, uma largura de banda de operação de aproximadamente 4,5 kHz pode ser considerada adequada para várias aplicações do APF.

Usando o novo método  $J_0...J_3$ , medições de deslocamentos da ordem de poucas dezenas de angstroms foram realizadas em 4 kHz, para o APF operando em regime harmônico, obtendo-se um fator de calibração igual a 1,58 nm/V.

Apesar das novas técnicas aqui desenvolvidas terem sido testadas experimentalmente apenas com o SOT e o APF, elas têm potencial para aplicações gerais em qualquer interferômetro óptico homódino com esquema passivo de detecção de fase induzida harmonicamente, que estejam associadas a quaisquer outras grandezas físicas ou químicas, e operando com frequências muito mais elevadas.

## 9.2 Perspectivas futuras

No processo de continuidade deste trabalho, novos atuadores e manipuladores piezoelétricos deverão ser analisados, em um trabalho conjunto com o Grupo de Pesquisas liderado pelo Prof. Dr. Emílio C. N. Silva, do Grupo de Sensores e Atuadores da Escola Politécnica da USP. O uso dos novos métodos possibilitará que os dispositivos sejam analisados sob condições ambientais próximas às da prática. Uma novíssima geração de dispositivos que vêm sendo desenvolvidos pelo Grupo da EPUSP corresponde aos mini e micro-manipuladores piezoelétricos com dois graus de liberdade, como os mostrados na Fig. 9.1 [193]. A técnica interferométrica será extremamente promissora para a caracterização desses dispositivos.



**Fig. 9.1 – Estruturas metálicas flexíveis de novos manipuladores piezoelétricos desenvolvidos pelo Grupo de Sensores e Atuadores da EPUSP [193].**

Análises realizadas em um ambiente dinâmico de simulação (o Simulink/Matlab), usando um modelo elaborado no Simulink abrem caminho para que os métodos sejam implementados em placas de DSPs, possibilitando assim, a automatização do processo de caracterização dos piezoatuadores, tornando este processo realizável em tempo real.

Novas aplicações poderão ser desenvolvidas para uso com os novos métodos desenvolvidos, envolvendo outras áreas do conhecimento.

## Referências

- [1] ROUKES, M. Nanoelectromechanical systems face of future. **Physics World**, v. 14, n. 2, p. 8-10, 2001.
- [2] HOTATE, K. Fiber optic gyros: put a new spin on navigation. **Photonics Spectra**, Pittsfield, v.31, p. 108-112, 1997.
- [3] RIPPER, G. P. **Padronização primária em metrologia de vibrações**. 2005. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Coordenação dos Programas de Pós-graduação de Engenharia, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2005.
- [4] COHEN, I. B. The first explanation of interference. **American Journal of Physics**, New York, v. 8, n. 2, p. 99-106, 1940.
- [5] BAKER, D.; STEED, A. et al. Development of infrared interferometry for upper atmospheric emission studies. **Applied Optics**, New York, v. 20, n. 10, p. 1734-1746, 1981.
- [6] BORN, M., WOLF, E. **Principles of optics-electromagnetic theory of propagation interference and diffraction of light**. 6. ed. Oxford: Cambridge University Press, 1980.
- [7] HARIHARAM, P. **Optical interferometry**. 2. ed. New York: Academic Press, 2003.
- [8] HETCH, E. **Optics**. 2. ed. Ontario: Addison Wesley Publishing Company, 1987.
- [9] UDD, E. **Fiber optic sensors: an introduction for engineers and scientists**. New York: John Wiley & Sons, 1991.
- [10] MCKIE, A. D. W.; WAGNER, J. W.; SPICER, J. B.; DEATON Jr., J. B. Dual-beam interferometer for the accurate determination of surface-wave velocity, **Applied Optics**, New York, v. 30, n. 28, p. 4034-4039, 1991.
- [11] KHOLKIN, A. L.; WUTCHRICH, Ch.; TAYLOR, D. V.; SETTER, N. Interferometric measurements of electric field-induced displacement in piezoelectric thin films. **Review of Scientific Instruments**, Rochester, v. 67, n. 5, p. 1935-1941, 1996.
- [12] YUAN, L.; ZHOU, L.; JIN, W. Fiber optic differential interferometer, **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, New York, v. 49, n. 4, p. 779-782, 2000.
- [13] GIALLORENZI T. G.; BUCARO J. A.; DANDRIDGE A.; SIGEL G. H., Jr.; COLE J. H.; RAKSHLEIGH S. C.; PRIEST R. G. Optical fiber sensor technology. **IEEE Journal of Quantum Electronics**, New York, v. QE-18, n. 4, p. 626-665, 1982.
- [14] UDD, E. An overview of fiber-optic-sensors. **Review of Scientific Instruments**, Rochester, v. 66, n. 8, p. 4015-4030, 1995.

- [15] CULSHAW, B. Fiber optics in sensing and measurement, **IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics**. New York, v. 6, p. 1014-1021, 2000.
- [16] DAKIN, J.; CULSHAW, B. **Optical fiber sensors: principles and components**. Boston: Artech House, 1988. v.1.
- [17] CULSHAW, B., DAKIN, J. **Optical fiber sensor: systems and applications**. Boston: Artech House, 1989.
- [18] GRATTAN, K. T. V.; MEGGITT, B. T. **Optical fiber sensor technology**. Fundamentals. London: Kluwer Academic Publishers, 1994. v.1.
- [19] GRATTAN, K. T. V.; MEGGITT, B. T. **Optical fiber sensor technology: Devices and Technology**. London: Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [20] GRATTAN, K. T. V.; MEGGITT, B. T. **Optical fiber sensor technology: application and systems**. London: Kluwer Academic Publishers, 1999. v. 3
- [21] HELLESO, O. G.; BENECH, P.; RIMET, R. Interferometric displacement sensor made by integrated optics on glass. **Sensors and Actuators A**, Lausanne, v. 46-47, p. 478-481, 1995.
- [22] POFFO, L.; AUGER, P. L.; BENECH, P. Improvement of a glass integrated optical displacement sensor interferometer using acoustic-optic effect, **Measurement Science and Technology**. Bristol, v. 16, p. 1341-1348, 2005.
- [23] TODA, H.; HARUNA, M.; NISHIHARA, H. Integrated-optic heterodyne interferometer for displacement measurement. **Journal of Lightwave Technology**, New York, v. 9, n. 5, p. 683-687, 1991.
- [24] HOFSTETTER, D.; ZAPPE, H. P.; DÄNDLIKER, R. Monolithically integrated optical displacement sensor in GaAs/AlGaAs. **Electronics Letters**, London, v. 31, n. 24, p. 2121-2122, 1995.
- [25] HOFSTETTER, D.; ZAPPE, H. P.; DÄNDLIKER, R. Optical displacement measurement with GaAs/AlGaAs-Based monolithically integrated Michelson interferometers. **Journal of Lightwave Technology**, New York, v. 15, n. 4, p. 663-670, 1997.
- [26] RICKMAN, A. G.; Silicon integrated optics and sensor applications. **Sensor Review**, v. 14, n. 1, p. 27-29, 1994.
- [27] URA, S.; SUHARA, T.; NISHIHARA, H. Integrated-optic interferometer position sensor. **Journal of Lightwave Technology**, New York, v. 7, n. 2, p. 270-273, 1989.
- [28] SAWADA, R.; HIGURASHI, E.; ITO, T.; TSUBAMOTO, M.; OHGUCHI, O. Integrated micro-laser displacement sensor. In: PROCEEDINGS OF THE ANNUAL INTERNATIONAL WORKSHOP ON MICRO ELECTRO MECHANICAL SYSTEMS, MEMS 97, 10, 1997, Nagoya. **Proceedings of the...**, Nagoya: IEEE, 1997. p. 19-24.

- [29] MITA, Y.; KHALIL, D. A. Miniature Michelson interferometer using vertical Bragg mirrors on SOI. In: PROCEEDING OF THE IEEE/LEOS INTERNATIONAL OPTICAL MEMS AND THEIR APPLICATIONS CONFERENCE, 2006, Big Sky. **Proceedings of the...**, IEEE, 2006. p. 50-51.
- [30] HIGURASHI, E.; SAWADA, R. An integrated Fizeau-type interferometric displacement sensor for a feedback-controlled actuation system. In: PROCEEDINGS OF THE IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON MICRO ELECTRO MECHANICAL SYSTEMS, 2002, Las Vegas. **Proceedings of the...** Las Vegas: IEEE, 2006. p. 348-351.
- [31] TSENG, F. G.; LIN, C. J. Polymer MEMS – based Fabry-Perot shear stress sensor. **IEEE Sensors Journal**, New York, v. 3, n. 6, p. 812-817, 2003.
- [32] LIN, C. J.; TSENG, F. G. A micro Fabry-Perot sensor for nano-lateral displacement sensing with enhanced sensitivity and pressure resistance. **Sensors and Actuators A**, Lausanne, v. 114, p. 163-170, 2004.
- [33] PU, C.; ZHU, Z.; LO, Y. H. Surface micro-machined optical coherent detection system with ultra-high sensitivity. **Sensors and Actuators A**, Lausanne, v. 78, p. 36-40, 1999.
- [34] VON MARTENS, H. J. Interferometric counting methods for measuring displacements in the range  $10^{-9}$  m to 1 m. **Metrology**, Bristol, v. 24, p. 163-170, 1987.
- [35] FRESCHI, A. A.; CAETANO, N. R.; SANTARINE, G. A.; HESSEL, R. Laser interferometric characterization of a vibrating speaker system. **American Journal of Physics**, New York, v. 71, n. 11, p. 1121-1126, 2003.
- [36] WYLDE J.; HUBBARD T. J. Measurement of MEMS displacements and frequencies using laser interferometry. In: PROCEEDINGS OF THE 1999 IEEE CANADIAN CONFERENCE ON ELECTRICAL AND COMPUTER ENGINEERING, 1999, Edmonton. **Proceedings of the...** Edmonton: IEEE, 1999. p. 1680-1685.
- [37] HAGIWARA, N.; NISHITANI, Y.; YANASE, M.; SAEGUSA, T. A phase encoding method for improving the resolution and reability of laser interferometer. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, New York, v. 38, n. 2, p. 548-551, 1989.
- [38] BOTTON, V. E. Fabry-Perot dilatometer. **Review of Scientific Instruments**, Rochester, v. 35, n. 3, p. 374-376, 1964.
- [39] HOSOE, S. Laser interferometric system for displacement measurement with high precision. **Nanotechnology**, Bristol, v. 2, p. 88-95, 1991.
- [40] PINEDA, G. S.; ARGOTE, L. F. Vibration measurement using laser interferometry. In: PROCEEDINGS OF THE 6<sup>TH</sup> INTERNATIONAL CONFERENCE ON EDUCATION AND TRAINING IN OPTICS AND PHOTONICS, SPIE, 6, 2000, **Proceedings of the...** 2000. v. 3831, p. 308-318.

- [41] GREAVES, T. J.; CURZON, F. L. Simple method of measuring vibration amplitudes at better than nanometer sensitivity. **Review of Scientific Instruments**, Bristol, v. 59, n. 12, p. 2626-2628, 1988.
- [42] MIEZRICH, R.; VILKOMERSON, D.; ETZOLD, K., Ultrasonics waves: their interferometric measurement and display. **Applied Optics**, New York, v. 15, n. 6, p. 1499-1505, 1976.
- [43] SIZGORIC, S.; GUNDJIAN, A. A. An optical homodyne technique for measurement of amplitude and phase of subangstrom ultrasonic vibration. **Proceedings of the IEEE**, New York, v. 57, p. 1313-1314, 1969.
- [44] POLHEMUS, C. Two-wavelength interferometry. **Applied Optics**, New York, v. 12, p. 2071-2074, 1973.
- [45] VAN BRUG, H.; KLAVER, R. G. On the effective wavelength in two-wavelength interferometry. **Pure and Applied Optics**, Bristol, v. 7, p. 1465-1471, 1998.
- [46] DE GROOT, P.; KISHNER, S. Synthetic wavelength stabilization for two-color laser-diode interferometry. **Applied Optics**, New York, v. 30, n. 28, p. 4026-4033, 1991.
- [47] SASAKI, O.; SASAZAKI, T.; SUSUKI. Two-wavelength sinusoidal phase/modulating laser-diode interferometer insensitive to external disturbances. **Applied Optics**, New York, v. 30, n. 28, p. 4040-4045, 1991.
- [48] RIBEIRO, A. B.; JACKSON, D. A. Low coherence fiber optic system for remote sensors illuminated by a 1,3  $\mu\text{m}$  multimode laser diode, **Review of Scientific Instruments**, Bristol, v. 64, n. 10, p. 2974-2977, 1993.
- [49] YAN, L.; ZHOU, L.; JIN, W.; CHAN, C. C. Recent progress of white light interferometric fiberoptic strain sensing technique. **Review of Scientific Instruments**, Bristol, v. 71, n. 12, p. 4648-4654, 2000.
- [50] HARRIS, H. W.; LEE, J. R.; MARCUS, M. A. Non-coherence light interferometry as a thickness gauge, In: PROCEEDINGS OF THE SPIE CONFERENCE ON PROCESS MONITORING APPLICATION OF FIBER OPTIC SENSORS, SPIE, 1999, **Proceedings of the...** 1999. v. 3538, p. 180-191.
- [51] BOTEKJAER, K.; WENTWORTH, R.; SHAW, H. J. Choosing relative optical path delays in series - topology interferometric sensor arrays. **Journal of Lightwave Technology**, Rochester, v. LT-5, n. 2, p. 229-235, 1987.
- [52] TSUCHIDA, H.; MITSUHASHI, Y.; ISHIHARA, S. Polarimetric optical fiber sensor using a frequency stabilized semiconductor laser. **Journal of Lightwave Technology**, Rochester, v. 7, n. 5, p. 799-803, 1989.
- [53] BOCK, W. J.; WOLINSKI, T. R. **Temperature-compensated fiber-optic strain sensor based on polarization-rotated reflection**, SPIE, v. 1370, Fiber Optic Smart Structures and Skins III, p. 189-196, 1990.
- [54] VARNHAM, M. P.; BARLOW, A. J.; PAYNE, D. N.; OKAMOTO, K. Polarimetric strain gauge using high birefringence fiber. **Electronics Letters**, London, v. 19, n. 17, p. 699-700, 1983.

- [55] LAYTON, M. R.; BUCARO, J. A. Optical fiber acoustic sensor utilizing mode-mode interference. **Applied Optics**, New York, v. 18, n. 5, p. 666-670, 1979.
- [56] EFTIMOV, T. A.; BOCK, W. J. Polarization analysis of LP<sub>01</sub> and LP<sub>11</sub> intermodal interference in highly birefringent bow-tie optical fibers. **Journal of Lightwave Technology**, Rochester, v. 11, n. 12, p. 1925-1936, 1993.
- [57] KUMAR, A.; GOEL, N. K.; VARSHNEY, R. K. Studies on a few-mode fiber-optic strain sensor based on LP<sub>01</sub> – LP<sub>02</sub> mode interference. **Journal of Lightwave Technology**, Rochester, v. 19, n. 3, p. 358-362, 2001.
- [58] EFTIMOV, T. A.; BOCK, W. J. Sensing with a LP<sub>01</sub> – LP<sub>02</sub> intermodal interferometer. **Journal of Lightwave Technology**, Rochester, v. 11, n. 12, p. 2150-2156, 1993.
- [59] JACKSON, D. A.; PRIEST, R.; DANDRIDGE, A.; TVETEN, A. B. Elimination of drift in a single-mode optical fiber interferometer using a piezoelectrically stretched coiled fiber. **Applied Optics**, New York, v. 19, n. 17, p. 2926-2929, 1980.
- [60] FRITSCH, K.; ADAMOVSKY, G. Simple circuit for feedback stabilization of a single mode optical fiber interferometer. **Review of Scientific Instruments**, Rochester, v. 52, n. 7, p. 996-1000, 1981.
- [61] FRESCHI, A. A., FREJLICH, J., Adjustable phase control in stabilized interferometry, **Optics Letters**, New York, v. 20, n. 6, p. 635-637, 1995.
- [62] BARBOSA, M. C.; OLIVEIRA, I. De; FREJLICH, J. Feedback operation for fringe-locked photo refractive running hologram. **Optics Communications**, Amsterdam, v. 20, p. 293-299, 2000.
- [63] DANDRIDGE, A.; TVETEN, A. B. Phase compensation in interferometric fiber-optic sensors. **Optics Letters**, New York, v. 7, n. 6, p. 279-281, 1982.
- [64] CRESCENTINI, L.; RENZELLA, G. A wide-band high-sensitizing laser strain meter. **Review of Scientific Instruments**, Rochester, v. 62, n. 5, p. 1206-1209, 1991.
- [65] BARBOSA, E. A.; TRONCOSO, L. S.; FREJLICH, J. Actively stabilised electro-optic phase modulator. **Electronics Letters**, London, v. 31, n. 2, p. 127-128, 1995.
- [66] ABRAMOWITZ, H.; STEGUN, I. A. **Handbook of mathematical functions**, New York: Dover Publications, 1972.
- [67] WU, C. M.; SU, C. S.; PENG, G. S. Polarimetric, nonlinearity-free, homodyne interferometer for vibration measurement. **Metrologia**, Bristol, v. 33, n. 6, p. 533-537, 1996.
- [68] USUDA, T.; DOBOSZ, M.; KUROSAWA, T. The methods for the calibration of vibration pick-ups by laser interferometry: part III. Phase-lay evaluation. **Measurement Science Technology**, Bristol, v. 9, p. 1672-1677, 1998.

- [69] CARBONARI, R. C.; NADER, G.; NISHIWAKI, S.; SILVA, E.C.N. Experimental and numerical characterization of multi-actuated piezoelectric device designs using topology optimization. In: PROCEEDINGS OF SPIE, SMART STRUCTURE AND MATERIALS 2005, SMART STRUCTURES AND INTEGRATED SYSTEMS, 2005, San Diego. **Proceedings of the...** Bellingham : SPIE - The International Society for Optical Engineering, 2005. v. 5764. p. 472-481.
- [70] KOO, K. P.; TVETEN, A. B.; DANDRIDGE, A. Passive stabilization scheme for fiber interferometers using (3x3) fiber directional couplers. **Applied Physics Letters**, New York, v. 47, n. 1, p. 616-618, 1982.
- [71] SIRKIS, J. S., LO, Y. L. Simultaneous measurement of two strain components using 3x3 and 2x2 coupler-based passive demodulation of optical fiber sensors, **Journal of Lightwave Technology**, New York, v. 12, n. 12, p. 2153-2161, 1994.
- [72] DANDRIDGE, A., TVETEN, A. B., GIALLORENZI, T. G. Homodyne demodulation scheme for fiber optic sensors using phase generated carrier. **IEEE Journal of Quantum Electronics**, New York, v. QE-18, n. 10, p. 1647-1653, 1982.
- [73] WEIR, K., BOYLE, W. J. O., MEGGITT, B. T., PALMER, A. W., GRATTAN, K. T. V. A novel adaptation of the Michelson interferometer for the measurement of vibration. **Journal of Lightwave Technology**, New York, v. 10, n. 5, p. 700-703, 1992.
- [74] EBERHARDT, F. J., ANDREWS, F. A. Laser heterodyne systems for measurement and analysis of vibration. **Journal of the Acoustical Society of America**, New York, v. 48, n. 3, p. 603-609, 1970.
- [75] MONCHALIN, J. P. Optical detection of ultrasound. **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control**, New York, v. UFFC-33, n. 5, p. 485-499, 1986.
- [76] WILLEMIN, J. F., DANDLIKER R., KHANNA, S.M. Heterodyne interferometer for submicroscopic vibration measurements in the inner ear. **Journal of the Acoustical Society of America**, New York, v. 83, n. 2, p. 787-795, 1988.
- [77] BOUCHARD, G., BOGY, D. B. Experimental measurement of scattered surface waves using a laser-doppler technique. **Journal of the Acoustical Society of America**, New York, v. 77, n. 3, p. 1003-1009, 1985.
- [78] ROYER, D., DIEULESAINT, E., MARTIN, Y. Improved version of a polarized beam heterodyne interferometer. In: PROCEEDINGS OF THE 1985 IEEE ULTRASONICS SYMPOSIUM, 1985, **Proceedings of the...** IEEE, 1985. p. 432-435.
- [79] BLAKE, J. N., KIM, B. Y., ENGAN, H. E., SHAW, H. J. All fiber acousto-optic frequency shifter using two-mode fiber. **SPIE**, New York, v. 719, p. 92-99, 1986.
- [80] JACKSON, D. A., KERSEY, A. D., CORKE, M., JONES, J. D. C. Pseudoheterodyne detection scheme for optical interferometers. **Electronics Letters**, London, v. 18, n. 25, p. 1081-1083, 1982.

- [81] JOHNSON, L. M., COX, C. H. Serrodyne optical frequency translation with high sideband suppression. **Journal of Lightwave Technology**, New York, v. 6, n. 1, p. 109-112, 1988.
- [82] VOGES, E., OSTWALD, O., SCHIEK, B., NEVER, A. Optical phase and amplitude measurement by single sideband homodyne detection, **IEEE Journal of Quantum Electronics**, New York, v. 18, n. 1, p. 124-129, 1982.
- [83] LEWIN, A. C., KERSEY, A. D., JACKSON, D. A. Non-contact surface vibration analysis using a monomode fibre optic interferometer incorporating an open air path. **Journal of Physics E: Scientific Instruments**, London, v. 18, p. 604-608, 1985.
- [84] KERSEY, A. D., LEWIN, A. C., JACKSON, D. A. Pseudo-heterodyne detection scheme for the fibre gyroscope. **Electronics Letters**, London, v. 20, n. 9, p. 368-370, 1984.
- [85] DAHLQUIST, J. A.; PETERSON, D. G.; CULSHAW, W. Zeeman laser interferometer. **Applied Physics Letters**, New York, v. 9, n. 5, p. 181-183, 1966.
- [86] YOKOHAMA, S.; OHNISHI, J.; IWASAKI, S.; SETA, K.; MATSUMOTO, H.; SUSUKI, N. Real-time and high-resolution absolute-distance measurement using a two-wavelength superheterodyne interferometer. **Measurement Science and Technology**, Bristol, v.10, p. 1233-1239, 1999.
- [87] YOKOYAMA, T.; ARAKI, T.; YOKOYAMA, S.; SUSUKI, N. A subnanometre heterodyne interferometric systems with improved phase sensitivity using a three-longitudinal-mode He-Ne laser. **Measurement Science and Technology**, Bristol, v. 12, p. 157-162, 2001.
- [88] KIM, M. S.; KIM, S. W. Two-way frequency-conversion phase measurement for high-speed and high-resolution heterodyne interferometry. **Measurement Science and Technology**, Bristol, v. 15, p. 2341-2348, 2004.
- [89] BERKOFF, T. A.; KERSEY, A. D. Experimental demonstration of a fiber bragg grating accelerometer. **IEEE Journal of Photonics Technology Letters**, New York, v. 8, n. 2, p. 1677-1679, 1996.
- [90] IWAKI, H.; YAMAKAWA, H.; MITA, A. FBG – based displacement and strain sensors for health monitoring of smart structures. In: PROCEEDINGS OF THE FIFTH INTERNATIONAL CONFERENCE ON MOTION AND VIBRATION CONTROL, MOVIC, 2000, Sidney. **Proceedings of the...** Sidney, 2000. p. 4-8.
- [91] GANGOPADHYAY, T. K. Prospects for fibre bragg gratings and Fabry-Perot interferometers in fibre-optic vibration sensing. **Sensors and Actuators A**, Lausanne, v. 113, p. 20-38, 2004.
- [92] JOHNSON, M.; DELAPONTE, Y. A passive homodyne fibre vibrometer using a three-phase detector array. **Measurement Science and Technology**, Bristol, v. 4, p. 854-859, 1993.
- [93] FERRARI, J. A.; GARCIA, P. Optical-fiber vibration sensor using step interferometry. **Applied Optics**, New York, v. 35, n. 28, p. 5667-5669, 1996.

- [94] BRUNFELD, A.; SINGLHER, L.; SHAMIR, J. Amplitude-modulated interferometry. **Optics Letters**, New York, v. 15, n. 14, p. 774-776, 1990.
- [95] JIN, W.; UTTAMCHANDANI, D; CULSHAW, B. Direct readout of dynamic phase changes in a fiber-optic homodyne interferometer. **Applied Optics**, New York, v. 31, n. 34, p. 7253-7258, 1992.
- [96] BRUCE, C. F.; MACINANTE, J. A.; KELLY, J. C. Vibration Measurement by Interferometry. **Nature**, v. 167, n. 4248, p. 520-521, 1951.
- [97] SMITH, D. H. A method for obtaining small mechanical vibration of known amplitude. **Proceedings of the Physical Society**, v. 57, n. 6, p. 534-542, 1945.
- [98] ZIEGLER, C. A. Electromechanical pick-up calibration by the interferometer method. **Journal of the Acoustical Society of America**, New York, v. 25, n. 1, p. 135-137, 1953.
- [99] EDOLMAN, S.; JONES, E.; SMITH, E. R. Some developments in vibration measurement. **Journal of Acoustical Society of America**, New York, v. 27, n. 4, p. 728-734, 1955.
- [100] SCHMIDT, V. A.; EDELMAN, S.; SMITH, E. R; JONES, E. Optical calibration of vibration pickups at small amplitudes. **Journal of the Acoustical Society of America**, New York, v. 33, n. 6, p. 748-751, 1961.
- [101] SCHMIDT, V. A.; EDELMAN, S.; SMITH, E. R; PIERCE, E. T. Modulated photoelastic measurement of vibration. **The Journal of the Acoustical Society of America**, New York, v. 34, n. 4, p. 455-458, 1962.
- [102] BOWIE, G. E. Interferometric measurement of vibration amplitudes. **Applied Optics**, New York, v. 2, n. 10, p. 1061-1067, 1963.
- [103] GOLDBERG, J. L. New method of the accurate standardization of mechanical oscillation of small amplitude. **Journal of the Acoustical Society of America**, New York, v. 36, p. 1922-1925, 1964.
- [104] DEFERRARI, H. A.; ANDREWS, F. A. Laser interferometric technique for measuring small-order vibration displacements. **Journal of the Acoustical Society of America**, New York, v. 39, n. 5, p. 979-980, 1966.
- [105] DEFERRARI, H. A.; DARBY R. A.; ANDREWS F. A. Vibrational displacement and mode-shape measurement by a laser interferometer. **Journal of the Acoustical Society of America**, New York, v. 42, n. 5, p. 982-990, 1967.
- [106] KHANNA, S. M.; TONNDORF, J.; W. W. WALCOTT Laser interferometer for the measurement of submicroscopic displacement amplitudes and their phases in small biological structures. **Journal of Acoustical Society of America**, New York, v. 44, n. 6, p. 1555-1565, 1968.
- [107] GOLDBERG, J. L. An interferometric method for the standardization of oscillatory displacement. **Metrologia**, Bristol, v. 7, n. 3, p. 87-103, 1971.

- [108] BROWN, C. R.; BROWN, G. R.; NIBLETT, D. H. Measurement of small strain amplitudes in internal friction experiments by means of a laser interferometer, **Journal of Physics E: Scientific Instruments**, London, v. 5, p. 966-967, 1972.
- [109] JACKSON, D. A.; DANDRIDGE, A., SHEEM, S. K. Measurement of small phase shifts using a single-mode optical-fiber interferometer. **Optics Letters**, New York, v. 5, n. 4, p. 139-141, 1980.
- [110] KERSEY, A. D.; JACKSON, D. A.; CORKE, M. Passive compensation scheme suitable for use in the single-mode fibre interferometer. **Electronics Letters**, London, v. 18, n. 9, p. 392-393, 1982.
- [111] CLARCK, N. H. An improved method for calibrating reference standard accelerometers. **Metrology**, London, v. 19, p. 103-107, 1983.
- [112] CLARCK, N. H. An interferometric method to measure oscillatory displacements, 2nm-255nm. **Metrology**, London, v. 26, p. 127-133, 1989.
- [113] SUDARSHANAM V. S.; SRINIVASAN K. Linear readout of dynamic phase change in a fiber-optic homodyne interferometer. **Optics Letters**, New York, v. 14, n. 2, p. 140-142, 1989.
- [114] JIN, W.; ZHANG, L. M.; UTTAMCHANDANI; CULSHAW D., B. Modified  $J_1...J_4$  method for linear readout of dynamic phase changes in a fiber-optic homodyne interferometer. **Applied Optics**, New York, v. 30, n. 31, p. 4496-4499, 1991.
- [115] MINONI, U.; DOCCHIO, F. An optical self-calibrating technique for the dynamic characterization of PZT's. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, New York, v. 40, n. 5, p. 851-854, 1991.
- [116] SUDARSHANAM V. S. New spectrum analysis technique for interferometric vibration measurement. **Optics Communications**, Amsterdam, v. 88, p. 291-294, 1992.
- [117] SUDARSHANAM V. S. Minimum detectable phase shift in spectrum-analysis techniques of optical interferometric vibration detection. **Applied Optics**, New York, v. 31, n. 28, p. 5997-6002, 1992.
- [118] SUDARSHANAM V. S.; CLAUS, R.O. Generic  $J_1...J_4$  method of optical phase detection - accuracy and range enhancement. **Journal of Modern Optics**, London, v. 40, n. 3, p. 483-492, 1993.
- [119] SUDARSHANAM V. S.; DESU, B. Measurement of dynamic polarization modulation depth utilizing the  $J_1$ - $J_4$  method of spectrum analysis. **Review of Scientific Instruments**, Rochester, v. 65, n. 7, p. 2337-2343, 1994.
- [120] LEE, D. H.; KIM, B. Y. Multiple-reflection interferometer for high accuracy measurement of small vibration displacement. **Review of Scientific Instruments**, Rochester, v. 71, n. 5, p. 1981-1986, 2000.
- [121] IVASCHESCU, V. Small sinusoidal vibrations amplitude measurements with the Michelson interferometer. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, New York, v. 49, n. 3, p. 643-647, 2000.

- [122] MARÇAL, L. A. P.; LEÃO, J. V. F.; NADER, G.; HIGUTI, R. T.; KITANO, C.; SILVA, E. C. N. Analysis of linearity and frequency response of a novel piezoelectric flextensional actuator using a homodyne interferometer and the  $J_1 \dots J_4$  method. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, New York, v. 56, n. 3, p. 954-961, 2007.
- [123] COLE, J. H.; DENVER, B. A.; BUCARO, J. A.; Synthetic-heterodyne interferometric demodulation. **IEEE Journal of Quantum Electronics**, New York, v. QE-18, n. 4, p. 694-697, 1982.
- [124] GREEN, E. L.; CABLE, P. G. Passive demodulation of optical interferometric sensor. **IEEE Journal of Quantum Electronics**, New York, v. QE-18, n. 10, p. 1634-1644, 1982.
- [125] BOHM, K.; MARTIN, P.; WEIDEL, E. Direct rotation-rate detection with a fibre-optic gyro by using digital data processing. **Electronics Letters**, London, v. 19, n. 23, p. 997-999, 1983.
- [126] BARLOW, A. J. Optical-fibre birefringence measurement using a photo-elastic modulator. **Journal of Lightwave Technology**, New York, v. LT-3, n. 1, p. 135-145, 1985.
- [127] SASAKI, O.; TAKAHASHI Sinusoidal phase modulating interferometer using optical fibers for displacement measurement. **Applied Optics**, New York, v. 27, n. 19, p. 4139-4142, 1988.
- [128] SUDARSHANAM, V. S. Linear measurement of static phase change in optical homodyne interferometers: an analysis. **Optics Letters**, New York, v. 17, n. 9, p. 682-684, 1992.
- [129] ZHANG, F.; LIT, J. W. Y. Temperature and strain sensitivity measurements of high-birefringent polarization-maintaining fibers. **Applied Optics**, New York, v. 32, n. 13, p. 2213-2218, 1993.
- [130] GROANU, Y.; TUR, M. Digital signal processing for an open-loop fiber-optic gyroscope. **Applied Optics**, New York, v. 34, n. 25, p. 5849-5853, 1995.
- [131] LO, Y. L.; CHUANG, C. H. New synthetic-heterodyne, demodulator for an optical fiber interferometer. **IEEE Journal of Quantum Electronics**, New York, v. 37, n. 5, p. 658-663, 2001.
- [132] UCHINO K. Recent trend of piezoelectric actuator developments. In: PROCEEDINGS OF THE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON MICROMECHATRONICS AND HUMAN SCIENCE, 1999, Nagoya. **Proceedings of the...** Nagoya: IEEE, 1999. p. 3-9.
- [133] WILLE, A.; RAV, S.; GLOESS, R. Calibration method enables alignment down to 1  $\mu\text{m}$ . **Photonics Spectra Magazine**, v. 12, 2003.
- [134] BERGENDER, A.; DRIESEN, W.; VARIDEL, T.; BREGUET, J. M. Development in miniature manipulators for applications in biology and nanotechnologies. In: PROCEEDINGS OF WORKSHOP "MICROROBOTICS FOR BIOMANIPULATION", IEEE IROS, 2003, **Proceedings of the...** 2003. p. 11-35.

- [135] KOGANEZAWA, S.; HARA, T. Development of shear-mode piezoelectric microactuator for precise head position. **Fujitsu, Scientific and Technical Journal**, Kawasaki, v. 37, n. 2, p. 212-219, 2001.
- [136] BRENAN, M. J.; BONITO, J. G.; ELLIOT, S. J.; DAVID, A.; PINNINGTON, R. J. Experimental investigation of different actuator technologies for active vibration control. **Smart Materials and Structures**, New York, v. 18, p. 145-153, 1999.
- [137] ROLT, K. D. History of the flextensional electroacoustic transducer. **Journal of The Acoustical Society of America**, New York, v. 87, n. 3, p. 1340-1349, 1990.
- [138] SILVA, E. C. N.; KIKUCHI, N. Topology optimization design of flextensional actuators. **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control**, New York, v. 47, n. 3, p. 657-671, 2000.
- [139] DOEBELIN, E. O. **Measurement systems – application and design**. 4. ed. Singapore: McGraw-Hill International Editions, 1990.
- [140] KINO, G. S. **Acoustic waves: devices, imaging and analog signal processing**. New Jersey: Prentice Hall, 1987.
- [141] NYE, J. F. **Physical properties of crystals**. London: Oxford University Press, 1957.
- [142] BALLATO, A. Piezoelectricity: old effect, new thrusts. **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control**, New York, v. 42, n. 5, p. 916-926, 1995.
- [143] NADER, G. **Desenvolvimento de técnicas de caracterização de transdutores piezelétricos**. 2002. Tese (Doutorado em engenharia elétrica) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.
- [144] PZT ceramics manufacturing process, PI – physik instrumente products. Disponível em: [www.physik-instrumente.com/products/prdetail.php?sortnr=400600.05](http://www.physik-instrumente.com/products/prdetail.php?sortnr=400600.05). Acessado em: 04 set. 2003.
- [145] LEÃO, J. V. F. **Interferometria óptica aplicada à medição de amplitudes de vibração nanométricas em piezoatuadores flexensionais**. 2004. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2004.
- [146] GAUTSCHI, G. H. **Piezoelectric sensorics: force, strain, pressure, acceleration and acoustic emission sensors, materials and amplifiers**. Berlin: Springer, 2005.
- [147] ROSEMBAUM, J. F. **Bulk acoustic wave theory and devices**. London: Artech House, 1988.

- [148] NADER, G.; SILVA, E. C. N.; ADAMOWSKI, J. C. Characterization of novel flextensional transducers design by topology optimization method. In: PROCEEDINGS OF THE 2001 IEEE ULTRASONIC SYMPOSIUM, 2001, Atlanta. **Proceedings of the...** Atlanta: IEEE, 2001. p. 981-984.
- [149] XU, Q. C.; DOGAN; TRESSLER, A.; YOSHOKAWA S., J. S.; NEWNHAM, R. E.; Ceramic-metal composite actuator. In: PROCEEDINGS OF THE 1991 ULTRASONIC SYMPOSIUM, 1991, Orlando. **Proceedings of the...** Orlando: IEEE, 1991. p. 923-928.
- [150] NEWNHAM, R. E.; DOGAN A.; XU Q. C.; ONITSUKA K.; TRESSLER J.; YOSHIKAWA S. Flextensional “moonie” actuators. In: PROCEEDINGS OF THE 1993 IEEE ULTRASONIC SYMPOSIUM, 1993, Baltimore. **Proceedings of the...** Baltimore: IEEE, 1993. p. 509-513.
- [151] DOGAN, A.; UCHINO, K.; NEWNHAM, R. E. Composite piezoelectric transducer with truncated conical endcaps “cymbals”. **IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control**, New York, v. 44, n. 3, p. 597-605, 1997.
- [152] LELETTY, R.; CLAEYSSSEN, F.; BARILLOT, F.; LHERMET, N. Amplified piezoelectric actuators for aerospace application. In: PROCEEDINGS OF THE AMAS WORKSHOP ON SMART MATERIALS AND STRUCTURES – SMART’03, 2003, Jadwisin. **Proceedings of the...**, Jadwisin, 2003. p. 51-62.
- [153] NIEZRECKI, C.; BREI D.; BALAKRISHNAN, S.; MOSKALIK, A. Piezoelectric actuation: state of the art. **The Shock and Vibration Digest**, Washington, v. 33, n. 4, p. 269-280, 2001.
- [154] SILVA E. C. N.; KIKUCHI N. Design of piezoelectric transducers using topology optimization. **Journal Smart Materials and Structures**, New York, v. 8, n. 3, p. 350–364, 1999.
- [155] SILVA, E. C. N.; SHIRAHIGE, G., A. B.; ADAMOWSKI, J. C. Characterization of novel flextensional actuators designed by using topology optimization method. **Journal of Intelligent Material systems and Structures**, Lancaster, v. 14, n. 4/5, p. 297-308, 2003.
- [156] NADER, G.; SILVA, E. C. N.; ADAMONSKI, J. C. Effective damping value of piezoelectric transducers determined by experimental techniques and numerical analysis. In: PROCEEDINGS OF COBEM 2003, INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING, 17, 2003, São Paulo. **Proceedings of the...** São Paulo: COBEM, 2003. p. 271-279.
- [157] CLOUD, G. **Optical methods of engineering analysis**. New York: Cambridge University Press, 1995.
- [158] GUENTHER, B. D.; VANDERLUGT, A. Interference and fresnel diffraction. **IEEE Transactions on Education**, New York, v. 35, n. 2, p. 126-132, 1992.

- [159] SCRUBY, C. B., Drain. **Laser ultrasonics, techniques and applications**. New York: Adam Hilger, 1990.
- [160] NACHMAN, P. Mach-zehnder interferometer as an instructional tool. **American Journal of Physics**, New York, v. 63, n. 1, pp. 39-43, 1995.
- [161] CHANG, W. S. C. **Principles of Lasers and Optics**. Cambridge: Cambridge University Press, 2005.
- [162] INAUDI, D. **Fiber optic sensor network for the monitoring of civil engineering structures**. 1997. Tese (Doutorado) - Ecole Polytechnique Federale De Lausanne, Lausanne, 1997.
- [163] ARECHI, F. T., DEGIORGIO, V. **Coherent optical engineering**. New York: North-Holland Publishing Company, 1977.
- [164] NASCIMENTO, A. R. Z. **Estudo e caracterização de circuitos de transimpedância aplicados a sensores ópticos**. 2004. Dissertação (Mestrado) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná, 2004.
- [165] HAYKIN, S. **Communication systems**. 4.ed. New York: John Wiley & Sons, 2001.
- [166] COUCH, L. W. **Digital and analog communication systems**. 6.ed. New Jersey: Prentice Hall, 2001.
- [167] THE INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS. **Standard definitions of terms to fiber optics**. New York: ANSI/IEEE Standard, 1984. p. 812- 1984.
- [168] MARTELLUCCI, S., A. C. N. ; MIGNANI, A. G. **Optical sensors and microsystems: new concepts, materials, technologies**. New York: Springer, 2000.
- [169] WAGNER J. W.; SPICER J. B. Theoretical noise-limited sensitivity of classical interferometry. **Journal Optical Society of American**, Rochester, v. 4, n. 8, p. 1316-1326, 1987.
- [170] OPPENHEIM, A. V., SCHAFER, R. W., BUCK, J. R. **Discrete-time signal processing**. 2.ed. New Jersey: Prentice Hall, 1999.
- [171] ZAK, S. H. **System and control**. New York: Oxford University Press, 2003.
- [172] MARÇAL, L. A. P.; VENDRAMINI, E.; HIGUTI, R. T.; KITANO, C. Linear readout of dynamic phase modulation index in an optical voltage sensor using the new  $J_1...J_3$  spectral method. In: PROCEEDINGS OF MICROWAVE AND OPTOELECTRONICS CONFERENCE, 2007. Salvador. **Proceedings of the...** Salvador: SBMO/IEEE, 2007. p. 219-223.

- [173] MARÇAL, L. A. P.; HIGUTI, R. T.; KITANO, C.; SILVA, E. C. N. The  $J_1 \dots J_3$  method for linear readout of dynamic phase change in a piezoelectric flextensional actuator. In: PROCEEDINGS OF THE INTERNATIONAL CONGRESS ON ULTRASONICS, 2007, Vienna. **Proceedings of the...** Vienna, 2007. p. 1-4.
- [174] DWAN, T. E.; BECHERT, T. E. Introducing simulink into a systems engineering curriculum. In: PROCEEDINGS OF FRONTIERS IN EDUCATION CONFERENCE, 1993, Washington. **Conference...** 1993. p. 627-631.
- [175] GAN, W.; CHANG, Y.; GONG, W.; TAN, W. Rapid prototyping system for teaching real-time digital signal processing. **IEEE Transactions on Education**, New York, v. 43, n. 1, p. 19-24, 2000.
- [176] AN OVERVIEW of application specific programming of the texas instruments tms320c6711 using simulink. Disponível em: <http://amitpsingh.googlepages.com/tutel.docx>. Acesso em: 05 fev. 2008.
- [177] KEHTARNAVAZ, N.; GOPE, C. DSP system design using labview and simulink: a comparative evaluation. In: PROCEEDINGS OF IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ACOUSTICS, SPEECH AND SIGNAL PROCESSING, 2006, Tolouse. **IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing**. v. 2, p. II.985-II.988, 2006.
- [178] KARRIS, S. T. **Introduction to simulink with engineering applications**. Fremont: Orchard Publications, 2006.
- [179] GROVER, D.; DELLER, J. R. **Digital signal processing and the microcontroller**. New Jersey: Prentice-Hall, Inc, 1999.
- [180] IMAI, M., SHIMIZU, T., OHTSUKA, Y., ODAJIMA, A. An electric-field sensitive fiber with coaxial electrodes for optical phase modulation. **Journal of Lightwave Technology**, New York, v. LT-5, n. 7, p. 926-931, 1987.
- [181] LEE, S. S.; OH, M. C.; SHIN, S. Y.; KEH, K. H. Integrated optical high-voltage sensor using a z-cut LiNbO<sub>3</sub> cutoff modulator. **IEEE Photonics Technology Letters**, New York, v. 5, n. 9, p. 996-999, 1993.
- [182] PASSARD, M.; BARTHOLD, C.; FORTIN, M.; GALEZ C.; BOUILLOT J. Design and optimization of a low-frequency electric field sensor using pockels effect. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, New York, v. 50, n. 5, p. 1053-1057, 2001.
- [183] KUWABARA, N.; TAJIMA, K.; KOBAYASHI, R.; AMEIYA, F. Development and analysis of electric field sensor using LiNbO<sub>3</sub> optical modulator. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, New York, v. 34, n. 4, p. 391-396, 1992.
- [184] MARTINS, W. M. **Sensores ópticos de tensão baseados no efeito eletroóptico em cristais de niobato de lítio**. 2006. Dissertação (Mestrado) - Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2006.

- [185] YARIV, A.; YEH, P. **Optical waves in crystals: propagation and control of laser radiation**. New York: John Wiley & Sons, 2003.
- [186] PINSON, L. J. **Electro-optics**. New York: John Wiley & Sons, 1985.
- [187] BOBROFF, N. Recent advances in displacement measuring interferometry. **Measurement Science Technology**, Bristol, v. 4, p. 907-926, 1993.
- [188] TEKTRONIX wavestar waveform capture and analysis software. Disponível em: <http://www.testequity.com/products/567/>. Acesso em: 15 dez. 2007.
- [189] NADER, G.; SHIRAHIGE, A. B.; SILVA, E. C. N.; ADAMOWSKI, J. C. Analysis of the influence of tiny mirrors and mechanical holder in the interferometric measurements of piezoceramic displacement operating in a khz range. In: PROCEEDINGS SMART STRUCTURES AND MATERIALS 2003: ACTIVE MATERIALS BEHAVIOUR AND MECHANICS, 2003, San Diego. **Proceedings of the...** San Diego: IEEE, 2003. p. 513-522. (Proc. SPIE 5053).
- [190] MARÇAL, L. A. P.; FERRAZ LEÃO, J. V.; NADER, G.; NELLI SILVA, E. C.; HIGUTI, R. T.; KITANO, C. Analysis of linearity and frequency response of a new piezoelectric flextensional actuator using a homodyne interferometer and the J<sub>1</sub>-J<sub>4</sub> method. In: PROCEEDINGS OF THE IEEE INSTRUMENTATION AND MEASUREMENT TECHNOLOGY CONFERENCE, 2005, Ottawa, v. 2, p. 1048-1053.
- [191] GRIFFIN, B.; CONNELLY, M. J. Digital signal processing in interferometric fiber optic sensors. In: PROCEEDINGS OF THE IEEE LTIMC 2004 – LIGHTWAVE TECHNOLOGIES IN INSTRUMENTATION & MEASUREMENT CONFERENCE, 2004, New York. **Proceedings of the...** New York: IEEE, 2004. p. 153-156, 2004.
- [192] MARÇAL, L. A. P.; LEÃO, J. V. F.; NADER, G.; SILVA, C. N.; HIGUTI, R. T.; KITANO, C. Dynamic analysis of a new piezoelectric flextensional actuator using the j<sub>1</sub>-j<sub>4</sub> optical interferometric method. In: PROCEEDINGS OF RIO 2005 INTERNOISE ENVIRONMENTAL AND CONTROL - THE 2005 CONGRESS AND EXPOSITION ON NOISE CONTROL ENGINEERING, 2005, Rio de Janeiro. **Proceedings of the...** Florianópolis: SOBRAC, 2005. p. 1-10.
- [193] CARBONARI, R. C.; SILVA, E. C. N.; NISHIWAKI, S. Design of piezoelectric multi-actuated microtools using topology optimization. **Smart Material and Structures**, New York, v. 14, n. 6, p. 1431-1447, 2005.

# Apêndice A

## AJUSTES DE CURVAS POR MÍNIMOS QUADRADOS

A teoria de mínimos quadrados é bastante conhecida e seu conceito e aplicações podem ser encontrados em livros básicos de estatística.

Seja um sistema de equações dado por:

$$M\kappa_1 = \kappa_2, \quad (\text{A.1})$$

sendo  $M$  uma matriz de ordem  $m \times n$ ,  $\kappa_1$  e  $\kappa_2$  são vetores coluna de ordem  $n$  e  $m$ , respectivamente. Uma condição necessária e suficiente para que (A.1) tenha uma única solução é que  $\text{posto}(M) = \text{posto}[M : \kappa_2]$ . Se a matriz  $A$  é inversível, há uma única solução para (A.1) dada por  $x = M^{-1}\kappa_2$ .

Para  $m > n$  (caso das aproximações efetuadas no Capítulo 5 da tese) e  $\text{posto}(M) < \text{posto}[M : \kappa_2]$ , que significa que (A.1) não tem solução única. Modificando-se (A.1) com o acréscimo de um vetor de erro  $\varepsilon$ , obtém-se:

$$M\kappa_1 + \varepsilon = \kappa_2, \quad (\text{A.2})$$

de onde isola-se o erro, como:

$$\varepsilon = \kappa_2 - M\kappa_1. \quad (\text{A.3})$$

O erro quadrático é dado por:

$$|\varepsilon|^2 = \varepsilon^T \varepsilon. \quad (\text{A.4})$$

Substituindo-se (A.3) em (A.4) e tomando-se o gradiente de  $|\varepsilon|^2$  em relação à  $\kappa_1$ , chega-se a:

$$\nabla_{\kappa_1} |\varepsilon|^2 = 2M^T M\kappa_1 - 2M^T \kappa_2. \quad (\text{A.5})$$

O menor erro na solução da equação é obtido quando  $\nabla_{\kappa_1} |\varepsilon|^2 = 0$ , resultando em:

$$\kappa_1 = (M^T M)^{-1} M^T \kappa_2. \quad (\text{A.6})$$

Os valores calculados de  $\kappa_1$  conduzem ao menor erro na solução de (A.2) pelo critério de mínimos quadrados.

Um método recursivo de obtenção de  $\kappa_1$  denominado RLS (*Recursive Least Squares*) pode ser obtido em [171]. O software *Matlab* possui também em uma de suas bibliotecas, a função *polyfit()* que possibilita o cálculo direto de  $\kappa_1$ .

Os ajustamentos de curvas propostos para os novos métodos (conforme o desenvolvido no Capítulo 4) foram realizados com base em (A.6), como análise a seguir.

Sejam  $\xi$  e  $\chi$  duas funções conhecidas, contínuas. Uma regressão polinomial de ordem  $N$  entre estas funções pode ser realizada pelo critério de mínimos quadrados, numa faixa pré-determinada de valores de  $\xi$  e  $\chi$ . A estimação de  $\xi$  como uma função de  $\zeta$  pode ser obtida de:

$$\xi_e = \sum_{u=0}^n \kappa_{1n} \zeta^u, \quad (\text{A.7})$$

sendo  $\kappa_{1n}$  os coeficientes da aproximação, a serem determinados. Para os conjuntos de dados amostrados  $\{\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \dots, \zeta_m\}$  e  $\{\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots, \xi_m\}$ , as constantes  $\kappa_{1_0}, \kappa_{1_1}, \kappa_{1_2}, \kappa_{1_3}, \dots, \kappa_{1_n}$  podem ser calculadas utilizando-se (A.6), sendo:

$$M = \begin{pmatrix} 1 & \zeta_1 & \zeta_1^2 & \dots & \zeta_1^n \\ 1 & \zeta_2 & \zeta_2^2 & \dots & \zeta_2^n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \zeta_M & \zeta_M^2 & \dots & \zeta_m^n \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

e

$$\kappa_2 = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \dots \\ \xi_m \end{pmatrix}. \quad (\text{A.9})$$

Dependendo da correlação entre as funções envolvidas, da faixa  $\zeta_m - \zeta_1$  escolhida e do grau  $n$  do polinômio de regressão, um bom ajuste pode ser obtido, levando a  $\xi_e \cong \xi$ .

Em certos casos, um valor elevado de  $n$  permite um melhor ajuste das curvas, no entanto, numa análise em computador, isto implica em aumento da ordem polinomial, exigindo-se mais memória RAM; o número de operações aumenta significativamente, gerando um esforço computacional maior e os valores dos coeficientes atingem valores extremamente pequenos ou elevados causando, em muitas situações, erros de cálculo e incertezas.

Nos ajustamentos de curvas realizados no Capítulo 5 da tese, tomou-se o cuidado de definir polinômios com menores graus, mantendo-se o erro muito pequeno.

Uma medida da dispersão em relação ao polinômio da regressão de  $\xi$  para  $\zeta$  é o erro padrão do ajustamento das curvas, dado por:

$$s_{\xi\zeta} = \sqrt{\frac{\sum_{u=1}^m (\xi_u - \xi_{e_u})^2}{m}}. \tag{A.10}$$

O erro padrão corrigido leva em consideração os  $n+1$  graus de liberdade perdidos ao calcular os coeficientes em (A.6). Portanto o erro padrão corrigido é dado por:

$$s_{\xi\zeta_c} = \sqrt{\frac{\sum_{u=1}^m (\xi_u - \xi_{e_u})^2}{m - (n + 1)}}. \tag{A.11}$$

Como, para os dados analisados no Capítulo 4, ocorreu  $m \gg n$ , (A.10) e (A.11) levam praticamente ao mesmo resultado.

Para o caso específico da aproximação polinomial, o erro padrão também pode ser obtido de:

$$s_{\xi\zeta} = \sqrt{\frac{\sum_{u=1}^m \xi_u^2 - \kappa_{10} \sum_{u=1}^m \xi_u - \kappa_{11} \sum_{u=1}^m \xi_u g_n - \kappa_{12} \sum_{u=1}^m \xi_u g_n^2 - \dots - \kappa_{1n} \sum_{u=1}^m \xi_u g_n^n}{m}}. \tag{A.12}$$

Uma medida útil, associada ao polinômio de regressão, é o coeficiente de correlação; uma medida da excelência do ajustamento das curvas. O coeficiente de correlação é dado por:

$$r_{\xi\zeta_c} = \begin{cases} \sqrt{\frac{\sum_{u=1}^m (\xi_u - \bar{\xi})^2}{\sum_{u=1}^m (\xi_{e_u} - \bar{\xi})^2}} & \sum_{u=1}^m (\xi_u - \bar{\xi})^2 \leq \sum_{u=1}^m (\xi_{e_u} - \bar{\xi})^2 \\ ou \\ \sqrt{\frac{\sum_{u=1}^m (\xi_u - \bar{\xi})^2}{\sum_{u=1}^m (\xi_{e_u} - \bar{\xi})^2}} & \sum_{u=1}^m (\xi_u - \bar{\xi})^2 \geq \sum_{u=1}^m (\xi_{e_u} - \bar{\xi})^2 \end{cases}, \tag{A.13}$$

sendo  $\bar{\xi}$  a média aritmética do conjunto  $\{\xi_1, \xi_2, \xi_3, \dots, \xi_m\}$ . O valor de  $r_{\xi\zeta_c}$  pode variar de zero à unidade, sendo que  $r_{\xi\zeta_c}$  próximo de zero indica baixa correlação entre as funções, para a aproximação polinomial escolhida no ajustamento das curvas. O valor de  $r_{\xi\zeta_c}$  pode também ser especificado em porcentagem, sendo que 100% indicam ajuste perfeito.